

## RENCANA PELAKSANAAN PEMBELAJARAN (BERDIFERENSIAL)

Sekolah : SMA NEGERI 1 CIWIDEY	Kelas/Semester : XI / 2	KD : 3.7 dan 4.7
Mata Pelajaran : MATEMATIKA UMUM	Alokasi Waktu : 4 x 45 menit	Pertemuan ke : 1
Materi : <b>Limit Fungsi Aljabar</b>		

### A. TUJUAN

- Memahami konsep limit fungsi aljabar dengan menggunakan konteks nyata dan menerapkannya
- Menemukan konsep limit fungsi aljabar untuk memahami sifat-sifat limit fungsi aljabar.
- Menemukan konsep limit fungsi aljabar untuk menentukan nilai limit fungsi Aljabar  $x \rightarrow c$ .
- Memilih strategi yang efektif dan menyajikan model matematika dalam memecahkan masalah nyata tentang limit fungsi aljabar

### B. LANGKAH-LANGKAH PEMBELAJARAN

<b>Media :</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>➢ <i>Worksheet atau lembar kerja (siswa)</i></li> <li>➢ <i>Lembar penilaian</i></li> <li>➢ <i>Video Pembelajaran/ Presentasi</i></li> </ul>	<b>Alat/Bahan :</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>➢ Penggaris, spidol, papan tulis</li> <li>➢ Laptop</li> </ul>
---	--

### C. Model/Metode Pembelajaran

Pendekatan pembelajaran yang digunakan adalah pendekatan saintifik (scientific). Pembelajaran kooperatif (*cooperative learning*) menggunakan kelompok diskusi yang berbasis masalah (*Problem Based Learning*)

### D. Kegiatan Pembelajaran

<b>PENDAHULUAN</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Peserta didik memberi salam, berdoa, menyanyikan lagu nasional ( PPK)</li> <li>• Guru mengecek kehadiran peserta didik dan memberi motivasi (yel-yel/ice breaking)</li> <li>• Guru menyampaikan tujuan dan manfaat pembelajaran tentang topik yang akan diajarkan</li> <li>• Guru menyampaikan garis besar cakupan materi dan langkah pembelajaran</li> </ul>	
KEGIATAN INTI	<b>1. Pertemuan Ke-1</b> <b>Mulai Dari Diri</b>	Peserta didik diberi motivasi dan panduan untuk melihat, mengamati, membaca dan menuliskannya kembali. Kemampuan dasar mereka terkait materi <b>Konsep limit fungsi aljabar</b> .
	<b>Eksplorasi Konsep</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Guru memberikan kesempatan kepada murid untuk mengeksplorasi materi konsep <b>Konsep limit fungsi aljabar</b> dari berbagai sumber (Buku Paket, Buku Suplemen, Google, Youtube, dll.</li> <li>• Guru memberikan link video pembelajaran buatan guru yang menerangkan materi <b>Konsep limit fungsi aljabar</b>.</li> </ul>
	<b>2. Pertemuan Ke-2</b> <b>Refleksi</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Guru memberikan kesempatan kepada murid untuk merefleksi pengetahuan dan pemahaman mereka setelah mengeksplorasi materi dari berbagai sumber dan penjelasan guru melalui video pembelajaran.</li> <li>• Guru menampung hasil refleksi siswa dengan format yang berbeda-beda sesuai dengan masing-masing siswa (Tulisan, voice note, video refleksi)</li> <li>• Guru meminta siswa membentuk kelompok heterogen (dari sisi kemampuan, gender, budaya, maupun agama) sesuai pembagian kelompok yang telah direncanakan oleh guru.</li> <li>• Guru memberi tugas sebagai bahan diskusi kelompok murid.</li> <li>• Guru menjadwalkan presentasi kelompok diskusi (zoom meeting)</li> </ul>
	<b>3. Pertemuan ke-3</b> <b>Demonstrasi</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Guru membagikan Lembar Aktivitas Siswa (LAS) yang berisikan masalah dan langkah-langkah pemecahan serta meminta siswa berkolaborasi untuk menyelesaikan masalah..</li> <li>• Guru berkeliling/memantau ruang zoom diskusi kelompok mencermati siswa bekerja, mencermati dan menemukan berbagai kesulitan yang dialami siswa, serta memberikan kesempatan kepada siswa untuk bertanya hal-hal yang belum dipahami</li> <li>• Guru memberi bantuan (<i>scaffolding</i>) berkaitan dengan kesulitan yang dialami oleh siswa, baik secara individu, klasikal, maupun kelompok.</li> <li>• Guru meminta semua kelompok bermusyawarah untuk menentukan satu kelompok yang mempresentasikan (mengkomunikasikan) hasil diskusinya di depan kelas secara runtun, sistematis, santun, dan hemat waktu.</li> <li>• Guru memberi kesempatan kepada siswa dari kelompok penyaji untuk memberikan penjelasan tambahan dengan baik</li> <li>• Guru memberi kesempatan kepada siswa dari kelompok lain untuk memberikan tanggapan terhadap hasil diskusi kelompok penyaji dengan sopan.</li> </ul>

	<ul style="list-style-type: none"> <li>Guru melibatkan siswa mengevaluasi jawaban kelompok penyaji serta masukan dari siswa yang lain dan membuat kesepakatan, bila jawaban yang disampaikan siswa sudah benar.</li> <li>Guru memberi kesempatan kepada kelompok lain yang mempunyai jawaban berbeda dari kelompok penyaji pertama untuk mengkomunikasikan hasil diskusi kelompoknya secara runtun, sistematis, santun, dan hemat waktu. Apabila ada lebih dari satu kelompok, maka guru meminta siswa bermusyawarah menentukan urutan penyajian.</li> </ul>
<b>4. Pertemuan ke-4 Elaborasi</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Guru memberikan kesempatan untuk mengidentifikasi sebanyak mungkin hal yang belum dipahami, dimulai dari pertanyaan faktual sampai ke pertanyaan yang bersifat hipotetik. Pertanyaan ini harus tetap berkaitan dengan materi <b>Konsep limit fungsi aljabar</b></li> <li>Peserta didik mempresentasikan ulang, dan saling bertukar informasi mengenai <b>Konsep limit fungsi aljabar</b></li> </ul>
<b>5. Pertemuan Ke-5 Kaitan Antar Materi</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Guru beserta Peserta didik mengupas tuntas materi Konsep Limit Fungsi Aljabar dan mengakomodir hal-hal yang belum dipahami siswa terkait materi dan penyelesaian soal yang berkaitan dengan konsep Limit Fungsi Aljabar.</li> <li>Guru dan peserta didik membuat kesimpulan tentang hal-hal yang telah dipelajari terkait <b>Konsep limit fungsi aljabar</b> Peserta didik kemudian diberi kesempatan untuk menanyakan kembali hal-hal yang belum dipahami</li> </ul>
<b>6. Pertemuan ke-6 Aksi Nyata</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Guru memberikan penugasan berupa soal/projek terkait materi Konsep Limit Fungsi Aljabar.</li> <li>Guru mengadakan kegiatan evaluasi berupa post test untuk mengukur kompetensi yang telah dimiliki siswa terkait materi Konsep Limit Fungsi Aljabar.</li> </ul>
<b>PENUTUP</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Guru bersama peserta didik merefleksikan pengalaman belajar</li> <li>Guru memberikan penilaian lisan secara acak dan singkat</li> <li>Guru memberikan penugasan (Projek) yang disesuaikan dengan minat, kesiapan, serta profil belajar siswa.</li> <li>Guru menyampaikan rencana pembelajaran pada pertemuan berikutnya dan berdoa</li> </ul>

#### **E. PENILAIAN**

- Sikap : Lembar pengamatan,	- Pengetahuan : LK peserta didik,	- Keterampilan: Kinerja & observasi diskusi
------------------------------	-----------------------------------	---

Mengetahui,  
Kepala Sekolah

**Ciwidey, ..... Juli 2021**

Guru Mata Pelajaran

**Arif Hardiana,M.Pd**  
NIP. 197310062000031004

**Saepul Muhtadin.S.Pd**  
NIP. 196912231994031003

## PENDAHULUAN

### A. Identitas Modul

Mata Pelajaran	: Matematika Wajib
Kelas	: XI
Alokasi Waktu	: 8x45 Menit
Judul Modul	: Limit Fungsi Aljabar

### B. Kompetensi Dasar

- 3.7 Menjelaskan limit fungsi aljabar (fungsi polinom dan fungsi rasional) secara intuitif dan sifat-sifatnya, serta menentukan eksistensinya.
- 4.7 Menyelesaikan masalah yang berkaitan dengan dengan limit fungsi aljabar.

### C. Deskripsi Singkat Materi

Anak-anak, Limit adalah salah satu bab yang terdapat di pelajaran matematika yang sering sekali dianggap rumit. Padahal pemahaman tentang limit diperlukan untuk lebih memahami deret geometri tak hingga, materi differensial, integral dan penerapan pada bidang ilmu yang lain. Oleh karena itu pada modul ini akan disajikan materi limit dengan cara yang sederhana, agar kalian dapat mengubah persepsinya bahwa mempelajari limit tidaklah sulit, selain itu pada modul ini akan dipelajari tentang limit fungsi aljabar yang meliputi limit fungsi secara intuitif, limit nilai tertentu dan limit nilai tak tentu. Materi limit ini sangat menarik karena dengan belajar limit kita akan mengetahui manfaat konsep limit fungsi dalam kehidupan sehari-hari.

### D. Petunjuk Penggunaan Modul

Anak-anakku sekalian, modul ini dirancang untuk memfasilitasi kalian dalam melakukan kegiatan belajar secara mandiri. Untuk menguasai materi ini dengan baik, ikutilah petunjuk penggunaan modul berikut.

1. Berdoalah sebelum mempelajari modul ini.
2. Pelajari uraian materi yang disediakan pada setiap kegiatan pembelajaran secara berurutan.
3. Perhatikan contoh-contoh soal yang disediakan dan kalau memungkinkan cobalah untuk mengerjakannya kembali.
4. Kerjakan latihan soal yang disediakan, kemudian cocokkan hasil pekerjaan kalian dengan kunci jawaban dan pembahasan pada modul ini.
5. Jika kalian menemukan kendala dalam menyelesaikan latihan soal, cobalah untuk melihat kembali uraian materi dan contoh soal yang ada.
6. Setelah mengerjakan latihan soal, lakukan penilaian diri sebagai bentuk refleksi dari penguasaan kalian terhadap materi pada kegiatan pembelajaran.
7. Di bagian akhir modul disediakan soal evaluasi, silahkan mengerjakan soal evaluasi tersebut agar kalian dapat mengukur penguasaan kalian terhadap materi pada modul ini. Cocokkan hasil pengerjaan kalian dengan kunci jawaban yang tersedia.
8. Ingatlah, keberhasilan proses pembelajaran pada modul ini tergantung pada kesungguhan kalian untuk memahami isi modul dan berlatih secara mandiri.

## E. Materi Pembelajaran

Modul ini terbagi menjadi **2** kegiatan pembelajaran dan di dalamnya terdapat uraian materi, contoh soal, soal latihan dan soal evaluasi.

Pertama : Pengertian limit secara intuitif dan sifat-sifat limit fungsi

Kedua : Limit Fungsi Aljabar

## KEGIATAN PEMBELAJARAN 1

### Pengertian dan sifat-sifat Limit Fungsi

#### A. Tujuan Pembelajaran

Anak-anak, setelah kegiatan pembelajaran 1 ini kalian diharapkan dapat memahami tentang ...

1. Pengertian Limit Fungsi
2. Sifat – Sifat Limit Fungsi

#### B. Uraian Materi

##### Pengertian Limit Fungsi

Anak-anak, pernahkah kalian mencoba menghitung kecepatan dan percepatan yang dialami sebuah mobil yang bergerak selama  $t$  sekon? Jika persamaan gerak mobil tersebut memenuhi persamaan  $s(t) = (t^2 + 4t)$  meter, maka berapakah kecepatan dan percepatan mobil tersebut tepat pada saat  $t = 3$  sekon?. Permasalahan di atas merupakan permasalahan pada bidang Fisika yang pemecahannya menggunakan bantuan konsep limit fungsi.



Gambar 1. Mobil melaju dengan cepat  
Sumber : <https://images.app.goo.gl/YuzUW8udBUF4fZGD7>

**Limit Fungsi** adalah nilai pendekatan di sekitar titik tertentu baik pendekatan dari kiri maupun pendekatan dari kanan titik tersebut.

Untuk lebih jelasnya perhatikan ilustrasi berikut :

Misalkan terdapat suatu fungsi  $f(x) = \frac{x^2-4}{x-2}$ ,  $x \neq 2$ . Tentukan nilai  $\lim_{x \rightarrow a} f(x)$  jika ada !

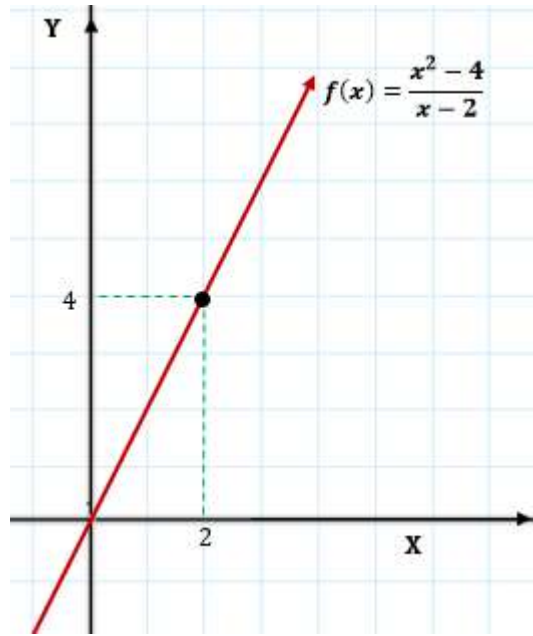
Untuk menentukan limit fungsi aljabar di  $x \rightarrow a$  kita bisa menggunakan tabel seperti berikut.

	x mendekati 2 dari kiri				↓	x mendekati 2 dari kanan				
$x$	1,8	1,9	1,99	1,9999	2	2,000001	2,0001	2,001	2,05	2,1
$f(x)$	3,8	3,9	3,99	3,9999	...	4,000001	4,0001	4,001	4,05	4,1
	$f(x)$ mendekati 4				↑	$f(x)$ mendekati 4				

Jika kita substitusi nilai-nilai  $x$  dari kiri maka nilainya akan mendekati 4, sedangkan jika kita substitusi nilai-nilai  $x$  dari kanan maka nilainya akan mendekati 4 juga. Hal ini dapat dituliskan sebagai berikut.

$$\lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{x^2-4}{x-2} = 4 \text{ dan } \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{x^2-4}{x-2} = 4 \text{ jadi } \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2-4}{x-2} = 4$$

Jika disajikan dalam grafik seperti berikut



Gambar 2: Fungsi  $f(x) = \frac{x^2-4}{x-2}$   
Sumber: koleksi pribadi

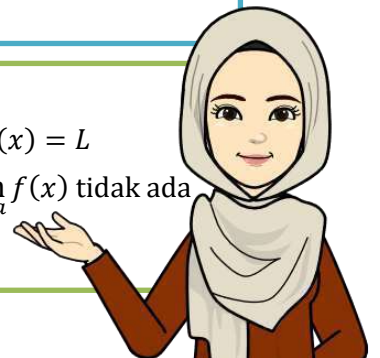
Jadi, nilai  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2-4}{x-2} = 4$  adalah 4

Secara matematis limit dapat didefinisikan sebagai berikut.

$\lim_{x \rightarrow a} f(x) = L$  artinya jika  $x$  mendekati  $a$ , tetapi  $x$  tidak sama dengan  $a$ , maka nilai  $f(x)$  mendekati nilai  $L$

Jika fungsi  $f(x)$  terdefinisi pada selang terbuka  $I$ , maka:

- a.  $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = L$  (ada) jika dan hanya jika  $\lim_{x \rightarrow a^-} f(x) = L$  dan  $\lim_{x \rightarrow a^+} f(x) = L$
- b. Jika  $\lim_{x \rightarrow a^-} f(x) = L_1$  dan  $\lim_{x \rightarrow a^+} f(x) = L_2$  dimana  $L_1 \neq L_2$  maka  $\lim_{x \rightarrow a} f(x)$  tidak ada



**Keterangan :**

- $\lim_{x \rightarrow a^+} f(x)$  dibaca limit  $f(x)$  untuk nilai  $x$  yang mendekati  $a$  dari kanan ( $x > a$ )
- $\lim_{x \rightarrow a^-} f(x)$  dibaca limit  $f(x)$  untuk nilai  $x$  yang mendekati  $a$  dari kiri ( $x < a$ )

Biar makin paham simak contoh berikut ya...

**Contoh Soal 1:**

Tentukan limit  $f(x)$  untuk fungsi  $f(x) = \begin{cases} 2x & , \text{ untuk } x \leq 4 \\ 2x + 3, & \text{ untuk } x > 4 \end{cases}$  jika ada !



**Pembahasan :**

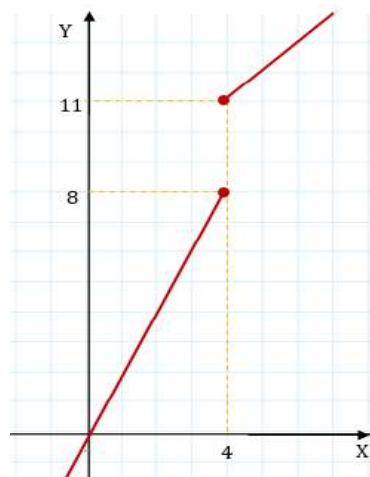
Untuk menentukan limit fungsi aljabar di  $x \rightarrow a$  kita bisa menggunakan tabel seperti berikut.

x mendekati 4 dari kiri					↓	x mendekati 4 dari kanan				
x	3,9	3,95	3,99	3,9999	4	4,00001	4,0001	4,001	4,01	4,1
f(x)	7,80	7,90	7,98	7,9998	...	11,00002	11,0002	11,002	11,02	11,2
f(x) mendekati 8					↑	f(x) mendekati 11				

Tabel di atas menunjukkan :  $\lim_{x \rightarrow 4^-} f(x) = 8$  dan  $\lim_{x \rightarrow 4^+} f(x) = 11$

(limit kiri  $\neq$  limit kanan), sehingga  $\lim_{x \rightarrow 4} f(x)$  tidak ada.

Untuk lebih jelasnya perhatikan gambar berikut.



Gambar 3: Grafik fungsi  $f(x) = \begin{cases} 2x & , \text{ untuk } x \leq 4 \\ 2x + 3, & \text{ untuk } x > 4 \end{cases}$

Sumber: koleksi pribadi

**Catatan :**

Secara konsep dasar matematika, cara mengerjakan soal matematika yang ada limitnya, hanya tinggal mengganti/mensubstitusi variabel  $x$  menjadi angka yang didekati oleh  $x$  tersebut.

**Contoh Soal 2:**

Anak – anak, coba perhatikan limit fungsi di bawah ini

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{5x^3 + 7x^{14} + 6}{8x^5 + 4x^9 - 6}$$

Berapakah hasil nilai limit dari data diatas ?

- A. 3
- B. 0
- C. 7
- D. 6
- E.  $\infty$

**Pembahasan:**

Pada limit diatas, untuk mencari hasil nilai limitnya, kalian hanya tinggal mensubstitusi atau mengganti variabel  $x$  dengan angka 1, sehingga hasil limitnya menjadi

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 1} \frac{5x^3 + 7x^{14} + 6}{8x^5 + 4x^9 - 6} &= \frac{5 \cdot 1^3 + 7 \cdot 1^{14} + 6}{8 \cdot 1^5 + 4 \cdot 1^9 - 6} \\ &= \frac{18}{6} \\ &= 3 \end{aligned}$$

Jadi, nilai limit tersebut adalah **3 (Jawaban: A)**

**Sifat-sifat Limit Fungsi**

Misalkan  $f(x)$  dan  $g(x)$  adalah fungsi yang mempunyai nilai limit pada  $x$  mendekati  $a$ , dengan  $k$  dan  $a$  adalah bilangan real serta  $n$  adalah bilangan bulat positif, maka sifat-sifat limit fungsi antara lain:

$$1. \lim_{x \rightarrow a} k = k$$

**Contoh:**

$$\lim_{x \rightarrow 2} 3 = 3$$

$$2. \lim_{x \rightarrow a} x = a$$

**Contoh:**

$$\lim_{x \rightarrow 2} x = 2$$

$$3. \lim_{x \rightarrow a} [kf(x)] = k \left[ \lim_{x \rightarrow a} f(x) \right]$$

**Contoh:**

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 2} 3x^2 &= 3 \left[ \lim_{x \rightarrow 2} x^2 \right] \\ &= 3 \cdot (2)^2 \\ &= 3 \cdot 4 \\ &= 12 \end{aligned}$$



$$4. \lim_{x \rightarrow a} [f(x) \pm g(x)] = \lim_{x \rightarrow a} f(x) \pm \lim_{x \rightarrow a} g(x)$$

**Contoh:**

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 3} (x^2 + 2x) &= \lim_{x \rightarrow 3} x^2 + \lim_{x \rightarrow 3} 2x \\ &= 3^2 + 2 \cdot \lim_{x \rightarrow 3} x \\ &= 9 + 2 \cdot 3 \\ &= 9 + 6 \\ &= 15 \end{aligned}$$

$$5. \lim_{x \rightarrow a} [f(x) \cdot g(x)] = \lim_{x \rightarrow a} f(x) \cdot \lim_{x \rightarrow a} g(x)$$

**Contoh:**

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 2} (x^2 \cdot x) &= \lim_{x \rightarrow 2} x^2 \cdot \lim_{x \rightarrow 2} x \\ &= (-2)^2 \cdot (-2) \\ &= 4 \cdot (-2) \\ &= -8 \end{aligned}$$

$$6. \lim_{x \rightarrow a} \left[ \frac{f(x)}{g(x)} \right] = \frac{\lim_{x \rightarrow a} f(x)}{\lim_{x \rightarrow a} g(x)} \text{ dengan } \lim_{x \rightarrow a} g(x) \neq 0$$

**Contoh:**

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 1} \left[ \frac{x^2 + 3}{x + 1} \right] &= \frac{\lim_{x \rightarrow 1} x^2 + \lim_{x \rightarrow 1} 3}{\lim_{x \rightarrow 1} x + \lim_{x \rightarrow 1} 1} \\ &= \frac{1^2 + 3}{1 + 1} \\ &= \frac{1 + 3}{2} \\ &= \frac{4}{2} \\ &= 2 \end{aligned}$$

$$7. \lim_{x \rightarrow a} [f(x)]^n = \left[ \lim_{x \rightarrow a} f(x) \right]^n$$

**Contoh:**

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 1} [3x^2 - 1]^5 &= \left[ \lim_{x \rightarrow 1} (3x^2 - 1) \right]^5 \\ &= [3(1)^2 - 1]^5 \\ &= [3 - 1]^5 \\ &= [2]^5 \\ &= 32 \end{aligned}$$

## EVALUASI

1. Diketahui table nilai fungsi  $f(x)$  untuk  $x$  mendekati 7 sebagai berikut.

x	f(x)
5	1,583333
6	1,54
6,1	1,534351
6,9	1,5041,5
6,99	1,5
6,999	1,50004
...	....
7	?
...	...
7,001	2,999929
7,01	2,99929
7,1	2,99
8	2,93

Nilai  $\lim_{x \rightarrow 7^+} f(x) = \dots$

- A.  $\frac{3}{2}$   
 B. 2  
 C.  $\frac{2}{3}$   
 D. 3  
 E. 7
2. Perhatikan table nilai berikut.

x	f(x)
-5	-8
-4	-3,5
-3,1	-2,1
-3,01	-2,01
-3,001	-2,001
...	....
-3	?
...	...
-2,999	-1,999
-2,99	-1,99
-2,9	-1,9
-2	-1,3

Nilai  $\lim_{x \rightarrow -3} f(x) = \dots$

- A. -8  
 B. -2  
 C. 0  
 D. 2  
 E. 8

3. Diketahui fungsi  $f(x)$  sebagai berikut.

$$f(x) = \begin{cases} x^2 - 1, & \text{untuk } x < -2 \\ -2x - 1, & \text{untuk } x > -2 \end{cases}$$

Nilai  $\lim_{x \rightarrow -2} f(x) = \dots$

- A. -3
  - B. -1
  - C. 0
  - D. 3
  - E. Tidak ada
4. Jika  $\lim_{x \rightarrow 3} f(x) = 5$  dan  $\lim_{x \rightarrow 3} g(x) = 9$ , maka nilai  $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{f(x)+g(x)}{2f(x)} = \dots$
- A. 4,1
  - B. 3,1
  - C. 1,4
  - D. 1,3
  - E. 1,0
5.  $\lim_{y \rightarrow 2} \left( \frac{4y^3 + 8y}{y+4} \right)^{\frac{1}{3}} = \dots$
- A. 1
  - B.  $\sqrt[3]{2}$
  - C.  $\sqrt[3]{4}$
  - D. 2
  - E. 4
6.  $\lim_{x \rightarrow -5} (2x^4 + 3x^3 - 25) = \dots$
- A. 1.650
  - B. 1.600
  - C. 1.400
  - D. 875
  - E. 850
7.  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x^{10}-1)}{1-x^2} = \dots$
- A. -341
  - B. -256
  - C. 256
  - D. 341
  - E. 1.023
8. Nilai  $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{2x^2 - 8}{x + 2} = \dots$
- A. -8
  - B. -4
  - C. -2
  - D. 4
  - E. 8

9. Nilai  $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{8x^2 + 14x - 4}{2x + 4} = \dots$

- A. -9
- B. -7
- C. 0
- D. 7
- E. 10

10. Nilai  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 5x + 4}{x^3 - 1} = \dots$

- A. 3
- B.  $\frac{5}{2}$
- C. 2
- D. 1
- E. -1

11. Nilai  $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x - 3}{2x^2 - 5x - 3} = \dots$

- A.  $\frac{1}{5}$
- B.  $\frac{1}{7}$
- C. 0
- D.  $-\frac{1}{7}$
- E.  $-\frac{2}{5}$

12. Nilai  $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{6 - 2x}{2x^2 - 9x + 9} = \dots$

- A. -2
- B.  $-\frac{2}{3}$
- C.  $-\frac{2}{9}$
- D.  $\frac{2}{3}$
- E. 2

13. Nilai  $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 9}{x^2 - 5x + 6} = \dots$

- A. -6
- B.  $-\frac{3}{2}$
- C. 0
- D.  $\frac{3}{2}$
- E. 6

14. Nilai  $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{3x^2 - 14x + 8}{x^2 - 3x - 4} = \dots$

- A. 4
- B. 2
- C.  $\frac{1}{2}$
- D. -2
- E. -4

15. Nilai  $\lim_{x \rightarrow -3} \frac{x^2 - 3x - 18}{x^2 + 2x - 3} = \dots$

- A.  $4\frac{1}{4}$
- B.  $3\frac{1}{2}$
- C.  $3\frac{1}{4}$
- D.  $2\frac{1}{2}$
- E.  $2\frac{1}{4}$

16.  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{4-x^2}{3-\sqrt{x^2+5}}$

- A. 0
- B. 2
- C. 4
- D. 6
- E. 8

17.  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x-1}{\sqrt{x^2+3}-2}$

- A. 0
- B. 2
- C. 4
- D. 6
- E. 8

18.  $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2-9}{\sqrt{x^2+7}-4}$

- A. 0
- B. 2
- C. 4
- D. 6
- E. 8

19.  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{2x-2\sqrt{2x-1}}{x-1}$

- A. 0
- B. 2
- C. 4
- D. 6
- E. 8

$$20. \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x - \sqrt{2x+3}}{\sqrt{6x-2}-4}$$

- A.  $\frac{1}{9}$
- B.  $\frac{2}{9}$
- C.  $\frac{4}{9}$
- D.  $\frac{5}{9}$
- E.  $\frac{8}{9}$

$$21. \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 1}{\sqrt{x^2 + 3} - x - 1}$$

- A. -4
- B. -2
- C. 0
- D. 2
- E. 4

$$22. \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x+2}{\sqrt{5x+14}-2}$$

- A. 4
- B. 2
- C. 1,2
- D. 0,8
- E. 0,4

$$23. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{\sqrt{1+6x} - \sqrt{1-6x}}$$

- A.  $\frac{1}{6}$
- B.  $\frac{5}{6}$
- C.  $\frac{1}{5}$
- D.  $\frac{2}{5}$
- E.  $\frac{3}{5}$

24. Sebatang besi dipanaskan sehingga mengalami pemuaian memanjang. Adapun rumus pertambahan memanjang terhadap waktu dituliskan dengan fungsi  $f(t) = 0,16t^2 + 0,8t$  (mm), t dalam menit. Kecepatan perubahan memanjang pada saat  $t = 10$  menit adalah...

- A. 2,4 mm/menit
- B. 3,6 mm/menit
- C. 4 mm/menit
- D. 6 mm/menit
- E. 8 mm/menit

25. Sebuah mobil bergerak dengan kelajuan tertentu sehingga jarak yang ditempuh dalam waktu tertentu dirumuskan dengan fungsi  $S(t) = \frac{1}{4}t^2 + 2t$  (dalam meter) dan t dalam detik. Tentukan kelajuan mobil pada saat  $t = 8$  detik.

(Petunjuk: kelajuan adalah perubahan jarak persetiap perubahan waktu atau

$$v(t) = \frac{\Delta S}{\Delta t}$$

- A. 4 m/detik
- B. 6 m/detik

**LEMBAR KEGIATAN PESERTA DIDIK  
(LKPD)**

**LIMIT FUNGSI ALJABAR**

**Disusun Oleh:**

**Saepul Muhtadin.S.Pd**

**SMA NEGERI 1 CIWIDEY**

**2021**

# LEMBAR KEGIATAN PESERTA DIDIK (LKPD 1)

Waktu:  
20 menit

## DEFINISI DAN EKSISTENSI LIMIT FUNGSI ALJABAR DI SUATU TITIK

Satuan Pendidikan : SMA  
Mata Pelajaran : Matematika  
Wajib  
Kelas/Semester : XI/Genap

### Anggota Kelompok:

1. ....
2. ....
3. ....
4. ....

### Tujuan:

Melalui pengerjaan LKPD 1 ini, siswa diharapkan secara intuitif dapat:

1. mendefinisikan arti limit fungsi aljabar di suatu titik.
2. menentukan eksistensi limit fungsi aljabar di suatu titik.

### Petunjuk:

1. Awali dan akhiri kegiatan pengerjaan LKPD ini dengan doa.
2. Isilah titik-titik/jawablah pertanyaan bertahap untuk menemukan suatu hal baru.
3. Gunakan literatur dari buku maupun internet.
4. Kerjakan dalam diskusi kelompok.



### Mari ingat kembali tentang fungsi !

1. Diketahui fungsi  $f$  yang ditentukan dengan  $f(x) = \frac{4x-8}{4}$

- a. Tentukan nilai fungsi  $f(x)$  dari setiap  $x$  yang diberikan

$x$	2,9	2,99	2,999	3	3,001	3,01	3,1
$f(x)$	....	....	....	....	....	....	....

- b. Tuliskan domain fungsi  $f$  (atau  $D_f$ ) dengan notasi pembentuk himpunan!

Jawab : .....

2. Diketahui fungsi rasional  $g(x) = \frac{x^2-9}{x-3}$ , jelaskan apakah semua  $x \in \mathbb{R}$  merupakan domain fungsi  $g$  & sebutkan alasannya?

Jawab : .....





# SITUASI 1



Diketahui fungsi  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  ditentukan oleh  $f(x) = 2x - 1$  dengan domain  $D_f = \{x | x \in \mathbb{R}\}$ . Selidikilah apakah  $f(x) = 2x - 1$  untuk  $x$  mendekati 3 mempunyai limit/tidak!

### Tahapan penyelidikan:

1. Tentukan nilai  $f(3)$   
 $f(3) = \dots$
2. Pilihlah sebarang nilai  $x$  disekitar 3 dan substitusikan ke  $f(x)$ . Kemudian tuliskan dalam tabel yang tersedia secara berurutan.

Tabel 1. Nilai pendekatan  $f(x)$  untuk setiap nilai  $x$  mendekati 3 dari kiri  
(yang lebih kecil dari 3 atau  $x < 3$ )

$x$	2	...	...	2,8	...	...	2,9999
$f(x)$	...	...	...	...	...	...	...

Tuliskan secara berurut dari nilai  $x$  yang terkecil

Tabel 2. Nilai pendekatan  $f(x)$  untuk setiap nilai  $x$  mendekati 3 dari kanan  
(yang lebih besar dari 3 atau  $x > 3$ )

$x$	3,0001	...	...	3,5	...	...	4
$f(x)$	...	...	...	...	...	...	...

Tuliskan secara berurut dari nilai  $x$  yang terkecil

3. Buat tabel fungsi  $f(x)$  berdasarkan tahapan 1-2.

Tabel 3. Nilai pendekatan  $f(x)$  untuk setiap nilai  $x$  di 3 dan sekitar 3

$x$	2	...	...	2,8	...	...	2,9999	...	<b>3</b>	...	3,0001	...	3,5	...	...	4
$f(x)$	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...

4. Perhatikan hubungan nilai pendekatan pada tabel dengan grafik fungsi  $f(x)$

Gambar 1. Grafik fungsi

Pada tabel dan grafik di samping, terlihat jika memasukkan nilai mendekati 3 dari kiri (nilainya ..... dari 3) akan menghasilkan nilai  $f(x)$  mendekati... dan jika masukkan nilai  $x$  mendekati 3 dari kanan (nilainya.....dari 3) akan menghasilkan nilai  $f(x)$  mendekati..... Sehingga diperoleh bahwa jika  $x$  mendekati ... dari kiri maupun kanan, maka fungsi  $f(x)$  mendekati...

5. Jika kata mendekati disimbolkan dengan sebuah panah ( $\rightarrow$ ) maka pernyataan di atas dapat kita tulis:  
 $x \rightarrow \dots$  dan  $(2x - 1) \rightarrow \dots$

6. Apabila  $x$  mendekati ... dari kiri maupun kanan maka menghasilkan bilangan.... Kita dapat mengubah pernyataan ini ke dalam bentuk:

$$\lim_{x \rightarrow \dots} (\dots) = \dots$$

7. Kita baca: limit fungsi ..... untuk  $x$  mendekati ..... sama dengan ...
8. Analisa hasil limit kiri dan limit kanan dari tabel maupun grafik.

Limit kiri: dari kiri  $x$  mendekati 3, nilai limitnya mendekati ... atau  $\lim_{x \rightarrow 3^-} (\dots) = \dots$

Limit kanan: dari kanan  $x$  mendekati 3, nilai limitnya mendekati ... atau  $\lim_{x \rightarrow 3^+} (\dots) = \dots$

Karena nilai limit kiri ( $</ = / >$ ) nilai limit kanan, maka fungsi  $f(x) = 2x - 1$  untuk  $x$  mendekati 3 (**mempunyai / tidak mempunyai**) limit.



## SITUASI 2



Diketahui fungsi  $g$  rasional ditentukan oleh  $g(x) = \frac{x^2-1}{x-1}, x \neq 1$  dengan domain  $D_f = \{x|x \in \mathbb{R}, x \neq 1\}$ . Selidikilah apakah  $g(x) = \frac{x^2-1}{x-1}$  untuk  $x$  mendekati 1 mempunyai limit atau tidak !

### Tahap penyelidikan :

1. Tentukan nilai  $g(1)$

$$g(1) = \dots$$

2. Pilihlah sebarang nilai  $x$  disekitar 1 kemudian substitusikan ke  $g(x)$ .

Tabel 1. Nilai pendekatan  $g(x)$  untuk setiap nilai  $x$  mendekati 1 dari kiri (yang lebih kecil dari 1 atau  $x < 1$ )

$x$	0	...	...	...	0,9	...	...
$g(x)$	...	...	...	...	...	...	...

Tuliskan secara berurut dari nilai  $x$  yang terkecil

Tabel 2. Nilai pendekatan  $g(x)$  untuk setiap nilai  $x$  mendekati 1 dari kanan (yang lebih besar dari 1 atau  $x > 1$ )

$x$	...	...	1,1	...	...	...	2
$g(x)$	...	...	...	...	...	...	...

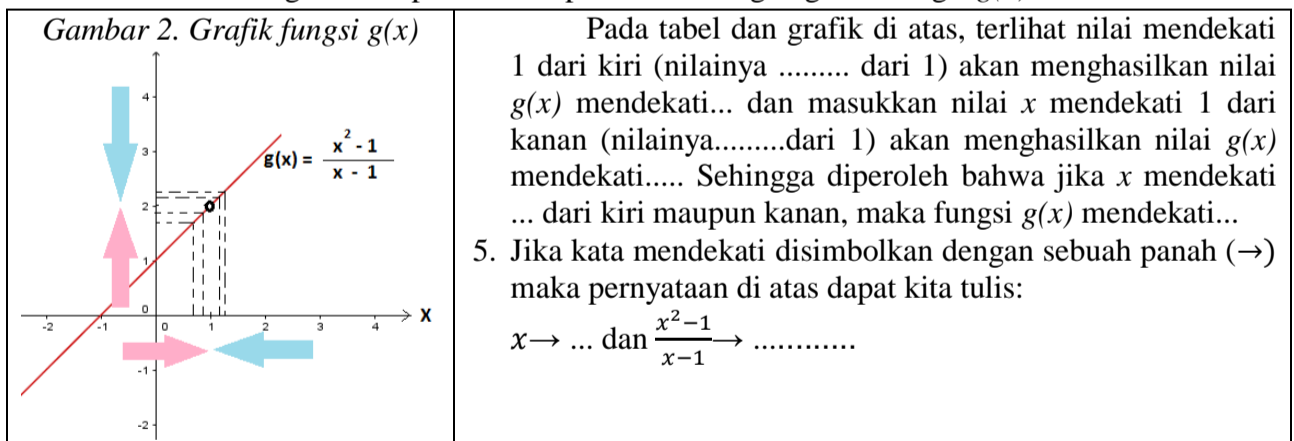
Tuliskan secara berurut dari nilai  $x$  yang terkecil

3. Buat tabel dan grafik fungsi  $g(x)$  berdasarkan tahapan 1-2.

Tabel 3. Nilai pendekatan  $g(x)$  untuk setiap nilai  $x$  di 1 dan sekitar 1

$x$	0	...	...	...	0,9	...	...	1	...	1,1	...	...	...	2
$g(x)$	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...

4. Perhatikan hubungan nilai pendekatan pada tabel dengan grafik fungsi  $g(x)$



6. Apabila  $x$  mendekati ... dari kiri maupun kanan maka menghasilkan bilangan.... Kita dapat mengubah pernyataan ini ke dalam bentuk :

$$\lim_{x \rightarrow \dots} (\dots) = \dots$$

Kita baca: limit fungsi ..... untuk  $x$  mendekati ..... sama dengan ...

7. Analisa hasil limit kiri dan limit kanan dari tabel maupun grafik.

Limit kiri: dari kiri  $x$  mendekati 1, nilai limitnya mendekati ... atau  $\lim_{x \rightarrow 1^-} (\dots) = \dots$

Limit kanan: dari kanan  $x$  mendekati 1, nilai limitnya mendekati ... atau  $\lim_{x \rightarrow 1^+} (\dots) = \dots$

Karena nilai limit kiri ( $< / = / >$ ) nilai limit kanan, maka fungsi  $g(x) = \frac{x^2-1}{x-1}$  untuk  $x$  mendekati 1 (**mempunyai / tidak mempunyai**) limit.



### SITUASI 3



Dipunyai fungsi  $h$  yang ditentukan oleh  $h(x) = \begin{cases} x + 1, & x > 1 \\ x^2, & x \leq 1 \end{cases}$  dengan domain  $D_f = \{x | x \in \mathbb{R}\}$ .

Selidikilah apakah  $h(x) = \begin{cases} x + 1, & x > 1 \\ x^2, & x \leq 1 \end{cases}$  untuk  $x$  mendekati 1 mempunyai limit atau tidak!

#### Tahap penyelidikan:

1. Tentukan nilai  $h(1)$

$$h(1) = \dots$$

2. Pilihlah sebarang nilai  $x$  di sekitar 1 kemudian substitusikan ke  $h(x)$ .

Tabel 1. Nilai pendekatan  $h(x)$  untuk setiap nilai  $x$  mendekati 1 dari kiri (yang lebih kecil dari 1 atau  $x < 1$ )

$x$	0	...	...	...	0,9	...	...
$h(x)$	...	...	...	...	...	...	...

Tuliskan secara berurut dari nilai  $x$  yang terkecil

Tabel 2. Nilai pendekatan  $h(x)$  untuk setiap nilai  $x$  mendekati 1 dari kanan (yang lebih besar dari 1 atau  $x > 1$ )

$x$	...	1,1	...	...	...	...	2
$h(x)$	...	...	...	...	...	...	...

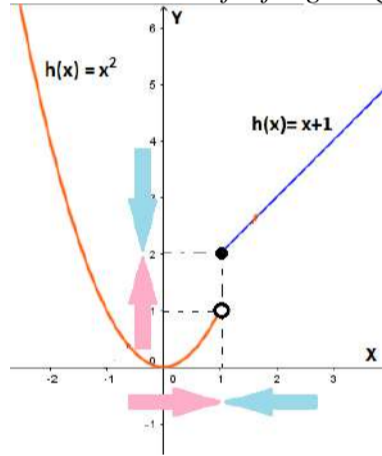
Tuliskan secara berurut dari nilai  $x$  yang terkecil

3. Buat tabel dan grafik fungsi  $h(x)$  berdasarkan tahapan 1-2.

Tabel 3. Nilai pendekatan  $h(x)$  untuk setiap nilai  $x$  di 1 dan sekitar 1

$x$	...	...	...	...	...	...	...	...	<b>1</b>	...	...	...	...	...	...
$h(x)$	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...

Gambar 2. Grafik fungsi  $h(x)$



Pada tabel dan grafik di samping, terlihat nilai mendekati 1 dari kiri (nilainya ..... dari 1) akan menghasilkan nilai  $g(x)$  mendekati... dan masukkan nilai  $x$  mendekati 1 dari kanan (nilainya.....dari 1) akan menghasilkan nilai  $h(x)$  mendekati.... Sehingga diperoleh bahwa jika  $x$  mendekati ... dari kiri maupun kanan, maka fungsi  $h(x)$  mendekati...

4. Jika kata mendekati disimbolkan dengan sebuah panah ( $\rightarrow$ ) maka pernyataan di atas dapat kita tulis:

$$x \rightarrow \dots \text{ dan } h(x) \rightarrow \dots$$

5. Apabila  $x$  mendekati ... dari kiri maupun kanan maka menghasilkan bilangan.... Kita dapat mengubah pernyataan ini ke dalam bentuk:

$$\lim_{x \rightarrow \dots} (\dots) = \dots$$

Kita baca: limit fungsi ..... untuk  $x$  mendekati ..... sama dengan ...

6. Analisa hasil limit kiri dan limit kanan dari tabel maupun grafik.

Limit kiri: dari kiri  $x$  mendekati 1, nilai limitnya mendekati ... atau  $\lim_{x \rightarrow 1^-} (\dots) = \dots$  Limit

kanan: dari kanan  $x$  mendekati 1, nilai limitnya mendekati ... atau  $\lim_{x \rightarrow 1^+} (\dots) = \dots$

Karena nilai limit kiri ( $< / = / >$ ) nilai limit kanan, maka fungsi  $h(x) = \begin{cases} x + 1, & x > 1 \\ x^2, & x \leq 1 \end{cases}$  untuk  $x$  mendekati 1 (**mempunyai / tidak mempunyai**) limit.

### AYO MENYIMPULKAN

1. Definisi/Pengertian dari limit fungsi aljabar:

Misalkan  $f$  adalah sebuah fungsi  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ;  $L$  dan  $a \in \mathbb{R}$ . Maka:

$$\lim_{x \rightarrow a} f(x) = L \text{ jika dan hanya jika } \dots$$

2. Suatu fungsi  $f(x)$  untuk  $x$  mendekati  $a$  dikatakan mempunyai limit jika ..... dan .....

## LEMBAR KEGIATAN PESERTA DIDIK (LKPD 2)

Waktu:  
20 menit

Satuan Pendidikan : SMA  
Mata Pelajaran : Matematika  
Wajib  
Kelas/Semester : XI/Genap

### Anggota Kelompok:

1. ....
2. ....
3. ....
4. ....

### Tujuan:

Melalui pengerjaan LKPD 2 ini, siswa diharapkan dapat menemukan sifat-sifat limit fungsi aljabar di suatu titik secara intuitif.

### Petunjuk:

1. Awali dan akhiri kegiatan pengerjaan LKPD ini dengan doa.
2. Isilah titik-titik/jawablah pertanyaan bertahap untuk menemukan suatu hal baru.
3. Gunakan literatur dari buku maupun internet.
4. Kerjakan dalam diskusi kelompok.



**Mari ingat kembali tentang definisi dan eksistensi limit fungsi aljabar di suatu titik**

1. Definisi limit fungsi aljabar di suatu titik

2. Suatu fungsi dikatakan memiliki nilai limit di titik  $x$  jika: