

	FORMULIR	Kode Dok.	KUR/PRP/FO-001
	RENCANA PELAKSANAAN PEMBELAJARAN	Status Revisi	01
		Halaman	1 dari 1
		Tanggal Berlaku	2 Mei 2017

RENCANA PELAKSANAAN PEMBELAJARAN SMK N 1 WIROSARI

Mata Pelajaran	Matematika
Kelas/Semester	XII / ganjil
Alokasi Waktu	1 pertemuan (2 JP x 45 menit)
KD : 3.33 Menentukan nilai integral tak tentu dan tertentu fungsi aljabar	KD : 4.33 Menyelesaikan masalah yang berkaitan dengan integral tak tentu dan tertentu fungsi aljabar
IPK 3.33.1 Memecahkan persoalan integral tak tentu dari fungsi aljabar 3.33.2 Memecahkan persoalan integral tertentu dari fungsi aljabar	IPK 4.33.1 Merinci langkah memecahkan masalah yang berkaitan dengan integral tak tentu 4.33.2 Merinci langkah memecahkan masalah yang berkaitan dengan integral tertentu
Materi Pembelajaran	<i>Integral</i>
Tujuan Pembelajaran Melalui kegiatan pembelajaran SPADA dengan pendekatan TPACK, peserta didik secara kreatif, kritis, kolaborasi dan komunikasi mampu : Merinci langkah dalam memecahkan persoalan integral tertentu dan tertentu dari fungsi aljabar setelah berdiskusi dan menggali informasi dengan mandiri, penuh rasa tanggung jawab, teliti, kerja keras dan percaya diri	
Sumber Belajar : Buku paket matematika untuk SMK dan MAK Kelas XII, materi power point (http://tiny.cc/materi_integral_tegar), serta video pembelajaran (http://tiny.cc/video_integral_tentu dan http://tiny.cc/video_integral_taktentu)	

Langkah-langkah pembelajaran

<p>Metode pembelajaran: <i>Sistem Pembelajaran Daring (SPADA)</i></p> <ul style="list-style-type: none"> • Penyajian bahan ajar di WAG dan googleclassroom • Soal online menggunakan Google Form <p>Produk: Hasil ulangan harian integral tentu dan tak tentu.</p> <p>Deskripsi: Peserta didik secara individu mengerjakan soal sebagai Evaluasi / Ulangan harian Integral tentu dan tak tentu.</p> <p>Alat, Bahan, Media: <i>Alat / bahan: laptop, hp android dan kuota</i> <i>Media: googleclassroom</i> (https://classroom.google.com/c/MTE2ODkxODExNjky), WAG, link soal : https://tiny.cc/uh_integral1_pak-tegar</p>	<p>Langkah Pembelajaran:</p> <p>a. Kegiatan Pendahuluan (5 menit)</p> <ul style="list-style-type: none"> ~ Melalui whatsapp Group (WAG) guru mengucapkan salam, berdoa Bersama siswa, menyampaikan tujuan pembelajaran, motivasi (religious) ~ Mengingatkan siswa untuk masuk di google classroom dan segera absen menggunakan google form : https://forms.gle/xk16wQWw65d4dN7CA <p>b. Kegiatan Inti (75 menit) Pertemuan 27</p> <ul style="list-style-type: none"> ~ Peserta didik masuk ke google classroom dan mengerjakan soal yang telah di share oleh guru melalui link google form.: https://tiny.cc/uh_integral1_pak-tegar dengan batas waktu 60 menit (percaya diri, teliti, jujur, dan kerja keras) ~ Melalui video conference (google meet), peserta didik dapat bertanya ke guru jika ada kesulitan seelama pembelajaran integral tentu dan tak tentu serta jika menemukan soal yang dirasa sulit (4c-collaboration & communication, menanya, percaya diri, kerja keras) ~ Peserta didik bersama guru membahas permasalahan tersebut melalui video conference (google meet) maksimal 15 menit (4c-collaboration & communication) <p>c. Kegiatan Penutup (5 menit)</p> <ul style="list-style-type: none"> ~ Membuat simpulan, refleksi, umpan balik seluruh rangkaian materi integral tentu dan tak tentu melalui video conference (google meet) maksimal 5 menit (4c-collaboration & communication) ~ Peserta didik mendengarkan pesan guru tentang pembelajaran pada pertemuan yang akan datang yaitu integral substitusi. ~ Peserta didik diberi motivasi agar lebih semangat lagi belajar dari rumah ~ Peserta didik dan guru mengakhiri kegiatan belajar dan berdoa (religious)
<p>Asesmen:</p> <ul style="list-style-type: none"> ▪ Tes tertulis online: soal-soal terkait materi tentang pengertian integral dan integral tentu pada link https://tiny.cc/uh_integral1_pak-tegar ▪ Penilaian Sikap : Sikap peserta didik saat pembelajaran melalui observasi. 	

Mengetahui :
Kepala SMK N 1 Wirosari

Wirosari, Juli 2020
Guru Mapel

Drs. MARIYA, M. Pd
NIP. 19620420 198203 1 007

IWAN TEGAR MANDIRI, S.Pd.Si.
NIP.

Nama : Iwan Tegar Mandiri
No. Peserta : 20031518010308
Prodi PPG : [180] Matematika
LPTK : Universitas Widya Dharma

INTEGRAL TAK TENTU

Mengapa Belajar Integral

Lihatlah gedung-gedung pencakar langit yang ada di Jakarta, atau Petronas di Kuala Lumpur.

Semakin tinggi bangunan semakin kuat angin yang menghantamnya. Karenanya bagian atas bangunan harus dirancang berbeda dengan bagian bawah.

Untuk menentukan rancangan yang tepat, digunakan perhitungan **integral**.



Kompetensi Dasar:

- 3.33 Menentukan nilai integral tak tentu dan tertentu fungsi aljabar
- 4.33 Menyelesaikan masalah yang berkaitan dengan integral tak tentu dan tertentu fungsi aljabar

Indikator Pencapaian Kompetensi :

- 3.33.1 Memecahkan persoalan integral tak tentu dari fungsi aljabar
- 4.33.1 Merinci langkah dalam memecahkan masalah yang berkaitan dengan integral tak tentu

A. Deskripsi

Dalam modul ini Anda akan mempelajari penyelesaian integral tak tentu.

B. Prasyarat

Untuk mempelajari modul ini, para siswa diharapkan telah menguasai konsep differensial fungsi aljabar dan fungsi trigonometri serta siswa mampu menggambar grafik suatu fungsi pada bidang koordinat.

C. Petunjuk Penggunaan Modul

Untuk mempelajari modul ini, hal-hal yang perlu Anda lakukan adalah sebagai berikut:

1. Untuk mempelajari modul ini haruslah berurutan, karena materi yang mendahului merupakan prasyarat untuk mempelajari materi berikutnya.
2. Pahamiilah contoh-contoh soal yang ada, dan kerjakanlah semua soal latihan yang ada. Jika dalam mengerjakan soal Anda menemui kesulitan, kembalilah mempelajari materi yang terkait.
3. Kerjakanlah soal evaluasi dengan cermat. Jika Anda menemui kesulitan dalam mengerjakan soal evaluasi, kembalilah mempelajari materi yang terkait.
4. Jika Anda mempunyai kesulitan yang tidak dapat Anda pecahkan, catatlah, kemudian tanyakan kepada guru pada saat kegiatan tatap muka atau bacalah referensi lain yang berhubungan dengan materi modul ini. Dengan membaca referensi lain, Anda juga akan mendapatkan pengetahuan tambahan.

D. Tujuan Akhir

Melalui kegiatan pembelajaran di modul ini dengan pendekatan TPACK, peserta didik secara kreatif, kritis, kolaborasi dan komunikasi mampu :

Merinci langkah dalam memecahkan persoalan integral tak tentu dari fungsi aljabar setelah berdiskusi dan menggali informasi dengan mandiri, penuh rasa tanggung jawab, teliti, kerja keras dan percaya diri

1. Kegiatan Belajar 1

a. Definisi :

Jika $F(x)$ adalah fungsi yang bersifat $F'(x) = f(x)$, maka $F(x)$ merupakan antiturunan atau integral dari $f(x)$. atau dengan kata lain ntegral merupakan operasi balikan (invers) dari diffrensial.

Integral tak tentu

a. Defnisi

Integral tak tentu : $\int f(x)dx = F(x) + C \Leftrightarrow F'(x) = f(x)$, dimana c adalah konstanta

b. Teorema Pengintegralan

Teorema 1

Jika k merupakan suatu konstanta maka $\int k dx = kx + C$; $C =$ konstanta

Contoh 1.1

$$1. \int 5 dx = 5x + C$$

$$2. \int 2\pi dx = 2\pi x + C$$

$$3. \int dx = x + C$$

Teorema 2

Jika n merupakan bilangan rasional dan $n \neq 0$, maka $\int x^n dx = \frac{1}{n+1} x^{n+1} + C$,
dimana $C =$ Konstanta

Contoh 1.2:

$$1. \int x^5 dx = \frac{1}{5+1} x^{5+1} + C = \frac{1}{6} x^6 + C$$

$$\begin{aligned}
 2. \int \sqrt[4]{x^3} dx &= \int x^{\frac{3}{4}} dx \\
 &= \frac{1}{\frac{3}{4}+1} x^{\frac{3}{4}+1} + C \\
 &= \frac{1}{\frac{7}{4}} x^{\frac{7}{4}} + C = \frac{4}{7} x \cdot \sqrt[4]{x^3} + C
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 3. \int \frac{x}{\sqrt[3]{x^4}} dx &= \int x^{1-\frac{4}{3}} dx \\
 &= \int x^{-\frac{1}{3}} dx \\
 &= \frac{1}{-\frac{1}{3}+1} x^{-\frac{1}{3}+1} + C \\
 &= \frac{1}{\frac{2}{3}} x^{\frac{2}{3}} + C \\
 &= \frac{3}{2} \sqrt[3]{x^2} + C
 \end{aligned}$$

Teorema 3

Jika $f(x)$ adalah suatu fungsi yang terintegralkan dan k adalah konstanta maka

$$\int k \cdot f(x) dx = k \int f(x)$$

Contoh 1.3 :

$$\begin{aligned}
 1. \int 3t^3 dt &= 3 \int t^3 dt \\
 &= 3 \left(\frac{1}{3+1} t^{3+1} + C \right) \\
 &= \frac{3}{4} t^4 + C
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
2. \int \frac{5}{2} \sqrt{x^3} dx &= \frac{5}{2} \int x^{\frac{3}{2}} dx \\
&= \frac{5}{2} \left(\frac{1}{\frac{3}{2}+1} x^{\frac{3}{2}+1} + C \right) \\
&= \frac{5}{2} \left(\frac{2}{5} x^{\frac{5}{2}} + C \right) \\
&= x^2 \sqrt{x} + C
\end{aligned}$$

Teorema 4

Jika $f(x)$ dan $g(x)$ adalah fungsi-fungsi yang terintegralkan maka

$$\int (f(x) \pm g(x)) dx = \int f(x) dx \pm \int g(x) dx$$

Contoh 1.4:

$$\begin{aligned}
1. \int (x^2 - 2x + 1) dx &= \int x^2 dx - \int 2x dx + \int dx \\
&= \frac{1}{3} x^3 + c_1 - \frac{2}{2} x^2 + c_2 + x + c_3 \\
&= \frac{1}{3} x^3 - x^2 + x + C; \quad c_1 + c_2 + c_3 = C
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
2. \int \frac{\sqrt{x}-1}{x^2} dx &= \int \left(\frac{\sqrt{x}}{x^2} - \frac{1}{x^2} \right) dx = \int \frac{\sqrt{x}}{x^2} dx - \int \frac{1}{x^2} dx \\
&= \int x^{-\frac{3}{2}} dx - \int x^{-2} dx \\
&= \frac{1}{-\frac{3}{2}+1} x^{-\frac{3}{2}+1} - \frac{1}{-2+1} x^{-2+1} + C \\
&= -2x^{-\frac{1}{2}} + x^{-1} + C \\
&= \frac{-2}{\sqrt{x}} + \frac{1}{x} + C
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
3. \int (2x-4)^2 dx &= \int (4x^2 - 16x + 16) dx \\
&= \frac{4}{3} x^3 - \frac{16}{2} x^2 + 16x + C \\
&= \frac{4}{3} x^3 - 8x^2 + 16x + C
\end{aligned}$$

Rangkuman 1

Teorema pengintegralan

a. fungsi konstan $\int k dx = kx + C$, k dan C adalah konstan

b. pangkat $\int x^n dx = \frac{1}{n+1} x^{n+1}$, n bilangan rasional dan $n \neq -1$

c. Perkalian konstan dengan fungsi $\int k \cdot f(x) dx = k \int f(x)$

d. penjumlahan dua fungsi $\int (f(x) + g(x)) dx = \int f(x) dx + \int g(x) dx$

e. pengurangan dua fungsi $\int (f(x) - g(x)) dx = \int f(x) dx - \int g(x) dx$

Tugas 1

(Selesaikan masalah berikut dengan tepat, setelah itu pilih satu soal dan coba memecahkan masalah tersebut menggunakan media vlog !) (TPACK)

1. Tentukan integral berikut :

a. $\int x^{\frac{2}{3}}$

b. $\int (5x^4 + \pi) dx$

c. $\int \frac{4x^6 + 3x^5 - 8}{x^5}$

2. Tentukan fungsi $f(x)$ jika diketahui : (HOT'S)

a. $f'(x) = 5x^{-2} - 2x$ dan $f(0) = 2$

b. $f'(x) = x^2(3x^{-2} + 6x)$ dan $f(-2) = 1$

Untuk lebih jelasnya, silahkan bisa menonton video di link berikut :

http://tiny.cc/video_integral_taktentu

DAFTAR PUSTAKA

Ristekdikti. 2020. *Modul Daring PPG Daljab 2020*. Jakarta:Ristekdikti

Nama : Iwan Tegar Mandiri
No. Peserta : 20031518010308
Prodi PPG : [180] Matematika
LPTK : Universitas Widya Dharma

INTEGRAL TERTENTU

Sekilas Info

Orang yang pertama kali menemukan integral tertentu adalah George Friedrich Bernhard Riemann, seorang Matematikawan asal Jerman yang lahir pada tahun 1826. Riemann menjelaskan integral tertentu dengan menggunakan luas daerah yang dihitungnya menggunakan poligon dalam dan poligon luar. Untuk mengenang jasanya, integral tertentu tersebut dinamakan integral Riemann. Riemann meninggal pada tahun 1866.



Sumber : *Calculus and Geometry Analtic.*

Kompetensi Dasar:

- 3.33 Menentukan nilai integral tak tentu dan tertentu fungsi aljabar
- 4.33 Menyelesaikan masalah yang berkaitan dengan integral tak tentu dan tertentu fungsi aljabar

Indikator Pencapaian Kompetensi :

- 3.33.2 Memecahkan persoalan integral tentu dari fungsi aljabar
- 4.33.2 Merinci langkah dalam memecahkan masalah yang berkaitan dengan integral tertentu

A. Deskripsi

Dalam modul ini Anda akan mempelajari penyelesaian integral tertentu.

B. Prasyarat

Untuk mempelajari modul ini, para siswa diharapkan telah menguasai konsep integral tak tentu beserta sifat – sifatnya.

C. Petunjuk Penggunaan Modul

Untuk mempelajari modul ini, hal-hal yang perlu Anda lakukan adalah sebagai berikut:

1. Untuk mempelajari modul ini haruslah berurutan, karena materi yang mendahului merupakan prasyarat untuk mempelajari materi berikutnya.
2. Pahamiilah contoh-contoh soal yang ada, dan kerjakanlah semua soal latihan yang ada. Jika dalam mengerjakan soal Anda menemui kesulitan, kembalilah mempelajari materi yang terkait.
3. Kerjakanlah soal evaluasi dengan cermat. Jika Anda menemui kesulitan dalam mengerjakan soal evaluasi, kembalilah mempelajari materi yang terkait.
4. Jika Anda mempunyai kesulitan yang tidak dapat Anda pecahkan, catatlah, kemudian tanyakan kepada guru pada saat kegiatan tatap muka atau bacalah referensi lain yang berhubungan dengan materi modul ini. Dengan membaca referensi lain, Anda juga akan mendapatkan pengetahuan tambahan.

D. Tujuan Akhir

Melalui kegiatan pembelajaran di modul ini dengan pendekatan TPACK, peserta didik secara kreatif, kritis, kolaborasi dan komunikasi mampu :

Merinci langkah dalam memecahkan persoalan integral tertentu dari fungsi aljabar setelah berdiskusi dan menggali informasi dengan mandiri, penuh rasa tanggung jawab, teliti, kerja keras dan percaya diri

INTEGRAL TENTU

A. Pengertian Integral Tentu

Integral dengan batas-batas integrasi dinamakan integral tentu. Jika $f(x)$ merupakan turunan dari $F(x)$, maka integral tentu dari $f(x)$ menuju x pada interval $[a, b]$ dinotasikan dengan $\int_a^b f(x)dx$.

Nilai integral tentu tersebut dirumuskan dengan :

$$\int_a^b f(x)dx = F(b) - F(a)$$

Bentuk $F(b) - F(a)$ ditulis dengan notasi khusus $[F(x)]_a^b$ yang dinamakan notasi kurung siku, sehingga :

$$\int_a^b f(x)dx = [F(x)]_a^b = F(b) - F(a)$$

Dengan a dinamakan batas bawah dan b dinamakan batas atas pengintegralan. Interval $[a, b]$ dinamakan wilayah pengintegralan.

B. Sifat-Sifat Integral Tentu

Misal $f(x)$ dan $g(x)$ merupakan fungsi-fungsi kontinu dalam interval tertutup $[a, b]$, dan k adalah konstanta, maka :

1. $\int_a^a f(x)dx = 0$
2. $\int_a^b f(x)dx = -\int_b^a f(x)dx$
3. $\int_a^b k f(x)dx = k \int_a^b f(x)dx$
4. $\int_a^b \{f(x) \pm g(x)\}dx = \int_a^b f(x)dx \pm \int_a^b g(x)dx$
5. $\int_a^b f(x)dx = \int_a^c f(x)dx + \int_c^b f(x)dx$, dengan $a < c < b$
6. a. Jika $f(x) \geq 0$ pada interval $a \leq x \leq b$, maka $\int_a^b f(x) dx \geq 0$
b. Jika $f(x) \leq 0$ pada interval $a \leq x \leq b$, maka $\int_a^b f(x) dx \leq 0$

Contoh :

$$\int_1^3 (2x + 3)dx = [x^2 + 3x]_1^3 = 18 - 4 = 14$$

Soal : (kerjakan)

Hitunglah integral berikut!

1. $\int_1^4 \sqrt{x} dx$

2. $\int_0^3 (x^2 - 1)dx$

3. $\int_2^2 (2x - 1)dx$

4. $\int_1^2 5(x^2 + x)dx$

5. $\int_1^3 \frac{1}{x^3} dx$

6. $\int_{-1}^1 (3x^2 - 2x)dx$

7. $\int_1^2 \left(x^3 - \frac{1}{x^3}\right) dx$

8. $\int_1^3 (x - 2)(3x + 1)dx$

9. $\int_0^4 (\sqrt{x} + 1)^2 dx$

10. $\int_0^1 (x^3\sqrt{x} + 2^3\sqrt{x})dx$

Tentukanlah nilai k jika diketahui : (HOT'S)

1. $\int_0^k \sqrt{x} dx = \frac{16}{3}$

2. $\int_0^k x(4 - x)dx = 0$

3. $\int_{-1}^{2k} \frac{dx}{x^2} = \frac{1}{2}$

Untuk lebih jelas silahkan tonton videonya dengan scan Kode QR berikut :



Rangkuman :

Misal $f(x)$ dan $g(x)$ merupakan fungsi-fungsi kontinu dalam interval tertutup $[a, b]$, dan k adalah konstanta, maka :

1. $\int_a^a f(x)dx = 0$

2. $\int_a^b f(x)dx = -\int_b^a f(x)dx$

3. $\int_a^b k f(x)dx = k \int_a^b f(x)dx$

4. $\int_a^b \{f(x) \pm g(x)\}dx = \int_a^b f(x)dx \pm \int_a^b g(x)dx$

5. $\int_a^b f(x)dx = \int_a^c f(x)dx + \int_c^b f(x)dx$, dengan $a < c < b$

6. a. Jika $f(x) \geq 0$ pada interval $a \leq x \leq b$, maka $\int_a^b f(x) dx \geq 0$

b. Jika $f(x) \leq 0$ pada interval $a \leq x \leq b$, maka $\int_a^b f(x) dx \leq 0$

DAFTAR PUSTAKA

Ristekdikti. 2020. *Modul Daring PPG Daljab 2020*. Jakarta:Ristekdikti