



TRANSFORMASI GEOMETRI

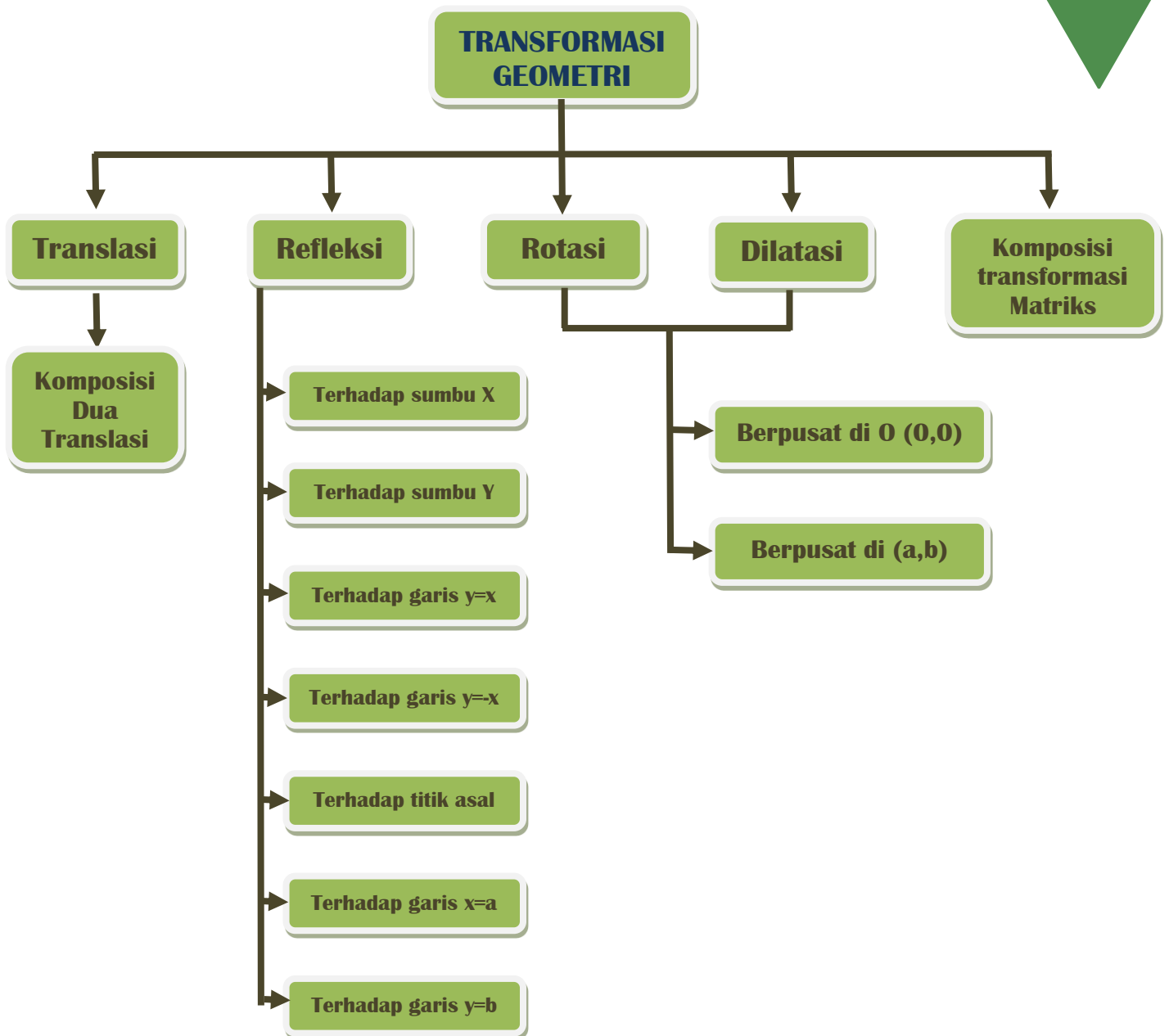
MATEMATIKA WAJIB
Untuk SMA/MA Kelas XI MIPA/IPS

*Nikmatul Maula, S.Pd.
SMA Negeri 1 Pekalongan*

DAFTAR ISI

Daftar Isi	2
Peta Konsep	3
Inspirasi	4
Transformasi Geometri	5
Translasi (Pergeseran)	7
Kompetensi Pembelajaran	7
Pengertian	8
Bentuk dan Hasil Translasi	9
Sifat Translasi	12
Latihan Soal	13
Kunci Jawaban	15
Refleksi (Pencerminan)	16
Kompetensi Pembelajaran	16
Pengertian	17
Bentuk dan Hasil Refleksi	18
Sifat Refleksi	20
Latihan Soal	21
Kunci Jawaban	23
Rotasi (Perputaran)	24
Kompetensi Pembelajaran	24
Pengertian	25
Bentuk dan Hasil Rotasi	26
Sifat Rotasi	28
Latihan Soal	29
Kunci Jawaban	31
Daftar Pustaka	32

PETA KONSEP



INSPIRASI



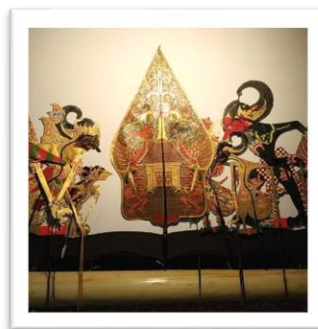
Jika kita pergi ke tempat pembuatan batik maka kita dapat melihat kain batik dengan berbagai motif yang sesuai dengan estetika masing-masing daerah. Pada lembaran kain (merupakan bidang gambar), akan ditemui bentuk gambar yang sama antara satu gambar dengan gambar yang lain karena adanya pergeseran, gambar terbalik dari gambar sebelumnya karena pencerminan, dan motif-motif lain yang dapat terbentuk karena perputaran, pengecilan, maupun perbesaran gambar yang satu terhadap gambar yang lain. Ini berarti si pembatik telah menggunakan prinsip transformasi geometri pada saat membatik.

Pekalongan adalah salah satu kota penghasil batik yang terletak di bagian barat provinsi Jawa Tengah dijuluki sebagai Kota Batik karena menjadi pilihan wisatawan lokal untuk mencari batik yang berkualitas. Batik Pekalongan memiliki keunggulan pada penggunaan warna. Sehelai kain batik bisa menggunakan delapan warna sehingga terlihat lebih indah dan menarik dibanding batik-batik dari daerah lain. Batik Pekalongan seperti sudah menyatu dengan masyarakat setempat dan sebagian besar hasil produksinya memang dikerjakan di rumah-rumah penduduk.

Transformasi Geometri

Transformasi geometri adalah suatu pemetaan satu-satu (one-one) dan onto dari sembarang titik di suatu bidang ke titik lain di bidang tersebut. Titik lain di bidang itu disebut bayangan atau peta. Perubahan karena transformasi geometri ini dapat berupa perubahan letak, perubahan penyajian, maupun perubahan bentuk. Transformasi geometri pada bidang yang akan dibicarakan di sini meliputi translasi (pergeseran), refleksi (pencerminan), rotasi (perputaran), dan dilatasi (perkalian). Ketiga transformasi pertama dikenal sebagai transformasi isometri, bayangan (peta) dari transformasi itu kongruen (sama dan sebangun) dengan bangun semula. Pada dilatasi, bayangan (peta) dari transformasi sebangun dengan bangun semula, yaitu bangun hasil dapat diperkecil atau diperbesar.

Pada bab ini, kita akan membahas jenis transformasi geometri meliputi translasi, refleksi, rotasi, dan dilatasi, serta komposisinya dengan menggunakan pendekatan bidang koordinat.



Beberapa aktivitas berkaitan dengan transformasi geometri

Tahukah kamu?



Banyak ilmuwan yang berjasa dalam mengembangkan geometri, salah satunya adalah **Ibnu al-Haitham**. Dalam bidang geometri, Ibnu al-Haitham mengembangkan analitis geometri yang menghubungkan geometri dengan aljabar. Selain itu, dia juga memperkenalkan konsep gerakan dan transformasi dalam geometri.

Teori Ibnu al-Haitham dalam bidang persegi merupakan teori yang pertama kali dalam geometri eliptik dan geometri hiperbolis. Teori ini dianggap sebagai tanda munculnya geometri non- Euclidean. Karya-karya Ibn al-Haitham itu mempengaruhi karya para ahli geometri Persia seperti Nasir al-Din al Tusi dan Omar Khayyam.

Namun pengaruh Ibn al-Haytham tidak hanya terhenti di wilayah Asia saja. Sejumlah ahli geometri Eropa seperti Gersonides, Witelo, Giovanni Girolamo Saccheri, serta John Wallis pun terpengaruh pemikiran al-Haitham. Salah satu karyanya yang terkemuka dalam ilmu geometri adalah Kitab al-Tahlil wa al'Tarkib.

A. TRANSLASI (PERGESERAN)

Kompetensi Inti:

1. Menghayati dan mengamalkan ajaran agama yang dianutnya
2. Menunjukkan perilaku jujur, disiplin, tanggung jawab, peduli (gotong royong, kerjasama, toleran, damai), santun, responsif, dan pro-aktif sebagai bagian dari solusi atas berbagai permasalahan dalam berinteraksi secara efektif dengan lingkungan sosial dan alam serta menempatkan diri sebagai cerminan bangsa dalam pergaulan dunia
3. Memahami, menerapkan, dan menganalisis pengetahuan faktual, konseptual, prosedural, dan metakognitif berdasarkan rasa ingintahunya tentang ilmu pengetahuan, teknologi, seni, budaya, dan humaniora dengan wawasan kemanusiaan, kebangsaan, kenegaraan, dan peradaban terkait penyebab fenomena dan kejadian, serta menerapkan pengetahuan prosedural pada bidang kajian yang spesifik sesuai dengan bakat dan minatnya untuk memecahkan masalah
4. Mengolah, menalar, dan menyaji dalam ranah konkret dan ranah abstrak terkait dengan pengembangan dari yang dipelajarinya di sekolah secara mandiri, bertindak secara efektif dan kreatif, serta mampu menggunakan metoda sesuai kaidah keilmuan

Kompetensi Dasar:

- 3.5 Menganalisis dan membandingkan transformasi dan komposisi transformasi dengan menggunakan matriks.
- 4.5 Menyelesaikan masalah yang berkaitan dengan matriks transformasi geometri (translasi, refleksi, dilatasi, dan rotasi).

Tujuan Pembelajaran:

Melalui pendekatan saintifik dengan model *discovery learning*, berbasis 4C, STEAM, literasi, dan PPK serta menggunakan metode diskusi, dan tanya jawab berbantuan LKPD dan media pembelajaran **whatsapp, google classroom, google meet**, dan **quizizz**, peserta didik diharapkan peserta didik memiliki sikap **disiplin, ingin tahu, kerjasama** dan **teliti** serta peserta didik dapat:

1. Menemukan sifat-sifat translasi berdasarkan pengamatan pada masalah kontekstual dan pengamatan objek pada bidang koordinat.
2. Menghubungkan konsep translasi terkait dengan konsep matriks.
3. Menentukan bayangan hasil translasi dengan menggunakan matriks.
4. Memecahkan permasalahan yang berkaitan dengan translasi menggunakan matriks.



Aktivitas 1

Petunjuk belajar:
Bacalah uraian materi berikut tentang bentuk translasi

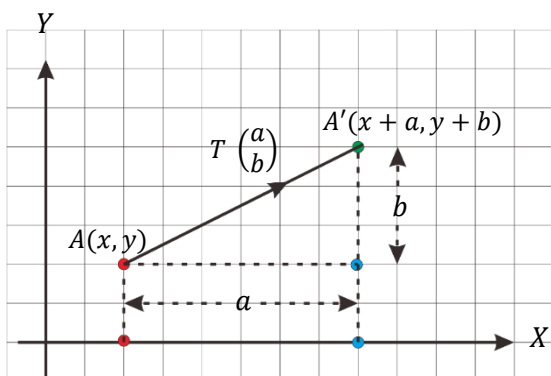
Perhatikan gambar 4.1. Wayang kulit adalah seni pertunjukan yang telah berusia lebih dari setengah milenium. Kemunculannya memiliki cerita tersendiri, terkait dengan masuknya Islam Jawa. Salah satu anggota Wali Songo menciptakannya dengan mengadopsi Wayang Beber yang berkembang pada masa kejayaan Hindu-Budha.



Gambar 4.1

Adopsi itu dilakukan karena wayang terlanjur lekat dengan orang Jawa sehingga menjadi media yang tepat untuk dakwah menyebarkan Islam, sementara agama Islam melarang bentuk seni rupa. Alhasil, diciptakan wayang kulit dimana orang hanya bisa melihat bayangan. Bayangan itu bisa tercipta karena setiap pertunjukan wayang memakai lampu minyak sebagai pencahayaan yang membantu pemantulan wayang yang sedang dimainkan.

Dalam matematika, perubahan posisi bayangan wayang termasuk transformasi jenis translasi atau pergeseran. Bagaimana bentuk translasi pada bidang koordinat? Pada sub bab ini, kita akan mempelajari bentuk translasi beserta matriks transformasinya.



Gambar 4.2

Translasi (pergeseran) merupakan transformasi yang memindahkan titik dengan jarak dan arah tertentu. Pada translasi digunakan pendekatan koordinat. Pada bidang koordinat, diasumsikan bahwa arah kanan merupakan sumbu X positif, arah kiri merupakan sumbu X negatif, arah atas merupakan sumbu Y positif, dan arah bawah merupakan sumbu Y negatif. Bentuk translasi dapat diamati pada Gambar 4.2. Translasi dinyatakan oleh $T \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}$ dengan a menyatakan jarak dan arah perpindahan secara horizontal pada sumbu X dan b menyatakan jarak dan arah perpindahan secara vertikal pada sumbu Y .

Titik $A(x, y)$ ditranslasikan oleh T menghasilkan titik $A'(x', y')$ atau $A'(x + a, y + b)$. Translasi titik A dapat dituliskan dengan:

$$A(x, y) \xrightarrow{T \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}} A'(x + a, y + b)$$

atau dalam bentuk matriks:

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x + a \\ y + b \end{pmatrix}$$

Contoh 1:

(Penentuan bayangan sebuah titik)

Tentukan bayangan titik $A(3,2)$ karena translasi $T \begin{pmatrix} -4 \\ 1 \end{pmatrix}$.

Jawab:

Cara pendekatan koordinat:

$$A(x, y) \xrightarrow{T \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}} A'(x + a, y + b)$$

$$\text{maka } A(3,2) \xrightarrow{T \begin{pmatrix} -4 \\ 1 \end{pmatrix}} A'(3 + (-4), 2 + 1) = A'(-1,3)$$

Jadi, bayangan A adalah $A'(-1,3)$.

Cara matriks:

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -4 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 \\ 3 \end{pmatrix}$$

Jadi, bayangan A adalah $A'(-1,3)$.

Contoh 2:

(Penentuan bayangan sebuah kurva)

Tentukan bayangan garis $y = 3x - 1$ oleh translasi $T \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \end{pmatrix}$.

Jawab:

Cara pendekatan koordinat:

$$T \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \end{pmatrix}$$

$A(x, y) \longrightarrow A'(x + 1, y + (-2))$ maka

$$x' = x + 1 \Leftrightarrow x = x' - 1$$

$$y' = y - 2 \Leftrightarrow y = y' + 2$$

Substitusikan ke garis $y = 3x - 1$, diperoleh:

$$y' + 2 = 3(x' - 1) - 1$$

$$\Leftrightarrow y' - 2 = 3x' - 3 - 1$$

$$\Leftrightarrow y' = 3x' - 2$$

Jadi, bayangannya adalah $y = 3x - 2$.

Cara matriks:

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \end{pmatrix} \\ = \begin{pmatrix} x + 1 \\ y - 2 \end{pmatrix}$$

Maka

$$x' = x + 1 \Leftrightarrow x = x' - 1$$

$$y' = y - 2 \Leftrightarrow y = y' + 2$$

Substitusikan ke garis $y = 3x - 1$, diperoleh:

$$y' + 2 = 3(x' - 1) - 1$$

$$\Leftrightarrow y' - 2 = 3x' - 3 - 1$$

$$\Leftrightarrow y' = 3x' - 2$$

Jadi, bayangannya adalah $y = 3x - 2$.

Video Tutorial 

Untuk melihat video tutorial tentang hasil translasi titik maupun kurva, kunjungi video channel berikut:

https://www.youtube.com/watch?v=iojzS-0DI_g

Anda juga dapat memindai QR Code berikut.

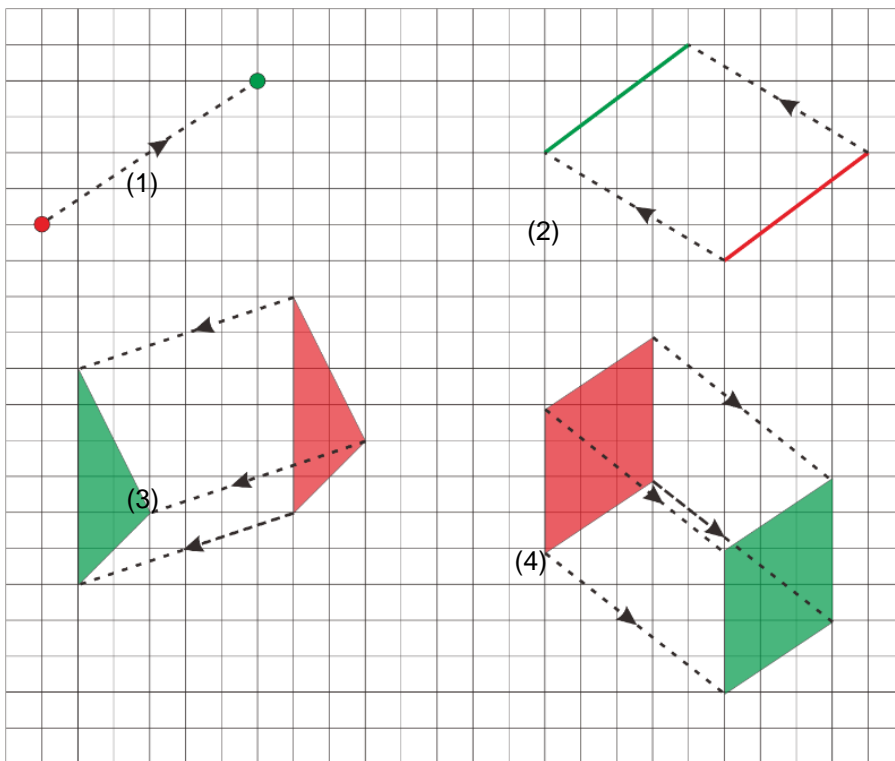




Aktivitas 2

Petunjuk belajar:

1. Amati transformasi translasi pada gambar 4.3 di bawah ini.
2. Tuliskan matriks translasi yang terjadi pada masing-masing gambar ke dalam tabel 4.1 yang disediakan.



Gambar 4.3

Tabel 4.1 Bentuk Translasi

Nomor	Bentuk Translasi
(1)	$T \begin{pmatrix} 6 \\ 4 \end{pmatrix}$
(2)	$T \begin{pmatrix} \quad \\ \quad \end{pmatrix}$
(3)	$T \begin{pmatrix} \quad \\ \quad \end{pmatrix}$
(4)	$T \begin{pmatrix} \quad \\ \quad \end{pmatrix}$



Aktivitas 3

Petunjuk belajar:

Tuliskan sifat translasi berdasarkan pengamatan pada gambar 4.3 ke dalam tabel.

Tabel 4.2 Sifat Translasi

Sifat	Ya / Tidak
Bangun yang ditranslasikan mengalami perubahan bentuk.
Bangun yang ditranslasikan mengalami perubahan ukuran.
Bangun yang ditranslasikan mengalami perubahan posisi.
Luas bangun yang ditranslasikan mengalami perubahan.



QR Code

Untuk mempelajari lebih jauh seputar translasi, kunjungi website <https://bit.ly/39jOyzX> atau dengan memindai QR code berikut dengan smartphone Anda. Pelajari materinya dan simak contoh-contoh soalnya. Dalam website tersebut aplikasi yang menjelaskan bentuk translasi. Selain itu, juga terdapat latihan soal pada bagian "your turn". Coba Anda kerjakan soal-soal tersebut.

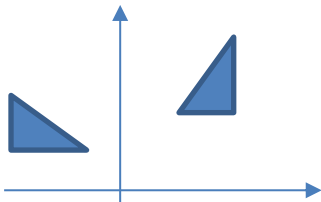




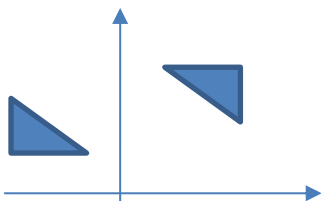
Latihan Soal

1. Translasi bangun datar yang benar ditunjukkan oleh gambar

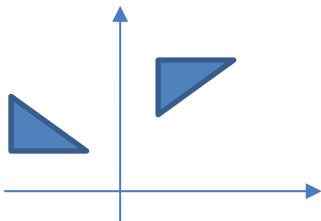
A.



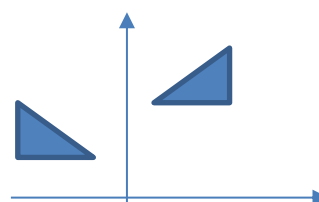
B.



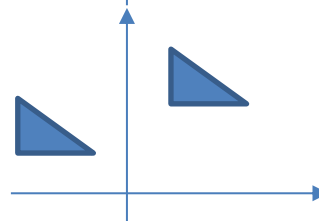
C.



D.



E.



2. Titik P ditranslasikan oleh $T = \begin{pmatrix} 3 \\ -6 \end{pmatrix}$ menghasilkan titik $P'(-1, -2)$. Koordinat titik P adalah

....

A. $(-4, 8)$

B. $(-4, 4)$

C. $(-2, -4)$

D. $(-2, 4)$

E. $(2, 4)$

3. Diketahui translasi T memetakan titik $Q(-4, 2)$ ke titik $Q'(-1, 6)$. Translasi T akan memetakan titik $R(3, -2)$ ke titik....

A. $R'(0, 4)$

B. $R'(0, 2)$

C. $R'(0, -6)$

D. $R'(6, -6)$

E. $R'(6, 2)$

4. Segitiga ABC mempunyai koordinat $A(-3, 4)$, $B(-1, 0)$, dan $C(0, 2)$. Segitiga ABC ditranslasikan oleh T menghasilkan segitiga $A'B'C'$. Jika koordinat titik $A'(1, -2)$, koordinat titik B' dan titik C' berturut-turut adalah....

- A. $(3, -6)$ dan $(4, -4)$
- B. $(3, -6)$ dan $(-4, 4)$
- C. $(-3, 6)$ dan $(4, -4)$
- D. $(-3, 6)$ dan $(-4, 4)$
- E. $(-3, -6)$ dan $(4, -4)$

5. Titik $K(-2, -4)$ ditranslasikan oleh $T_1 = \begin{pmatrix} p \\ 5 \end{pmatrix}$ dilanjutkan translasi oleh $T_2 = \begin{pmatrix} 4 \\ q \end{pmatrix}$ menghasilkan titik $K''(1, -2)$. Hasil $p - 2q$ adalah....

- A. 7
- B. 5
- C. 3
- D. -5
- E. -7

6. Garis $m: 2x - 3y + 12 = 0$ ditranslasikan oleh $T = \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \end{pmatrix}$. Persamaan garis hasil translasi adalah

- A. $2x - 3y + 16 = 0$
- B. $2x - 3y + 8 = 0$
- C. $2x - 3y + 4 = 0$
- D. $2x - 3y - 8 = 0$
- E. $2x - 3y - 16 = 0$

7. Kurva $y = x^2 + 2$ ditranslasikan oleh $T = \begin{pmatrix} -3 \\ 1 \end{pmatrix}$. Persamaan hasil translasi kurva tersebut adalah

- A. $y = (x - 3)^2 + 3$
- B. $y = (x - 3)^2 - 1$
- C. $y = (x + 3)^2 + 3$
- D. $y = (x + 3)^2 + 1$
- E. $y = (x + 3)^2 - 3$

8. Garis g ditranslasikan oleh $T = \begin{pmatrix} -1 \\ 3 \end{pmatrix}$ menghasilkan garis $g': 3x - 2y - 6 = 0$. Persamaan garis g adalah

- A. $3x - 2y - 15 = 0$
- B. $3x - 2y - 9 = 0$
- C. $3x - 2y - 3 = 0$
- D. $3x - 2y + 9 = 0$
- E. $3x - 2y + 15 = 0$



Kunci Jawaban

1. *E*
2. *B*
3. *E*
4. *A*
5. *B*
6. *C*
7. *C*
8. *A*

$$\text{Nilai} = \frac{\text{jumlah benar}}{8} \times 100$$

Berapakah pencapaianmu?



80 – 100



50 – 79



≤ 50

Rencana saya untuk mencapai hasil maksimal pada pembelajaran berikutnya:

.....

.....

.....

.....

.....

B. REFLEKSI (PENCERMINAN)

Kompetensi Inti:

1. Menghayati dan mengamalkan ajaran agama yang dianutnya
2. Menunjukkan perilaku jujur, disiplin, tanggung jawab, peduli (gotong royong, kerjasama, toleran, damai), santun, responsif, dan pro-aktif sebagai bagian dari solusi atas berbagai permasalahan dalam berinteraksi secara efektif dengan lingkungan sosial dan alam serta menempatkan diri sebagai cerminan bangsa dalam pergaulan dunia
3. Memahami, menerapkan, dan menganalisis pengetahuan faktual, konseptual, prosedural, dan metakognitif berdasarkan rasa ingintahunya tentang ilmu pengetahuan, teknologi, seni, budaya, dan humaniora dengan wawasan kemanusiaan, kebangsaan, kenegaraan, dan peradaban terkait penyebab fenomena dan kejadian, serta menerapkan pengetahuan prosedural pada bidang kajian yang spesifik sesuai dengan bakat dan minatnya untuk memecahkan masalah
4. Mengolah, menalar, dan menyaji dalam ranah konkret dan ranah abstrak terkait dengan pengembangan dari yang dipelajarinya di sekolah secara mandiri, bertindak secara efektif dan kreatif, serta mampu menggunakan metoda sesuai kaidah keilmuan

Kompetensi Dasar:

- 3.5 Menganalisis dan membandingkan transformasi dan komposisi transformasi dengan menggunakan matriks.
- 4.5 Menyelesaikan masalah yang berkaitan dengan matriks transformasi geometri (translasi, refleksi, dilatasi, dan rotasi).

Tujuan Pembelajaran:

Melalui pendekatan saintifik dengan model *discovery learning*, berbasis 4C, STEAM, literasi, dan PPK serta menggunakan metode diskusi, dan tanya jawab berbantuan LKPD dan media pembelajaran **whatsapp, google classroom, google meet**, dan **quizizz**, peserta didik diharapkan peserta didik memiliki sikap **disiplin, ingin tahu, kerjasama** dan **teliti** serta peserta didik dapat:

1. Menemukan sifat-sifat refleksi berdasarkan pengamatan pada masalah kontekstual dan pengamatan objek pada bidang koordinat.
2. Menghubungkan konsep refleksi terhadap sumbu X terkait dengan konsep matriks (konseptual).
3. Menghubungkan konsep refleksi terhadap sumbu Y terkait dengan konsep matriks (konseptual).
4. Menghubungkan konsep refleksi terhadap titik $O(0,0)$ terkait dengan konsep matriks (konseptual).
5. Menghubungkan konsep refleksi terhadap garis $y = x$ terkait dengan konsep matriks (konseptual).
6. Menghubungkan konsep refleksi terhadap garis $y = -x$ terkait dengan konsep matriks (konseptual).
7. Menghubungkan konsep refleksi terhadap garis $x = a$ terkait dengan konsep matriks (konseptual).
8. Menghubungkan konsep refleksi terhadap garis $y = b$ terkait dengan konsep matriks (konseptual).
9. Menentukan bayangan hasil refleksi dengan menggunakan matriks (procedural).
10. Memecahkan permasalahan yang berkaitan dengan konsep refleksi menggunakan matriks (procedural).



Aktivitas 1

Petunjuk belajar:
Bacalah uraian materi berikut tentang bentuk refleksi

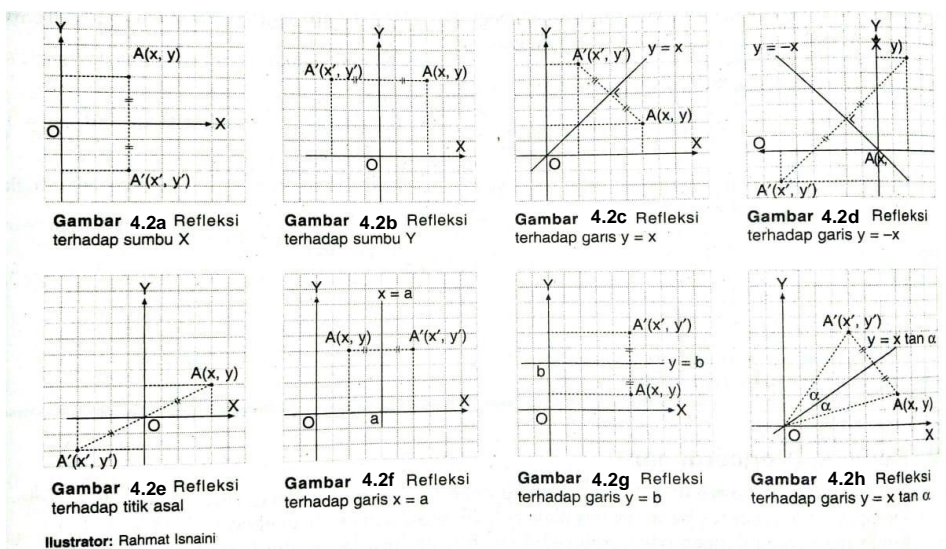


Gambar 4.1

Pernahkah kalian melihat motif batik geometri? Pada gambar 4.1 merupakan salah satu batik motif geometris. Motif ini selalu berulang mengikuti pola seperti pencerminan. Kita bisa melihat seolah-olah cerminnya adalah garis vertical yang berada di tengah motif.

Dalam matematika, perubahan posisi motif geometris tersebut termasuk transformasi jenis refleksi atau pencerminan. Bagaimana bentuk refleksi pada bidang koordinat? Pada sub bab ini, kita akan mempelajari bentuk refleksi beserta matriks transformasinya.

Refleksi (pencerminan) merupakan transformasi yang memindahkan titik menurut sifat-sifat cermin. Pencerminan biasanya terhadap garis tertentu yang bertindak sebagai cermin. Pada refleksi juga digunakan pendekatan koordinat. Perhatikan bentuk refleksi dan bayangannya pada gambar-gambar berikut.



Gambar 4.2a-4.2h menunjukkan titik $A(x, y)$ yang direfleksikan terhadap suatu garis atau titik menghasilkan titik $A'(x', y')$. Pada refleksi, segmen garis yang menghubungkan titik mula-mula (titik A) dengan hasil refleksi (titik A') akan terbagi dua sama panjang dan tegak lurus terhadap sumbu refleksinya.



Catatan

Table 4.1 Bentuk Refleksi dan Hasil Refleksinya

Gambar Refleksi	Refleksi	Pemetaan	Persamaan matriks Transformasi
Gambar 4.2a	Terhadap sumbu X	$A(x, y) \xrightarrow{M_x} A'(x, -y)$	$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$
Gambar 4.2b	Terhadap sumbu Y	$A(x, y) \xrightarrow{M_y} A'(-x, y)$	$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$
Gambar 4.2c	Terhadap garis $y = x$	$A(x, y) \xrightarrow{M_{y=x}} A'(y, x)$	$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$
Gambar 4.2d	Terhadap garis $y = -x$	$A(x, y) \xrightarrow{M_{y=-x}} A'(-y, -x)$	$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$
Gambar 4.2e	Terhadap titik $O(0,0)$	$A(x, y) \xrightarrow{M_O} A'(-x, -y)$	$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$
Gambar 4.2f	Terhadap garis $x = a$	$A(x, y) \xrightarrow{M_{x=a}} A'(2a - x, y)$	$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 2a \\ 0 \end{pmatrix}$
Gambar 4.2g	Terhadap garis $y = b$	$A(x, y) \xrightarrow{M_{y=b}} A'(x, 2b - y)$	$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ 2b \end{pmatrix}$
Gambar 4.2h	Terhadap garis $y = \tan \alpha$	$A(x, y) \xrightarrow{M_{y=x \tan \alpha}} A'(x', y')$ dengan: $x' = x \cos 2\alpha + y \sin 2\alpha$ $y' = x \sin 2\alpha - y \cos 2\alpha$	$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos 2\alpha & \sin 2\alpha \\ \sin 2\alpha & -\cos 2\alpha \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$

Contoh 1:

(Penentuan bayangan sebuah titik)

Tentukan bayangan titik $A(-3,2)$ karena pencerminan terhadap sumbu X.

Jawab:

$$A(x, y) \xrightarrow{M_x} A'(x, -y) \quad \text{maka} \quad A(-3, 2) \xrightarrow{M_x} A'(-3, -2)$$

Jadi, bayangan A adalah $A'(-3, -2)$.

Cara matriks:

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -3 \\ 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -3 \\ -2 \end{pmatrix}$$

Jadi, bayangan A adalah $A'(-3,-2)$.

Contoh 2:

(Penentuan bayangan sebuah kurva)

Tentukan bayangan garis $x + 2y - 5 = 0$ karena pencerminan terhadap sumbu Y.

Jawab:

Cara pendekatan koordinat:

M_y

$A(x, y) \longrightarrow A'(-x, y)$ maka

$$x' = -x \Leftrightarrow x = -x'$$

$$y' = y \Leftrightarrow y = y'$$

Substitusikan ke garis $x + 2y - 5 = 0$, diperoleh:

$$-x' + 2y' - 5 = 0$$

$$\Leftrightarrow x' - 2y' + 5 = 0$$

Jadi, bayangannya adalah $x - 2y + 5 = 0$.

Cara matriks:

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \\ = \begin{pmatrix} -x \\ y \end{pmatrix}$$

maka

$$x' = -x \Leftrightarrow x = -x'$$

$$y' = y \Leftrightarrow y = y'$$

Substitusikan ke garis $x + 2y - 5 = 0$, diperoleh:

$$-x' + 2y' - 5 = 0$$

$$\Leftrightarrow x' - 2y' + 5 = 0$$

Jadi, bayangannya adalah $x - 2y + 5 = 0$.

Video Tutorial



Untuk melihat video tutorial tentang hasil refleksi titik maupun kurva, kunjungi video channel berikut:

https://www.youtube.com/watch?v=qT9pr1C_SDY

Anda juga dapat memindai QR Code berikut.





Aktivitas 2

Petunjuk belajar:

Tuliskan sifat refleksi berdasarkan pengamatan pada gambar 4.2a-4.2h ke dalam tabel.

Tabel 4.2 Sifat Refleksi

Sifat	Ya / Tidak
Bangun yang direfleksikan mengalami perubahan bentuk.
Bangun yang direfleksikan mengalami perubahan ukuran.
Bangun yang direfleksikan mengalami perubahan posisi.
Luas bangun yang direfleksikan mengalami perubahan.
Jarak bangun ke cermin sama dengan jarak bayangan ke cermin.



QR Code

Untuk mempelajari lebih jauh seputar refleksi, kunjungi website <https://bit.ly/38iNgDi> atau dengan memindai QR code berikut dengan smartphone Anda. Pelajari materinya dan simak contoh-contoh soalnya. Dalam website tersebut aplikasi yang menjelaskan bentuk refleksi. Selain itu, juga terdapat latihan soal pada bagian "your turn". Coba Anda kerjakan soal-soal tersebut.

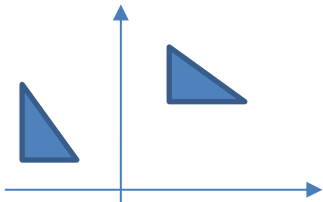




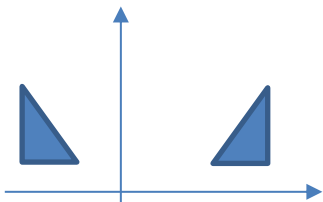
Latihan Soal

1. Refleksi bangun datar yang benar ditunjukkan oleh gambar

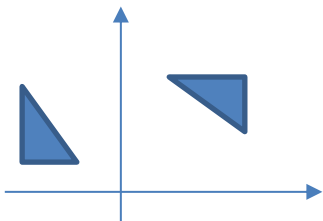
A.



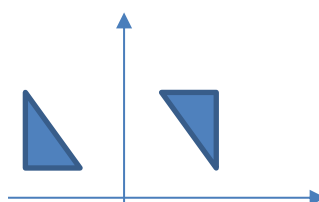
B.



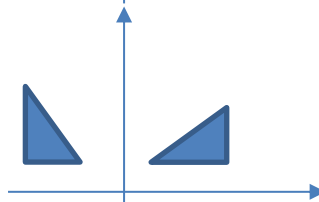
C.



D.

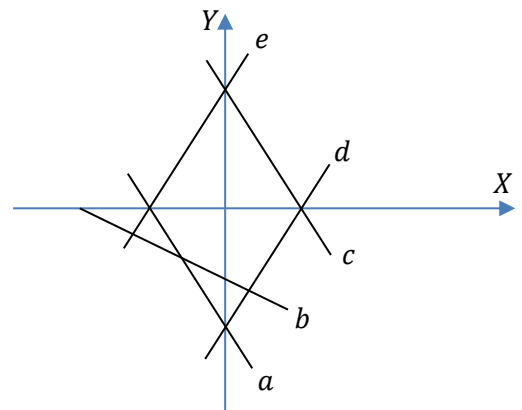


E.



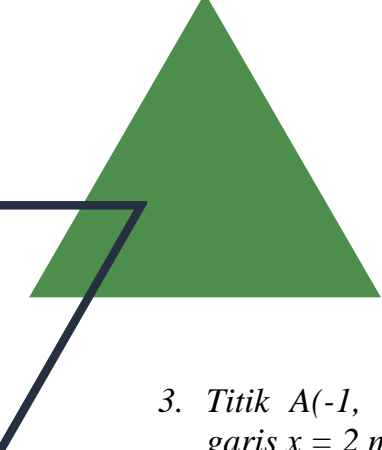
2. Perhatikan gambar dan pernyataan berikut.

- (i) Hasil refleksi garis a terhadap sumbu Y adalah garis e .
- (ii) Hasil refleksi garis b terhadap garis $y = -x$ adalah garis c .
- (iii) Hasil refleksi garis c terhadap sumbu X adalah garis d .
- (iv) Hasil refleksi garis e terhadap garis $y = 0$ adalah garis b .



Pernyataan yang benar ditunjukkan oleh....

- A. (i) dan (ii)
- B. (i) dan (iii)
- C. (ii) dan (iii)
- D. (ii) dan (iv)
- E. (iii) dan (iv)



3. Titik $A(-1, 3)$ direfleksikan terhadap garis $x = 2$ menghasilkan titik....

- A. $A'(-5, 3)$
- B. $A'(-3, 3)$
- C. $A'(1, 3)$
- D. $A'(3, 3)$
- E. $A'(5, 3)$

4. Segitiga ABC mempunyai koordinat $A(-3, 4)$, $B(-1, 0)$, dan $C(3, 2)$. Segitiga ABC direfleksikan terhadap garis $y = x$ menghasilkan segitiga $A'B'C'$. Koordinat titik A' , titik B' , dan titik C' adalah....

- A. $A'(4, -3)$, $B'(0, -1)$, dan $C'(2, 3)$
- B. $A'(3, 4)$, $B'(1, 0)$, dan $C'(-3, 2)$
- C. $A'(-3, 4)$, $B'(-1, 0)$, dan $C'(3, 2)$
- D. $A'(-3, -4)$, $B'(-1, 0)$, dan $C'(3, -2)$
- E. $A'(-4, -3)$, $B'(0, -1)$, dan $C'(-2, 3)$

5. Hasil refleksi titik $D(3, -4)$ terhadap garis $y = -x$ dilanjutkan refleksi terhadap sumbu Y adalah....

- A. $D''(3, 4)$
- B. $D''(-3, 4)$
- C. $D''(-3, -4)$
- D. $D''(-4, -3)$
- E. $D''(-4, 3)$



6. Jika bayangan titik K oleh refleksi terhadap garis $y = -3$ adalah $K'(3, -10)$, maka koordinat asal titik K adalah

- A. $K(3, 16)$
- B. $K(3, 4)$
- C. $K(3, -16)$
- D. $K(3, -4)$
- E. $K(-4, 3)$

7. Persamaan garis dari hasil pencerminan garis $x - 2y + 2 = 0$ oleh garis $y = -x$ adalah

- A. $2x - y + 2 = 0$
- B. $2x + y - 2 = 0$
- C. $2x - y - 2 = 0$
- D. $-2x + y + 2 = 0$
- E. $x - 2y - 2 = 0$

8. Kurva $y = x^2$ direfleksikan terhadap garis $y = -1$. Persamaan hasil refleksi kurva tersebut adalah

- A. $y = x^2 - 2$
- B. $y = x^2 + 2$
- C. $y = -x^2$
- D. $y = -x^2 + 2$
- E. $y = -x^2 - 2$



Kunci Jawaban

1. *B*
2. *C*
3. *E*
4. *A*
5. *D*
6. *B*
7. *E*
8. *E*

$$\text{Nilai} = \frac{\text{jumlah benar}}{8} \times 100$$

Berapakah pencapaianmu?



80 – 100



50 – 79



≤ 50

Rencana saya untuk mencapai hasil maksimal pada pembelajaran berikutnya:

.....

.....

.....

.....

.....

C. ROTASI (PERPUTARAN)

Kompetensi Inti:

1. Menghayati dan mengamalkan ajaran agama yang dianutnya
2. Menunjukkan perilaku jujur, disiplin, tanggung jawab, peduli (gotong royong, kerjasama, toleran, damai), santun, responsif, dan pro-aktif sebagai bagian dari solusi atas berbagai permasalahan dalam berinteraksi secara efektif dengan lingkungan sosial dan alam serta menempatkan diri sebagai cerminan bangsa dalam pergaulan dunia
3. Memahami, menerapkan, dan menganalisis pengetahuan faktual, konseptual, prosedural, dan metakognitif berdasarkan rasa ingintahunya tentang ilmu pengetahuan, teknologi, seni, budaya, dan humaniora dengan wawasan kemanusiaan, kebangsaan, kenegaraan, dan peradaban terkait penyebab fenomena dan kejadian, serta menerapkan pengetahuan prosedural pada bidang kajian yang spesifik sesuai dengan bakat dan minatnya untuk memecahkan masalah
4. Mengolah, menalar, dan menyaji dalam ranah konkret dan ranah abstrak terkait dengan pengembangan dari yang dipelajarinya di sekolah secara mandiri, bertindak secara efektif dan kreatif, serta mampu menggunakan metoda sesuai kaidah keilmuan

Kompetensi Dasar:

- 3.5 Menganalisis dan membandingkan transformasi dan komposisi transformasi dengan menggunakan matriks.
- 4.5 Menyelesaikan masalah yang berkaitan dengan matriks transformasi geometri (translasi, refleksi, dilatasi, dan rotasi).

Tujuan Pembelajaran:

Melalui pendekatan saintifik dengan model *discovery learning*, berbasis 4C, STEAM, literasi, dan PPK serta menggunakan metode diskusi, dan tanya jawab berbantuan LKPD dan media pembelajaran **whatsapp, google classroom, google meet**, dan **quizizz**, peserta didik diharapkan peserta didik memiliki sikap **disiplin, ingin tahu, kerjasama** dan **teliti** serta peserta didik dapat:

1. Menemukan sifat-sifat rotasi berdasarkan pengamatan pada masalah kontekstual dan pengamatan objek pada bidang koordinat (konseptual).
2. Menghubungkan konsep rotasi sejauh θ terhadap pusat $O(0,0)$ terkait dengan konsep matriks (konseptual).
3. Menghubungkan konsep rotasi sejauh θ terhadap pusat $P(a,b)$ terkait dengan konsep matriks (konseptual).
4. Menentukan bayangan hasil rotasi dengan menggunakan matriks (prosedural).
5. Memecahkan permasalahan yang berkaitan dengan rotasi menggunakan matriks (prosedural).



Aktivitas 1

Petunjuk belajar:
Bacalah uraian materi berikut tentang bentuk rotasi



Gambar 4.1

Pernahkah kalian melihat atau mencoba menaiki bianglala? Pada gambar 4.1 merupakan wahana bianglala yang dapat kita jumpai di taman bermain atau area bermain. Bianglala ini berjalan dengan cara berputar. Ketika kamu naik bianglala, maka posisi kamu akan berubah-ubah, kadang di atas, kadang di bawah, atau pada posisi lainnya pada bianglala.

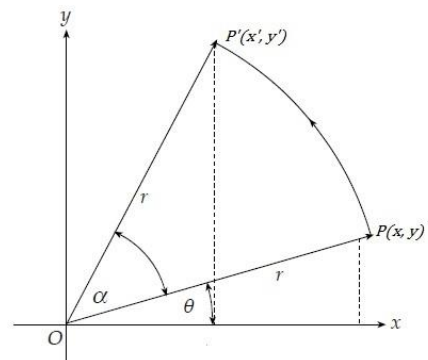
Dalam matematika, perubahan posisi pada bianglala tersebut termasuk transformasi jenis rotasi atau perputaran. Bagaimana bentuk rotasi pada bidang koordinat? Pada sub bab ini, kita akan mempelajari bentuk rotasi beserta matriks transformasinya.

Rotasi (perputaran) merupakan putaran benda pada poros yang tetap. Rotasi termasuk transformasi geometri. Rotasi dapat diartikan sebagai transformasi yang memindahkan titik-titik dengan cara memutar titik-titik tersebut sejauh α terhadap titik pusat tertentu. Pada rotasi digunakan pendekatan koordinat. Untuk arah putaran berlawanan dengan putaran jarum jam maka α bernilai positif. Sebaliknya, untuk arah putaran searah dengan putaran jarum jam maka α bernilai negatif.

Jenis Rotasi

1. Rotasi terhadap Titik Pusat $(0, 0)$

Rotasi sejauh α berlawanan arah dengan putaran jarum jam terhadap titik pusat $O(0, 0)$ dinotasikan $R[O(0, 0), \alpha]$. Untuk memahami bentuk rotasi ini, perhatikan Gambar 4.2. Titik $A(x, y)$ dirotasikan sebesar α terhadap titik pusat $(0, 0)$ menghasilkan titik $A'(x', y')$.



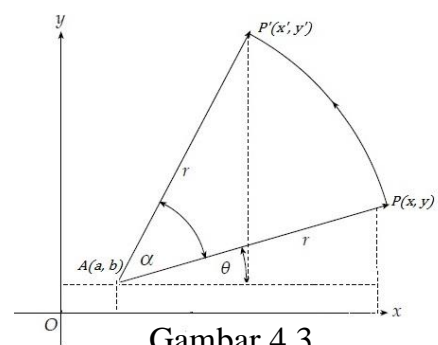
Gambar 4.2

Rotasi titik A dapat dituliskan dengan:

$$A(x, y) \xrightarrow{R(O, \alpha)} A'(x', y') \quad \text{di mana} \quad \begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \alpha & -\sin \alpha \\ \sin \alpha & \cos \alpha \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$$

2. Rotasi terhadap Titik Pusat $P(a, b)$

Rotasi sejauh α berlawanan arah dengan putaran jarum jam terhadap titik pusat $P(a, b)$ dinotasikan $R[P, \alpha]$. Untuk memahami bentuk rotasi ini, perhatikan Gambar 4.3. Titik $A(x, y)$ dirotasikan sebesar α terhadap titik pusat $P(a, b)$ menghasilkan titik $A'(x', y')$.



Gambar 4.3

Rotasi titik A dapat dituliskan dengan:

$$A(x, y) \xrightarrow{R(P, \alpha)} A'(x', y') \quad \text{di mana} \quad \begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \alpha & -\sin \alpha \\ \sin \alpha & \cos \alpha \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x - a \\ y - b \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}$$



Catatan

Table 4.1 Bentuk Rotasi Sudut Istimewa dan Hasil Refleksinya

Refleksi	Pemetaan	Persamaan matriks Transformasi
90°	$A(x, y) \xrightarrow{R(O, 90^\circ)} A'(-y, x)$	$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$
180°	$A(x, y) \xrightarrow{R(O, 180^\circ)} A'(-x, -y)$	$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$
270°	$A(x, y) \xrightarrow{R(O, 270^\circ)} A'(y, -x)$	$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$

Contoh 1:

(Penentuan bayangan sebuah titik)

Tentukan bayangan titik $A(2, -3)$ dirotasi sebesar $\frac{\pi}{2}$ terhadap pusat $(-3, 4)$.

Jawab:

$$A(2, -3) \xrightarrow{R\left((-3, 4), \frac{\pi}{2}\right)} A'(x', y')$$

$$\begin{aligned} \begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} \cos \frac{\pi}{2} & -\sin \frac{\pi}{2} \\ \sin \frac{\pi}{2} & \cos \frac{\pi}{2} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 - (-3) \\ -3 - 4 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -3 \\ 4 \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 5 \\ -7 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -3 \\ 4 \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} 7 \\ 5 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -3 \\ 4 \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} 4 \\ 9 \end{pmatrix} \end{aligned}$$

Jadi, bayangan titik A adalah $A'(4, 9)$.

Contoh 2:

(Penentuan bayangan sebuah kurva)

Tentukan bayangan garis $2x - y + 3 = 0$ karena rotasi sejauh $\frac{3\pi}{2}$ searah jarum jam dengan pusat rotasi O .

Jawab:

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos\left(-\frac{3\pi}{2}\right) & -\sin\left(-\frac{3\pi}{2}\right) \\ \sin\left(-\frac{3\pi}{2}\right) & \cos\left(-\frac{3\pi}{2}\right) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -y \\ x \end{pmatrix} \text{ maka}$$

$$x' = -y \Leftrightarrow y = -x'$$

$$y' = x \Leftrightarrow x = y'$$

Substitusikan ke garis $2x - y + 3 = 0$, diperoleh:

$$2y' - (-x') + 3 = 0$$

$$\Leftrightarrow x' + 2y' + 3 = 0$$

Jadi, bayangannya adalah $x + 2y + 3 = 0$.

Video Tutorial



Untuk melihat video tutorial tentang hasil rotasi titik maupun kurva, kunjungi video channel berikut:

<https://youtu.be/yeNs4O3M3M>

Anda juga dapat memindai QR Code berikut.





Aktivitas 2

Petunjuk belajar:

Tuliskan sifat rotasi berdasarkan pengamatan pada gambar 4.2 dan 4.3 ke dalam tabel.

Tabel 4.2 Sifat Rotasi

Sifat	Ya / Tidak
Bangun yang dirotasikan mengalami perubahan bentuk.
Bangun yang dirotasikan mengalami perubahan ukuran.
Bangun yang dirotasikan mengalami perubahan posisi.
Luas bangun yang dirotasikan mengalami perubahan.



QR Code

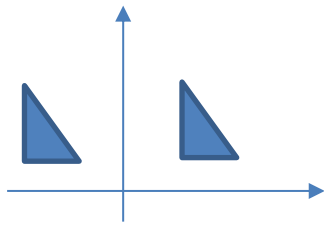
Untuk mempelajari lebih jauh seputar rotasi, kunjungi website <https://bit.ly/2TkawoA> atau dengan memindai QR code berikut dengan smartphone Anda. Pelajari materinya dan simak contoh-contoh soalnya. Dalam website tersebut aplikasi menjelaskan yang bentuk rotasi. Selain itu juga terdapat latihan soal pada bagian "your turn". Coba Anda kerjakan soal-soal tersebut.



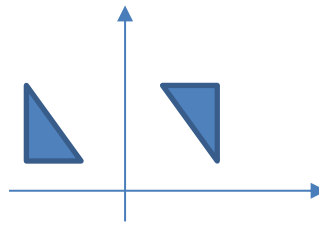


Latihan Soal

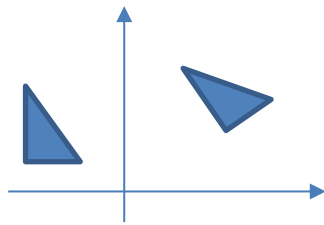
1. Rotasi bangun datar yang benar ditunjukkan oleh gambar



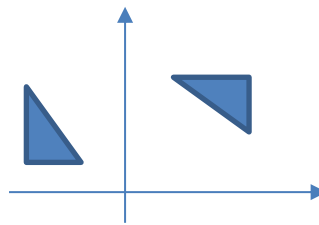
(i)



(ii)



(iii)

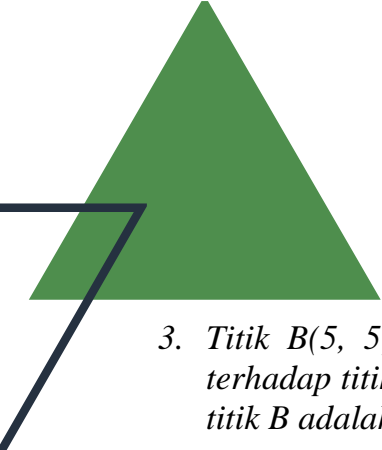


(iv)

- A. (i) dan (iii)
- B. (i) dan (iv)
- C. (ii) dan (iii)
- D. (ii) dan (iv)
- E. (iii) dan (iv)

2. Titik $A(1,2)$ dirotasikan sebesar 270° terhadap titik pusat $(0,0)$ menghasilkan titik A' . Koordinat titik A' adalah ..

- A. $(1,-2)$
- B. $(-1, 2)$
- C. $(-1, -2)$
- D. $(-2,1)$
- E. $(-2, -1)$



3. Titik $B(5, 5)$ dirotasikan sebesar 90° terhadap titik pusat $(2, -3)$. Hasil rotasi titik B adalah

- A. $B'(-10, 0)$
- B. $B'(-6, 0)$
- C. $B'(-6, 6)$
- D. $B'(6, 0)$
- E. $B'(6, 6)$

4. Titik M dirotasikan sebesar 90° terhadap titik pusat O menghasilkan titik $M'(-1, 4)$. Koordinat titik asal M adalah

- A. $M(4, 1)$
- B. $M(-4, 1)$
- C. $M(4, -1)$
- D. $M(1, 4)$
- E. $M(-1, -4)$


5. Titik $C(4, -5)$ dirotasikan sebesar -90° terhadap titik pusat P menghasilkan titik $C'(-6, -7)$. Koordinat titik pusat P adalah

- A. $(-2, -1)$
- B. $(-2, 1)$
- C. $(-1, -2)$
- D. $(-1, 2)$
- E. $(1, -2)$

6. Titik $D(-1, -2)$ dirotasikan sebesar 150° terhadap titik $(-3, 2)$. Hasilnya dirotasikan lagi sebesar 120° terhadap titik pusat $(-3, 2)$. Hasil akhir rotasi titik

D adalah....

- A. $D''(7, -4)$
- B. $D''(7, 0)$
- C. $D''(-7, -4)$
- D. $D''(-7, 4)$
- E. $D''(-7, 0)$



7. Kurva $y = x^2 + 2$ dirotasikan sebesar 180° terhadap titik pusat $(0, 0)$. Persamaan hasil rotasi kurva tersebut adalah....

- A. $y = x^2 - 4$
- B. $y = x^2 - 2$
- C. $y = -x^2 + 2$
- D. $y = -x^2 - 2$
- E. $y = -x^2 - 4$

8. Garis $g: 4x - 3y - 12 = 0$ dirotasikan sebesar 210° terhadap titik pusat $(0, 0)$, lalu dirotasikan lagi sebesar 60° terhadap titik pusat $(0, 0)$. Persamaan garis hasil rotasi garis g adalah....

- A. $3x + 4y + 12 = 0$
- B. $3x + 4y - 12 = 0$
- C. $3x - 4y + 12 = 0$
- D. $4x + 3y + 12 = 0$
- E. $4x + 3y - 12 = 0$



Kunci Jawaban

1. *C*
2. *A*
3. *B*
4. *A*
5. *A*
6. *E*
7. *D*
8. *D*

$$\text{Nilai} = \frac{\text{jumlah benar}}{8} \times 100$$

Berapakah pencapaianmu?



80 – 100



50 – 79



≤ 50

Rencana saya untuk mencapai hasil maksimal pada pembelajaran berikutnya:

.....

.....

.....

.....

.....



DAFTAR PUSTAKA

Sukino. 2014. *Matematika untuk SMA/MA Kelas XI Kelompok Wajib Semester 2*, Jakarta: Penerbit Erlangga.

Ngapiningsih, Tyas Ika Utami, dan Suparno. 2020. *Matematika untuk SMA/MA Mata Pelajaran Wajib Kelas XI Semester 1*. Yogyakarta: Intan Pariwara.

Khazanah.republika.co.id. Mengenal Ilmuwan yang Mengembangkan Ilmu Geometri. 8 Agustus 2019.16.16. (Diakses 25 September 2019). diakses dari <https://khazanah.republika.co.id/berita/pvwrqj313/mengenal-ilmuwan-yang-mengembangkan-ilmu-geometri>