

SATUAN ACARA PELATIHAN

Oleh: Yuliana, S.Pd

Nama Pelatihan : Calon Pengajar Praktek (CPP)

Nama Mata Diklat : Matematika

A. Tujuan pelatihan :

Setelah melalui kegiatan pembelajaran model *problem based learning*, peserta didik dapat :

- Menentukan nilai determinan, invers dan tranpose pada ordo 2×2 dan nilai determinan dan tranpose pada ordo 3×3 dalam menyelesaikan masalah, mengajukan pertanyaan, menganalisa data dan menyusun simpulan untuk dapat mencapai kompetensi pengetahuan
- Menyelesaikan masalah yang berkaitan dengan determinan, invers dan tranpose pada ordo 2×2 dan nilai determinan dan tranpose pada ordo 3×3 dalam mencapai kompetensi keterampilan.

B. Indikator Pelatihan

- Mengidentifikasi determinan matriks
- Menjelaskan invers matriks
- Menyebutkan sifat-sifat matriks
- Membuat penyelesaian masalah yang berkaitan dengan determinan, invers dan tranpose pada ordo 2×2 serta nilai determinan dan tranpose pada ordo 3×3 .

C. Alokasi waktu : 10 menit

D. Kegiatan Pembelajaran

Kegiatan	Pembelajaran	Alokasi Waktu
Pendahuluan	<ol style="list-style-type: none">1. Melakukan pembukaan dengan salam pembuka.2. Memulai pembelajaran dengan berdo'a bersama dipimpin salah satu peserta didik (<i>religious</i>).3. Menyanyikan lagu Indonesia Raya. Guru memberikan penguatan tentang pentingnya menanamkan semangat nasionalisme.4. Guru menyampaikan tujuan pembelajaran	2 menit

	<ol style="list-style-type: none"> 5. Guru membagi kelas menjadi beberapa kelompok 6. Peserta didik dibagi kedalam kelompok yang masing-masing kelompok terdiri dari 4 orang. 	
Inti	<ol style="list-style-type: none"> 1. Guru menyajikan slide power point dan tayangan video mengenai nilai determinan, invers dan tranpose pada ordo 2×2 dan nilai determinan dan tranpose pada ordo 3×3 2. Guru membagikan LKPD kepada setiap kelompok diskusi. 3. Guru menginstruksikan kepada setiap kelompok untuk mempelajari LKPD terlebih dahulu dan mempersilahkan peserta didik bertanya jika ada yang belum dimengerti. 4. Guru memfasilitasi kelompok untuk berdiskusi dan menuliskan hasil diskusi tersebut pada LKPD. 5. Guru meminta salah satu kelompok untuk mempresentasikan hasil kerjanya di depan kelas dan kelompok peserta didik yang lain memberi 	6 menit

	<p>tanggapan terhadap hasil kerja kelompok penyaji.</p> <p>6. Guru menjembatani jika ada cara yang berbeda dari hasil</p> <p>7. kerja kelompok lain atau diantara peserta didik</p>	
Penutup	<p>1. Mengajak peserta didik bersama-sama untuk menyimpulkan hasil pembelajaran hari ini.</p> <p>2. Memberikan PR dari LKPD soal nomer 2 dan 3 sebagai tugas mandiri.</p> <p>3. Menyampaikan materi yang akan dipelajari pada pertemuan selanjutnya yaitu barisan dan deret geometri.</p> <p>4. Doa dan salam penutup.</p>	2 menit

E. PENILAIAN PEMBELAJARAN

1. Kognitif (Pengetahuan) : Tes Tertulis
2. Afektif (Sikap/Tingkah Laku) : Pengamatan
3. Prosedur Penilaian :

No	Aspek yang dinilai	Teknik Penilaian	Waktu Penilaian
1.	Pengetahuan a. Menentukan penyelesaian Matriks b. Mengintepretasikan jawaban ke dalam permasalahan yang sesungguhnya	Pengamatan dan tes	<ul style="list-style-type: none"> • Penyelesaian tugas individu dan kelompok • Sesudah diskusi kelompok

2.	Ketrampilan Terampil menerapkan konsep/prinsip dan strategi pemecahan masalah yang relevan yang berkaitan dengan penyelesaian matriks	Pengamatan	Penyelesaian tugas (baik individu maupun kelompok) dan saat diskusi
----	--	------------	---

LEMBAR PENGAMATAN PENILAIAN KETERAMPILAN

Mata Pelajaran : Matematika
 Kelas/Semester : X (Sepuluh)/Ganjil
 Tahun Pelajaran : 2021/2022
 Waktu Pengamatan :

Indikator terampil menerapkan konsep/prinsip dan strategi pemecahan masalah yang relevan yang berkaitan dengan matriks.

1. Kurang terampil *jika* sama sekali tidak dapat menerapkan konsep/prinsip dan strategi pemecahan masalah yang relevan yang berkaitan dengan matriks.
2. Terampil *jika* menunjukkan sudah ada usaha untuk menerapkan konsep/prinsip dan strategi pemecahan masalah yang relevan yang berkaitan dengan matriks tetapi belum tepat.
3. Sangat terampil *jika* menunjukkan adanya usaha untuk menerapkan konsep/prinsip dan strategi pemecahan masalah yang relevan yang berkaitan dengan matriks dan sudah tepat.

Bubuhkan tanda \surd pada kolom-kolom sesuai hasil pengamatan.

No	Nama Peserta Didik	Keterampilan			
		4.5. Menyelesaikan masalah kontekstual yang berkaitan dengan matriks			
		TT	KT	T	ST
1					
2					
3					

Keterangan:

TT : Tidak terampil

KT : Kurang terampil

T : Terampil

ST : Sangat terampil

Indikator terampil menyajikan masalah nyata menggunakan matriks :

Aspek Penilaian	Skor
Tidak Terampil (TT), jika peserta didik hanya 25 % dapat menyajikan masalah nyata matriks (menentukan penyelesaian Matriks)	1
Kurang Terampil (KT), jika peserta didik hanya 50% dapat menyajikan masalah nyata matriks (menentukan penyelesaian Matriks)	2
Terampil (T), jika peserta didik hanya 75% dapat menyajikan masalah nyata matriks (menentukan penyelesaian matriks)	3
Sangat Terampil (ST), jika peserta didik 100% dapat menyajikan masalah nyata matriks (menentukan matriks)	4

Skor Penilaian Keterampilan

Skor	Hasil Pengamatan	Nilai	Predikat
4	Sangat Terampil (ST)	80 – 100	Sangat baik
3	Terampil (T)	75 – 79	Baik
2	Kurang Terampil (KT)	60 – 74	Cukup
1	Tidak Terampil (TT)	Kurang dari 60	Kurang

LEMBAR PENGAMATAN PENILAIAN SIKAP

Mata Pelajaran : Matematika
Kelas/Semester : X (Sepuluh)/Ganjil
Tahun Pelajaran : 2021/2022

No	Nama Peserta Didik	Gotong Royong	Mandiri	Bernalar Kritis	Jumlah Skor
1.					
2.					
3.					
...					

Keterangan:

1. Gotong royong

- Tidak mendominasi di dalam kelas
- Menerima pendapat teman
- Berbagi informasi (*sharing*) kepada teman
- Bersikap toleran kepada peserta lain yang membutuhkan

2. Mandiri

- Kesiapan melakukan tugas atau pekerjaan
- Komitmen dan peduli terhadap tugas atau pekerjaan
- Ketuntasan penyelesaian tugas atau pekerjaan
- Konsekuensi terhadap tindakan yang dilakukan

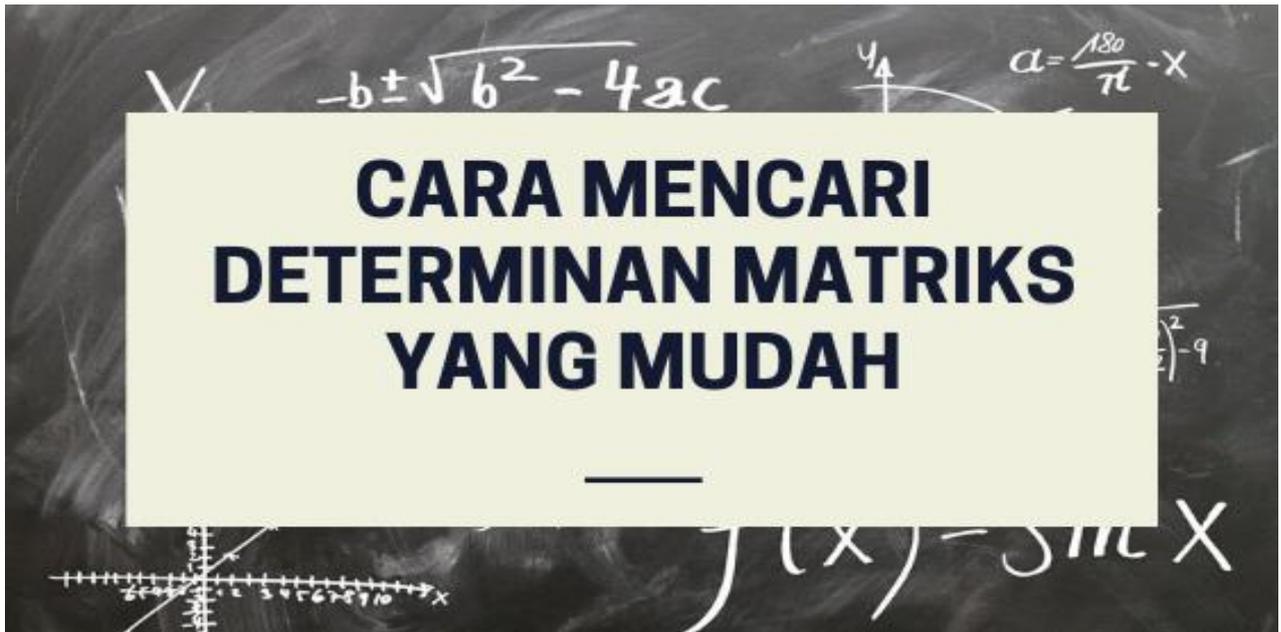
3. Bernalar kritis

- Ikut aktif serta dalam mengerjakan tugas atau pekerjaan
- Memberikan ide atau komentar yang memancing peserta lain berpikir
- Menyampaikan pertanyaan dalam pembahasan kegiatan
- Memberikan impuls atau alternatif solusi setiap permasalahan yang muncul.

Kriteria :

No.	Angka	Predikat
1.	5	: Amat Baik
2.	4	: Baik
3.	3	: Cukup
4.	2	: Sedang
5.	1	: Kurang

MATERI



A. Pengertian dan Jenis-jenis Matriks

Matriks adalah susunan bilangan-bilangan berbentuk persegi panjang yang diatur dalam baris atau kolom dengan dibatasi kurung. Bilangan yang tersusun dalam matriks disebut elemen/unsur matriks. **Baris** adalah susunan bilangan-bilangan yang mendatar (horizontal), sedangkan **kolom** adalah susunan bilangan-bilangan yang tegak (vertikal). Ordo matriks adalah banyaknya elemen baris dan banyaknya elemen kolom dari suatu matriks. Jika sebuah matriks memiliki i baris dan j kolom, maka matriks tersebut berordo $i \times j$, dapat dituliskan $A_{i,j}$.

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1j} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2j} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ a_{i1} & a_{i2} & \dots & a_{ij} \end{bmatrix} \begin{array}{l} \longrightarrow \text{baris 1} \\ \longrightarrow \text{baris 2} \\ \longrightarrow \text{baris } i \end{array}$$

$\downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow$
kolom 1 kolom 2 kolom j

B. Jenis-jenis Vektor Matematika

Matriks terbagi menjadi beberapa jenis, diantaranya:

1. Matriks nol, matriks yang seluruh elemennya adalah bilangan nol.
2. Matriks baris, matriks yang hanya memiliki satu baris, berordo $1 \times j$.
3. Matriks kolom, matriks yang hanya memiliki satu kolom, berordo $i \times 1$.
4. Matriks persegi, matriks yang banyaknya baris sama dengan banyaknya kolom, berordo $i \times i$.

5. Matriks diagonal, matriks persegi yang semua elemennya nol, **kecuali** pada diagonal utamanya.
6. Matriks segitiga atas, matriks persegi yang semua elemen **di bawah** diagonal utamanya adalah nol.
7. Matriks segitiga bawah, matriks persegi yang semua elemen **di atas** diagonal utamanya adalah nol.
8. Matriks identitas, matriks persegi yang elemen pada diagonal utamanya adalah satu, sedangkan elemen lainnya adalah nol.

Contoh jenis-jenis matriks:

$$\begin{array}{ll}
 A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \rightarrow \text{matriks nol} & E = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 7 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{bmatrix} \rightarrow \text{matriks diagonal} \\
 B = \begin{bmatrix} 1 & 2 & -1 \end{bmatrix} \rightarrow \text{matriks baris} & F = \begin{bmatrix} 1 & 7 & 5 \\ 0 & 2 & 4 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \rightarrow \text{matriks segitiga atas} \\
 C = \begin{bmatrix} 2 \\ 3 \end{bmatrix} \rightarrow \text{matriks kolom} & G = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 4 & 3 & 0 \\ 11 & 8 & 5 \end{bmatrix} \rightarrow \text{matriks segitiga bawah} \\
 D = \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ -2 & 5 \end{bmatrix} \rightarrow \text{matriks persegi} & I = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \rightarrow \text{matriks identitas}
 \end{array}$$

Dua matriks dikatakan sama ($A=B$) apabila mempunyai ordo yang sama dan elemen-elemen yang letaknya sama (bersesuaian) besarnya sama.

C. Operasi Matriks

Operasi matriks dapat dilakukan hanya jika memenuhi syarat dan ketentuannya. Operasi matriks sendiri meliputi : penjumlahan dan pengurangan dua matriks, perkalian matriks dengan bilangan skalar, perkalian dua matriks, dan transpose matriks.

1. Penjumlahan dan Pengurangan Matriks

Syarat penjumlahan dan pengurangan matriks yaitu : jika terdapat dua matriks, misal matriks A dan B, yang memiliki **ordo sama**, maka **elemen-elemen yang seletak** dapat dijumlahkan atau dikurangkan. Jumlah matriks A dan matriks B dapat dinyatakan dengan $A+B$, sedangkan selisih matriks A dan matriks B dapat dinyatakan dengan $A - B$.

Contoh :

$$A = \begin{bmatrix} a & b & c \\ d & e & f \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} g & h & i \\ j & k & l \end{bmatrix}$$

$$A + B = \begin{bmatrix} a+g & b+h & c+i \\ d+j & e+k & f+l \end{bmatrix}$$

$$A - B = \begin{bmatrix} a-g & b-h & c-i \\ d-j & e-k & f-l \end{bmatrix}$$

2. Perkalian Skalar pada Matriks

Pada operasi perkalian skalar, sebuah matriks dikalikan dengan bilangan skalar. Jika diketahui A merupakan suatu matriks dan K merupakan bilangan real, maka hasil perkalian K dengan matriks A adalah matriks yang diperoleh dengan mengalikan setiap elemen A dengan K.

Contoh :

$$A = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \\ e & f \end{bmatrix}, \quad kA = k \times \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \\ e & f \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} k.a & k.b \\ k.c & k.d \\ k.e & k.f \end{bmatrix}$$

3. Perkalian Dua Matriks

Berbeda dengan perkalian skalar yang hanya mengalikan setiap elemen matriks dengan bilangan skalar, perkalian dua matriks memiliki aturan tersendiri. Syarat dua buah matriks, misal matriks A dan matriks B, dapat dikalikan adalah jika banyaknya kolom matriks A sama dengan banyaknya baris matriks B.

Bentuk perkalian antar matriks secara umum, yaitu :

$$A_{i \times m} \times B_{m \times n} = C_{i \times n}$$

Untuk mencari hasil kali matriks A dengan matriks B ialah dengan mengalikan elemen pada baris-baris matriks A dengan elemen pada kolom-kolom matriks B, kemudian jumlahkan hasil perkalian antara baris dan kolom tersebut.

Contoh matriks :

$$A = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} e & f & g \\ h & i & j \end{bmatrix}$$

$$A \times B = \begin{bmatrix} a.e + b.h & a.f + b.i & a.g + b.j \\ c.e + d.h & c.f + d.i & c.g + d.j \end{bmatrix}$$

4. Transpose Matriks

Transpose suatu matriks, misal matriks A, yang dilambangkan dengan A^t adalah sebuah matriks yang disusun dengan cara **menukarkan baris** matriks A menjadi **kolom** matriks A^t dan kolom matriks A menjadi baris matriks A^t .

Contoh :

$$A = \begin{bmatrix} p & q & r \\ s & t & u \end{bmatrix}, \text{ maka } A^t = \begin{bmatrix} p & s \\ q & t \\ r & u \end{bmatrix}$$

D. Determinan Matriks

Determinan suatu matriks didefinisikan sebagai selisih antara perkalian elemen-elemen pada diagonal utama dengan perkalian elemen-elemen pada diagonal sekunder. Determinan matriks hanya dapat ditentukan pada **matriks persegi**. Determinan dari matriks A dapat dituliskan $\det(A)$ atau $|A|$.

Untuk menentukan determinan dari sebuah matriks, terdapat dua aturan berdasarkan ordonya, yaitu ordo 2x2 dan ordo 3x3.

Determinan Matriks Ordo 2x2

Determinan matriks persegi dengan ordo 2x2 dapat dihitung dengan cara berikut:

$$\det(A) = |A| = \begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix} = a \cdot d - b \cdot c$$

Determinan Matriks Ordo 3x3

Determinan matriks persegi dengan ordo 3x3 dapat dihitung dengan menggunakan dua cara, yaitu kaidah Sarrus dan ekspansi kofaktor. Namun, cara yang paling sering digunakan dalam menentukan determinan matriks ordo 3x3 adalah dengan kaidah Sarrus.

Langkah-langkah mencari determinan matriks ordo 3x3 dengan kaidah Sarrus:

1. Meletakkan kolom pertama dan kolom kedua di sebelah kanan garis vertikal determinan.
2. Jumlahkan hasil kali elemen-elemen yang terletak pada diagonal utama dengan hasil kali elemen-elemen yang sejajar diagonal utama pada arah kanan kemudian kurangi dengan jumlah hasil kali elemen-elemen yang terletak pada diagonal samping dengan elemen-elemen yang sejajar dengan diagonal samping.

$$|A| = \begin{vmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & i \end{vmatrix} \begin{matrix} a & b \\ d & e \\ g & h \end{matrix}$$

$$|A| = (a \cdot e \cdot i) + (b \cdot f \cdot g) + (c \cdot d \cdot h) - (c \cdot e \cdot g) - (a \cdot f \cdot h) - (b \cdot d \cdot i)$$

$$|A| = (a \cdot e \cdot i + b \cdot f \cdot g + c \cdot d \cdot h) - (c \cdot e \cdot g + a \cdot f \cdot h + b \cdot d \cdot i)$$

E. Invers Matriks

Invers matriks adalah kebalikan (invers) dari sebuah matriks yang apabila matriks tersebut dikalikan dengan inversnya, akan menjadi matriks identitas. Invers matriks dilambangkan dengan A^{-1} . Suatu matriks dikatakan memiliki invers jika determinan dari matriks tersebut tidak sama dengan nol.

Untuk menentukan invers dari sebuah matriks, terdapat dua aturan berdasarkan ordonya, yaitu ordo 2x2 dan ordo 3x3.

- **Invers Matriks Ordo 2x2**

Invers matriks persegi dengan ordo 2x2 dapat dicari dengan cara sebagai berikut:

$$A^{-1} = \frac{1}{|A|} \times \text{Adj } A, \text{ dengan syarat } |A| \neq 0$$

$$\text{Jika } A = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}, \text{ maka } A^{-1} = \frac{1}{ad-bc} \times \begin{bmatrix} d & -b \\ -c & a \end{bmatrix}, \text{ dengan } |A| \neq 0$$

- **Invers Matriks Ordo 3x3**

Untuk mencari invers matriks pada ordo 3x3, dapat digunakan metode eliminasi Gauss Jordan.

Secara sistematis, eliminasi Gauss Jordan dapat dinyatakan sebagai berikut:

$$[A|I] \rightarrow [I|A^{-1}]$$

Matriks persegi A dieliminasi menggunakan operasi aljabar sampai membentuk matriks identitas. Operasi yang dilakukan pada matriks A juga dilakukan pada matriks identitas sehingga jika matriks A sudah menjadi matriks identitas, maka matriks identitas akan berubah menjadi invers dari matriks A.

Sekarang sudah tahu dong, apa itu matriks, jenis-jenis matriks, operasi pada matriks, serta apa itu determinan dan invers matriks. Coba Sobat perhatikan contoh soal matriks berikut ini!

Contoh Soal Matriks

Kerjakan soal berikut ini dengan tepat!

$$\text{Diketahui } B = \begin{pmatrix} 4 & 2 \\ 2 & 8 \end{pmatrix} \text{ dan } C = \begin{pmatrix} \frac{4}{7} & -\frac{1}{7} \\ -\frac{1}{7} & \frac{2}{7} \end{pmatrix}.$$

Jika $A = C^{-1}$, maka determinan dari $A^t B$ adalah

- A. -196
- B. -188
- C. 21
- D. 188
- E. 196

Jawaban:

- A. -196

Lumajang, 02 Januari 2022

Guru Mapel

Yuliana, S.Pd

