e-MODUL

UST
PPG
DALJAB 1

MATEMATIKA

Jenjang SMA

Disusun oleh : Syamsul Arifin

DIMENSI TIGA

Jarak Dua Titik, Jarak Titik Dengan Garis, dan Jaratk Tititk Dengan Bidang

Kelas XII

SMA N 1 Tanjungsari

Daftar Isi

Syamsul Arifin
PPG DALJAB 1 UST YOGYAKARTA

Glosarium

- Bangun Ruang, bagian ruang yang dibatasi oleh himpunan titik-titik atau garis yang terdapat pada seluruh permukaan bangun tersebut.
- Bidang: permukaan datar dua dimmensi yang dibatasi
- Bidang berimpit: dua buah bidang yang memiliiki bidang daerah persekutuan yang sama.
- Bidang sejajar : duah buah bidang yang tidak memiliiki garis perpotongan.
- Bidang berpotongan: duabuah yang tidak sejajar dan tidak memiliki garis persekutuan (garis perpotongan)
- Garis : kurva lurus yang tidak memiliki ujung maupun pangkal
- Garis berimpit; suatu garis terletak pada garis lain atau sebaliknya dan membentuk suatu garis luru.
- Garis berpotongan: dua buah garis yang memiliki satu titik persekutuan.
- Garis bersilangan: duabuah garis yang tidak memiliki titik persekutuan, tidak sejajar dan tidak terletak pada bidang yang sama.
- Garis sejajar: duabuah garis yang terletak pada bidang datar yang tidak akan berpotongan meskipun diperpanjang tanpa batas.
- Hipotenusa: sisi miring pada segitiga siku-siku.
- Irisan bidang: bangunndatar yang dibatasi oleh garis-garis potong antara bidang datar dengan sisi-sisi bangunn ruang tersebut.
- Proyeksi: pemetaan suatu daerah secara tegak lurus terhadap daerah lainnya.
- Segmen garis: kurva lurus yang mempunyai pangkal dan ujung.
- Sudut : daerah yang dibentuk oleh duabuah segmen garis yang titik pangkalnya sama.

Pendahuluan

Selamat, kalian telah menyelesaikan beberapa materi sebelumnya,
Selanjutnya kalian akan mempelajari materi tentang jarak dalam bangunn ruang.

Gambar 1. Bentuk-bentuk bangun ruang

Gambar 2. Piramida Mesir

Sumbeer http://www.infoglobalkita.com/2015/10/misteri-pembangunan-pada-piramida-mesir.html

Sebuah piramida merupak bentuk representative dari dimensi tiga. Bangun tiga dimensi disebut juga sebagai bangun ruang. Adapun contoh bangunn runang yang akan dibahas dalam e-Modul ini hanya terbatas kubus dan limas.

Petunjuk Penggunaan e-Modul

Ada beberapa hal yang harus kalian perhatikan ketika membaca e-Modul ini yaitu terkait dengan mateeri yang akan diajarkan. Diawal pembelajaran akan disampaikan tujuan dan uraian materi yang akan mengulas mengenai jarak dalam bangun ruang.

Pengukuran jarak pada bangun ruang meliputi :

- ✓ *Jarak titik ke titik*
- ✓ *Jarak titik ke garis*
- ✓ *Jarak titik ke bidang*

Setiap bagian diberikan konsep beserta contoh soalnya, kemudian untuk latihan diberikan beberapa soal yang akan mengukur kemampuan kalian sampai sejauh mana materi yang dipelajari telah dikuasai oleh kalian. Baru setelah itu kalian dapat melanjutkan ke materi berikutnya,

Kompetensi Dasar

3.1 Mendeskripsikan jarak dalam ruang (antar titik, titik ke garis, dan titik ke bidang)

- 3.1.1 Memahami konsep geometri ruang
- 3.1.2 Mengidentifikasi fakta pada jarak dalam ruang (antar titik, titik ke garis, dan titik ke bidang)
- 3.1.3 Mendeskripsikan jarak dalam ruang (antar titik, titik ke garis, dan titik ke bidang)

4.1 Menentukan jarak dalam ruang (antar titik, titik ke garis, dan titik ke bidang)

- 4.1.1 Menentukan jarak dalam ruang (antartitik, titik ke garis, dan titik ke bidang)
- 4.1.2 Menyelesaikan masalah yang berkaitan dengan geometri ruang
- 4.1.3 Menyajikan penyelesaian masalah yang berkaitan dengan geometri ruang

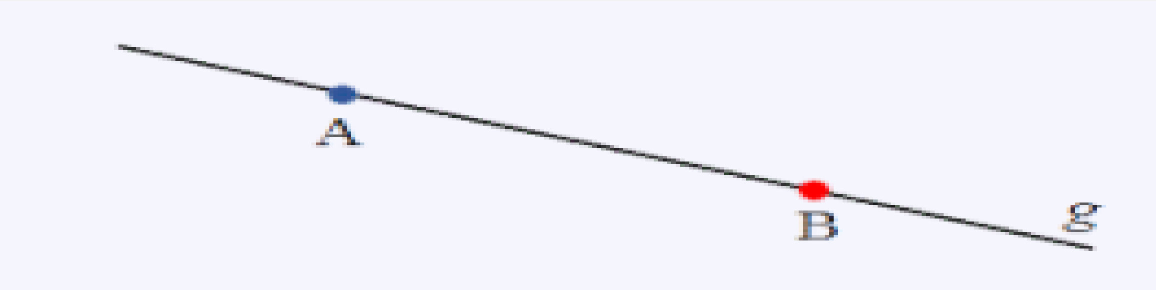
Setelah kalian mempelajari e-Modul ini diharapkan kalian dapat mendiskripsikan dan menentukan jarak dalam bangun ruang

Pembahasan

Dalam bangun ruang terdapat beberapa objek pembentuknya. Objek-objek tersebut antaralain titik sudut, rusuk, diagonal bidang, diagonal ruang, diagonal sisi, bidang diagonal, dan lain-lain. Tentu antar objek tersebut dapat ditentukan jaraknya. Yang dinamakan jarak antara dua objek adalah ukuran terdekat antara dua objek tersebut.

Jarak Antara Dua Titik

Perhatikan gambar dibawah ini!



Gambar 3.

Banyak garis yang dibentuk melalui titik A, tetapi hanya satu garis yang melalui titik B, yaitu garis g. pada garis g terdapat ruas garis AB. Jarak antara titik A dan titik B ditunjukan oleh panjang ruas garis AB.

Jadi jarak antara dua titik adalh panjang ruas garis yang menghubungkan kedua titik tersebut

Dalam bangun ruang, menentuka jarak titik A dan titik B dapat digunnakan teorema Pythagoras bila terkait dengan segitiga siku-siku atau memakai aturan sinus dan cosinus bila tidak terkait dengan segitiga sikku-siku.

Syamsul Arifin
PPG DALJAB 1 UST YOGYAKARTA

Contoh

Diketahui kubus ABCD.EFGH dengan panjang rusuk 10 cm.

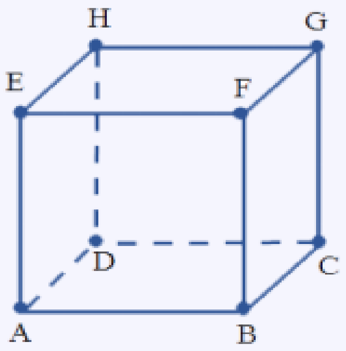
Tentukan jarak:

a. Titik A ke titik C

b. Titik A ke titik G

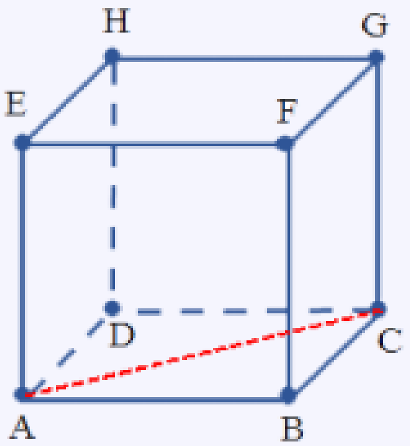
c. Titik A ke titik P, dimana P di tengah EG

Alternatif Penyelesaian



a. Jarak titik A ke titik C

Jarak A ke C sama dengan panjang ruas garis AC.



Perhatikan segitiga ABC, panjang AB = 10 cm, panjang BC = 10 cm, dan siku-siku di B. Sehingga panjang AC dapat dicari dengan menggunakan

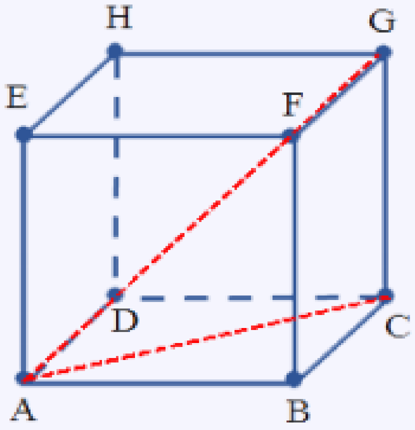
Syamsul Arifin
PPG DALJAB 1 UST YOGYAKARTA

teorema Pythagoras.

$$\begin{aligned} AC^2 &= AB^2 + BC^2 \\ &= 10^2 + 10^2 \\ &= 100 + 100 \\ &= 200 \\ AC &= \sqrt{200} \\ &= 10\sqrt{2} \end{aligned}$$

b. Jarak titik A ke titik G

Jarak A ke G sama dengan panjang ruas garis AG.

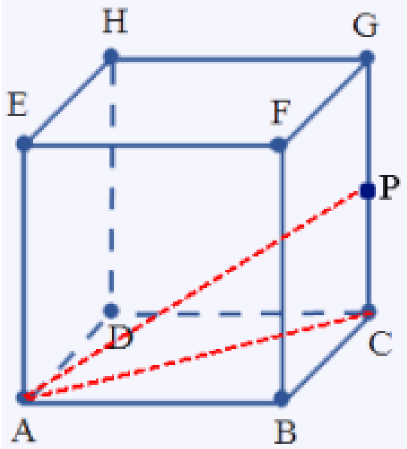


Perhatikan segitiga ACG, siku-siku di C. Sehingga panjang AG dapat dicari dengan menggunakan teorema Pythagoras.

$$\begin{aligned} AG^2 &= AC^2 + CG^2 \\ &= \left(10\sqrt{2}\right)^2 + 10^2 \\ &= 200 + 100 \\ &= 300 \\ AG &= \sqrt{300} \\ &= 10\sqrt{3} \end{aligned}$$

c. Jarak titik A ke titik P

Jarak A ke P sama dengan panjang ruas garis AP.



Perhatikan segitiga ACP, siku-siku di C. Sehingga panjang AG dapat dicari dengan menggunakan teorema Pythagoras.

$$
\begin{aligned}
AP^2 &= AC^2 + CP^2 \\
&= \left(10\sqrt{2}\right)^2 + 5^2 \\
&= 200 + 25 \\
&= 225 \\
AP &= \sqrt{225} \\
&= 15
\end{aligned}
$$

Jarak antara dua titik adalah panjang ruas garis yang menhubungkan kedua titik tesebut. Untuk menentukan nilainya dapat digunakan dalil pythagoras, aturan sinus, dan aturan cosinus

Syamsul Arifin
PPG DALJAB 1 UST YOGYAKARTA

Latihan Soal

"Pendidikan adalah senjata paling mematikan di dunia, karena dengan pendidikan, Anda dapat mengubah dunia." (Nelson Mandela)

Kerjakan soal-soal latihan berikut!

1. Diketahui kubus ABCD.EFGH dengan panjang rusuk 2a cm. panjang rusuk garis BD adalah . . .

Jawab:

2. Dalam kamar candra berbentuk balok dengan ukuran panjang:lebar:tinggi=5:5:4. Di langit-langit kamar terdapat lampu yang letaknya tepat pada pusat bidang langit-langit. Pada salah satu dinding kamar dipasang saklar yang letaknya tepat ditengah-tengah dinding. Jarak saklar ke lampu adalah . .

Jawab :

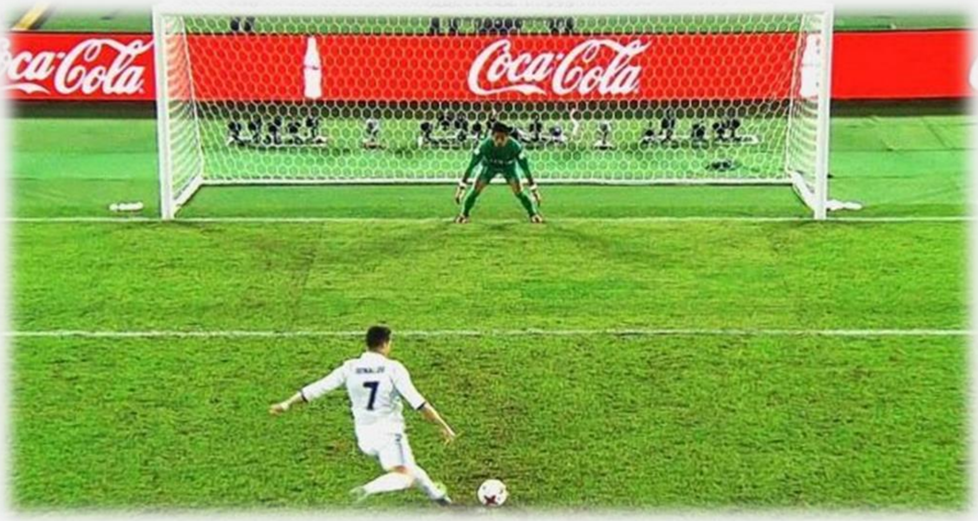
3. Pada kubus ABCD.EFGH, titik P pada AD sehingga AP:PD = 1: 2. Jika panjang rusuk 12 cm maka jarak titik P dengan titik G adalah . . .

Jawab :

Syamsul Arifin
PPG DALJAB 1 UST YOGYAKARTA

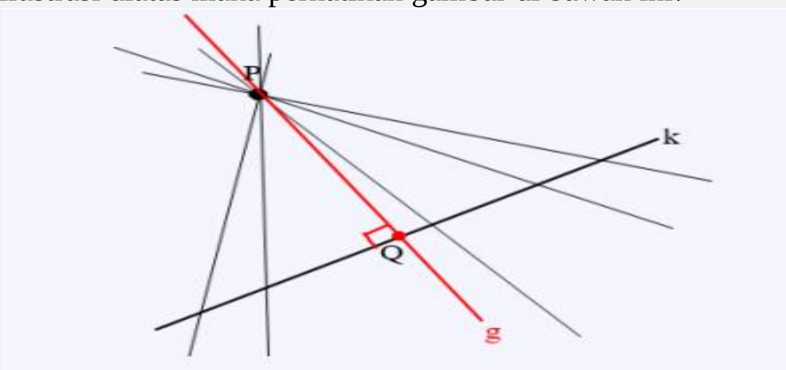
Jarak Titik Dengan Garis

Amati ilustrasi gambar 4 berapak jarak titik putih finalti dengan gawang dalam permainan sepak bola?



Gambar 4.

Agar paham ilustrasi diatas maka perhatikan gambar di bawah ini!



Gamabar 5.

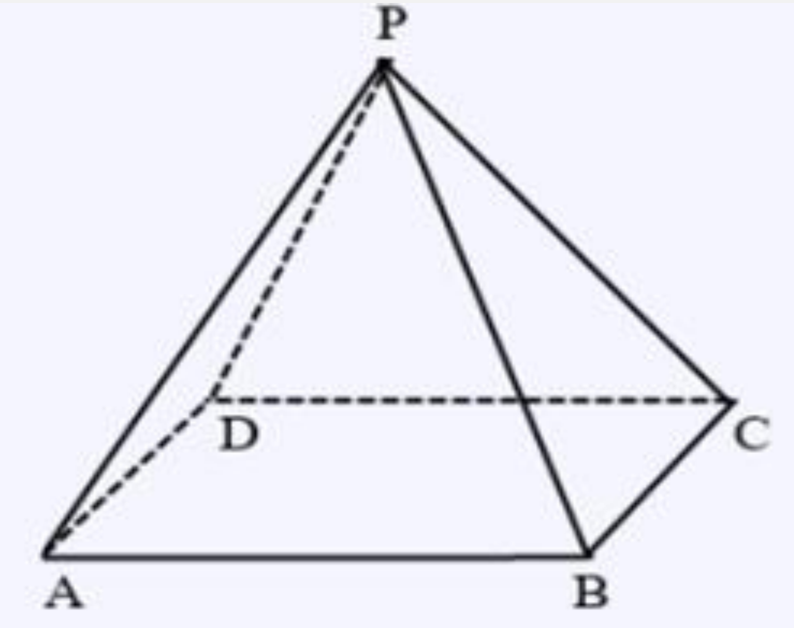
Banyak sekali garis yang dapat dibentuk melalui titik P dan memotong garis k. tetapi hannya ada satu garis yang tepat tegak lurus, yaitu garis g. garis g memotong memotong tegak lurus garis k di titik Q. dengan demikian, jarak titik P ke garik k sama dengan panjang PG.

Jarak titik ke garis merupakan panjang proyeksi tegak lurus titik tersebut pada garis yang dimaksud

Syamsul Arifin
PPG DALJAB 1 UST YOGYAKARTA

Contoh

Diketahui limas tegak segi empat beraturan P.ABCD dengan AB = 6 cm dan AP = 10 cm seperti gambar berikut.



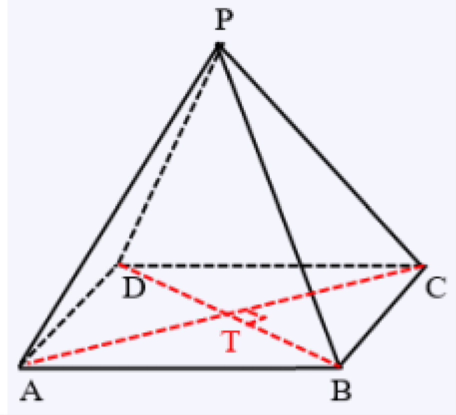
Tentukan jarak:

a. Titik C ke garis BD
b. Titik P ke garis AC
c. Titik A ke garis PC

Alternatif penyelesaian

a. Jarak titik C ke garis BD

Perhatikan gambar berikut!



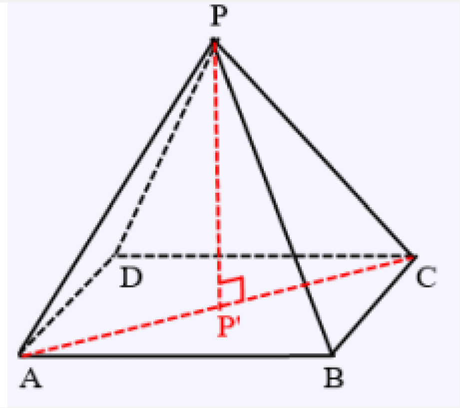
Karena ABCD persegi, maka AC dan BD berpotongan tegak lurus dan berada di tengah. Karena itu jarak titik C ke BD samadengan CT.

Syamsul Arifin
PPG DALJAB 1 UST YOGYAKARTA

$$
\begin{aligned}
CT &= \frac{1}{2} AC \\
&= \frac{1}{2}\sqrt{AB^2 + BC^2} \\
&= \frac{1}{2}\sqrt{6^2 + 6^2} \\
&= \frac{1}{2}\sqrt{72} \\
&= 3\sqrt{2}
\end{aligned}
$$

b. Jarak Titik P ke gaaris AC

Perhatikan gambar berikut!

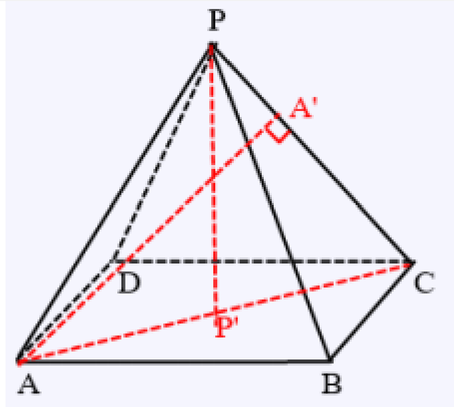


Karena PAC segitiga sama kaki, maka proyeksi titik P tepat di tengah AC. Jarak titik P ke garis AC sama dengan panjang PP'.

$$
\begin{aligned}
PP' &= \sqrt{PC^2 - CP'^2} \\
&= \sqrt{10^2 - \left(3\sqrt{2}\right)^2} \\
&= \sqrt{100 - 18} \\
&= \sqrt{82}
\end{aligned}
$$

c. Jarak titik A ke garis PC

Perhatikan gambar berikut!



Proyeksi titik A ke garis CP adalah titik A’. jika titik A ke garis CP sama dengan panjang AA’, dengan konsep luas segi tiga ACP, maka AA’ dapat ditentukan.

$$L_{ACP} = L_{ACP}$$

$$\frac{1}{2} \times CP \times AA' = \frac{1}{2} \times AC \times PP'$$

$$\frac{1}{2} \times 10 \times AA' = \frac{1}{2} \times 6\sqrt{2} \times \sqrt{82}$$

$$AA' = \frac{6}{5}\sqrt{41}$$

Jarak antara titik A dan garis g sama dengan ruas garis AA’, dimana A’ adalah hasil proyeksi tegak lurus titik A pada garis g.

Untuk menentukan panjang AA’ dapat digunakan konsep Pythagoras, luas segitiga, konsep trigonometri, dan lain-lain

Latihan Soal

"Fokuslah menjadi produktif, bukan sekadar sibuk saja."
(Tim Ferris)

Kerjakan soal-soal latihan berikut!

1. Diketahui kubus ABCD.EFGH dengan panjang rusuk a cm. Jarak titik B ke garis EG adalah . . .

Jawab :

2. Seorang anak akan membeli kabel yang akan di pasang diruangan belajarnya yang berbentuk balok jika rusuk dari ruangannya mempunyai panjang 4 m dan lebar 2 m dan tinggi 3 m berapa meter kabel yang harus dibelinya agar lampu belajar yang terletak dimeja belajar yang berada disudut kamar sampai ketempat steker listrik yang berada di sudut kamar berikut, dimana lampu berada 1 m dari lantai

Jawab :

3. Pada kubus ABCD.Efgh, titik P pada AD sehingga AP:PD = 1:2. Jika panjang rusuk 15 cm maka jarak titik G dengan garis BP adalah . . .

Jawab :

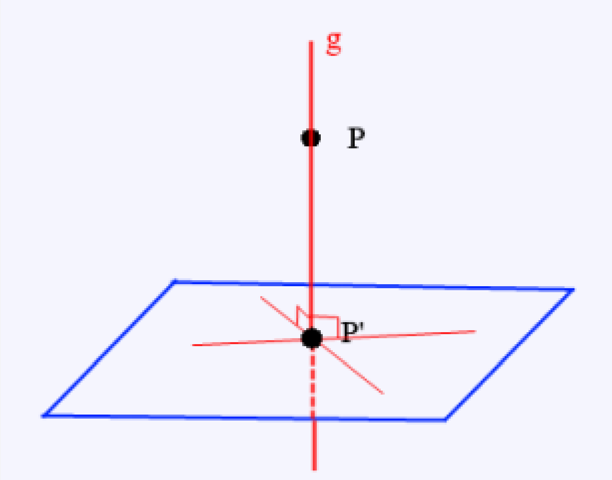
Jarak Titik Dengan Bidang

Amati gambar ilustarsi berikut!

Gambar 6.

Pernahkah kalian membayang kan tinggi laying-layang yang pernah kalian mainkan?untuk menaksir tinggi laying-layang yang pernah kalian mainkan, maka perhatikan uraian materi di bawah ini!

Perhatikan gambar berikut!



Gambar 7

.

Dari titik A dibuat garis g tegak lurus bidang. Syarat sebuah garis tegak lurus bidang adalah minimal tegak lurus dengan duagaris pada bidang tersebut. Garis g memotong bidang di titik P’, maka P’merupakan proyeksi tegak lurus titik P pada bidang. Jarak titik P pada bidang sama dengan panjang ruas garis PP’.

Contoh

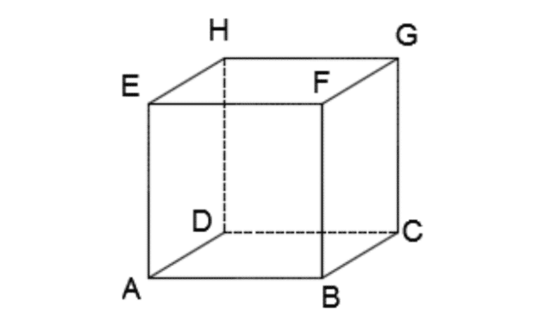
Diketahui kubus ABCD.EFGH dengan panjang rusuk 10 cm.

Tentukan jarak:

a. Titik A ke bidang EFGH
b. Titik A ke bidang BDHF
c. Titik A kebidang BDE
d. Titik A ke bidang CFH

Alternatif penyelesaian:

Ilustrasi kubus ABCD.EFGH

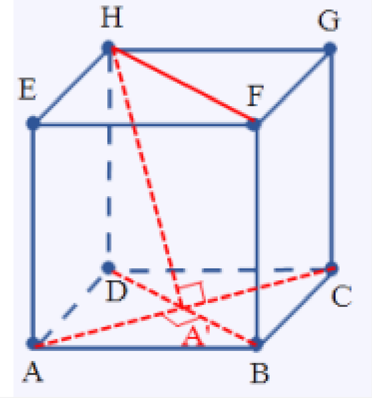


a. Jarak Titik A ke bidang EFGH

Proyeksi tegak lurus titik A pada bidang EFGH adalah titik E. sehingga, jarak titik A ke bidang EFGH sama dengan panjang ruas garis AE, yaitu 10 cm.

b. Jarak titik A ke bidang BDHF

Perhatikan gambar proyeksi titik A pada bidang BDHF.

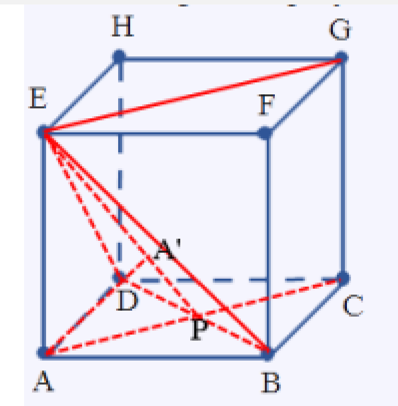


Garis AC tegak lurus BD dan A'H, maka garis AC dipastikan tegak lurus bidang BDHF. Sehinngga A' merupakan proyeksi tegak lurus A ke bidang BDHF, dan jarak A ke bidang BDHF sama dengan panjang AA'.

$$
\begin{aligned}
AA' &= \frac{1}{2} AC \\
&= \frac{1}{2} \times 10\sqrt{2} \\
&= 5\sqrt{2}
\end{aligned}
$$

c. Jarak titik A kebidang BDE

Perhatikan gambar proyeksi titik A ke bidang BDE!



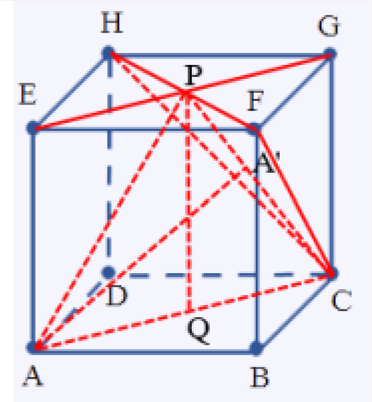
Bidang ACGE dan bidang BDE berpotongan saling tegak lurus disepanjang garis PE. Dapat dipastikan proyeksi titik A ke bidang BDE terletak disepanjang garis PE, misal di titik A'. dengan demikian jarak titik A ke bidang BDE sama dengan panjang AA'.

Untuk menentukan panjang AA' dapat digunakan konsep luas pada segitiga APE.

$$
\begin{aligned}
L_{APE} &= L_{APE} \\
\frac{1}{2} \times EP \times AA' &= \frac{1}{2} \times AP \times AE \\
\frac{1}{2} \times \sqrt{AP^2 + AE^2} \times AA' &= \frac{1}{2} \times AP \times AE \\
\frac{1}{2} \times \sqrt{\left(5\sqrt{2}\right)^2 + 10^2} \times AA' &= \frac{1}{2} \times 5\sqrt{2} \times 10 \\
\frac{1}{2} \times \sqrt{50 + 100} \times AA' &= \frac{1}{2} \times 5\sqrt{2} \times 10 \\
\cancel{\frac{1}{2}} \times \cancel{5}\sqrt{6} \times AA' &= \cancel{\frac{1}{2}} \times \cancel{5}\sqrt{2} \times 10 \\
AA' &= \frac{\sqrt{2} \times 10}{\sqrt{6}} \\
&= \frac{10}{3}\sqrt{3}
\end{aligned}
$$

d. Jarak titik A ke bidang CFH

Perhatikan panjang proyeksi titik A pada bidang CFH di bawah ini!



Bidang ACGE memotong tegak lurus bidang CFH di sepanjang garis CP, sehingga dapat dipastikan proyeksi titik A pada bidang CFH di titik A’. sehingga jarak titik A ke bidang CFH sama dengan panjang AA’.

Untuk menghitung panjang AA’ digunakan konnsep luas segitiga ACP.

$$
\begin{aligned}
L_{ACP} &= L_{ACP} \\
\frac{1}{2} \times CP \times AA' &= \frac{1}{2} \times AC \times PQ \\
\cancel{\frac{1}{2}} \times 5\sqrt{6} \times AA' &= \cancel{\frac{1}{2}} \times 10\sqrt{2} \times 10 \\
AA' &= \frac{10\sqrt{2} \times 10}{5\sqrt{6}} \\
&= \frac{20}{3}\sqrt{3}
\end{aligned}
$$

Jarak antara titik dan bidang sama dengan jarak titik dengan titik proyeksi tegak lurus pada bidang tersebut.

Latihan Soal

"Kalau mau menunggu sampai siap, kita akan menghabiskan sisa hidup kita hanya untuk menunggu." (Lemony Snicket)

Kerjakan soal-soal latihan berikut!

1. Diketahu kubus ABCD. EFGH dengan panjang rusuk a cm. Jarak titik B ke bidang DEG adalah . . .

   Jawab:

2. Diketahui kubus ABCD.EFGH dengan panjang rusuk 8 cm. Jarak titik C ke BDG adalah . . .

   Jawab:

3. Frengki ingin membangun model piramida untuk presentasi. Piramida yang akan dia buat memiliki alas berukuran 60 X 60 cm dan tinggi segitiga piramida 50 cm, berapa tinggi piramida tersebut . . .

   Jawab :

Daftar Pustaka

Sigit Suprijanto dkk. 2009. *Matematika SMA XI*. Bogor : Yudhistira.

Sastro Wijayan. 2016. *Materi Pendamping Pembelajaran Edisi Revisi 2016 Matematika*. Eswe.

Simangunsong Wilson. 2005. *Matematika Dasar*. Jakarta : Erlangga.