

HAND OUT 3

BUNGA TUNGGAL, BUNGA MAJEMUK, PENYUSUTAN, & ANUITAS PADA BARISAN DAN DERET ARITMETIKA DAN GEOMETRI

Sekolah:
SMK PGRI
Ciawigebang

Mata Pelajaran:
Matematika

Kelas/ Semester:

XI/ Ganjil

Materi:
Barisan Deret
Aritmetika dan
Geometri

**Tahun
Pelajaran:**
2020/2021

Alokasi Waktu:
2 JP
(1 pertemuan)

Jumlah halaman
4 Halaman

KOMPETENSI DASAR :

- 3.6. Menggeneralisasi pola bilangan dan jumlah pada barisan Aritmetika dan Geometri
- 4.6 Menggunakan pola barisan aritmetika atau geometri untuk menyajikan dan menyelesaikan masalah kontekstual (termasuk pertumbuhan, peluruhan, bunga majemuk, dan anuitas)

INDIKATOR PENCAPAIAN KOMPETENSI :

- 3.6.1. Mengidentifikasi fakta pada barisan berdasarkan pola iteratif dan rekursif
- 3.6.2. Menjelaskan konsep pola bilangan
- 3.6.3. Menjelaskan konsep barisan dan deret aritmatika
- 3.6.4. Menjelaskan konsep barisan dan deret geometri
- 4.6.1. Menggunakan prosedur untuk menyajikan dan menyelesaikan masalah kontekstual (termasuk pertumbuhan, peluruhan, bunga majemuk, dan anuitas) dengan pola barisan aritmetika atau geometri
- 4.6.2. Menyelesaikan masalah yang berkaitan dengan barisan dan deret aritmetika dan geometri
- 4.6.3. Menyajikan penyelesaian masalah yang berkaitan dengan barisan dan deret aritmetika dan geometri

Uraian Materi :

Bunga Tunggal, Bunga Majemuk, Penyusutan, & Anuitas

Bunga Tunggal, Bunga Majemuk, Penyusutan, & Anuitas

Perhitungan untuk bunga, penyusutan, pertumbuhan, dan peluruhan menggunakan konsep baris dan deret pada aritmatika dan geometri. Sehingga sebelum mempelajari ini, terlebih dahulu mempelajari konsep [barisan dan deret](#).

Baris aritmatika merupakan baris yang nilai setiap sukunya didapatkan dari suku sebelumnya melalui penjumlahan atau pengurangan dengan suatu bilangan b . Sedangkan, deret aritmatika merupakan penjumlahan suku-suku dari suatu barisan aritmatika.

Baris geometri merupakan baris yang nilai setiap sukunya didapatkan dari suku sebelumnya melalui perkalian dengan suatu bilangan r . Sedangkan, deret geometri adalah penjumlahan suku-suku dari suatu barisan geometri.

Bunga

Bunga (suku bunga) atau bank interest adalah penambahan jumlah modal yang diberikan oleh bank untuk para nasabahnya dengan dihitung dari presentase modal uang nasabah dan lamanya menabung. Bunga juga bisa diberikan oleh pemberi pinjaman kepada pinjaman. Bunga ada dua jenis yaitu bunga tunggal dan bunga majemuk. Berikut ini perbedaannya :

Bunga Tunggal

Bunga tunggal adalah bunga yang diberikan berdasarkan perhitungan modal awal, sehingga bunga hanya memiliki satu variasi saja (tetap) dari awal periode sampai akhir periode. Contohnya saat menabung di bank, kita akan mendapatkan bunga yang tetap tiap-tiap periode.

Modal adalah jumlah dari yang dibungakan, modal awal merupakan modal yang dikeluarkan pada awal waktu usaha dan sebelum dibungakan. Modal akhir adalah hasil dari modal yang dibungakan. Sedangkan suku bunga dinyatakan dalam persentase tiap satuan waktu.

Jika modal awal sebesar M_0 mendapat bunga tunggal sebesar b (dalam persentase) per bulan, maka setelah n bulan besar modalnya M_n menjadi:

$$M_n = M_0(1 + n \cdot b)$$

Contoh soal bunga tunggal:

Diketahui modal pinjaman Rp1.000.000 dengan bunga sebesar 2% per bulan, maka setelah 5 bulan modalnya adalah

$$M_n = 1.000.000(1 + 5 \times \frac{2}{100}) = Rp1.100.000$$

Jika modal awal sebesar M_0 , dan diketahui jumlah bunga tunggalnya B , maka besar persentase bunga tunggalnya b adalah

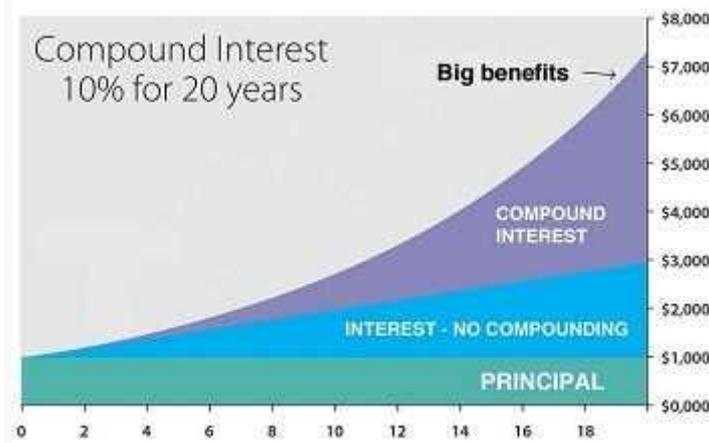
$$b = \frac{B}{M_0} \times 100\%$$

Contoh lain: Diketahui bunga tunggal sebesar Rp50.000 untuk modal pinjaman Rp1.000.000, maka persentasenya adalah

$$b = \frac{50000}{1000000} \times 100\% = 5\%$$

Bunga Majemuk

Bunga majemuk adalah bunga yang diberikan berdasarkan modal awal dan akumulasi bunga pada periode sebelumnya. Bunga majemuk memiliki banyak variasi dan selalu berubah (tidak tetap) pada tiap-tiap periode. Contohnya saat menjual sebuah kendaraan, harga kendaraan yang dijual akan berubah setiap periode dan perubahannya bervariasi.



Sumber: thecalculatorsite.com

Jika modal awal sebesar M_0 mendapat bunga majemuk sebesar b (dalam persentase) per bulan, maka setelah n bulan besar modalnya M_n menjadi:

$$M_n = M_0(1 + b)^n$$

Contoh, diketahui modal pinjaman Rp1.000.000 dengan bunga majemuk sebesar 2% per bulan, maka setelah 5 bulan modalnya adalah

$$M_n = 1.000.000(1 + 0.02)^5 = 1.104.080,80$$

Jika modal awal sebesar M_0 disimpan di bank mendapatkan bunga sebesar b pertahun dan perhitungan bunga dihitung sebanyak m kali dalam setahun, maka besar modal pada akhir tahun ke- n adalah :

$$M_n = M_0\left(1 + \frac{b}{m}\right)^{mn}$$

Contoh, $M_0 = 1.000.000$, $m = 12$ kali, $n = 2$ tahun, dan $b = 6\%$, maka

$$M_n = 1.000.000\left(1 + \frac{0.06}{12}\right)^{12 \times 2} = 1.127.159,78$$

Penyusutan

Penyusutan atau depresiasi adalah pengurangan nilai dari harta tetap terhadap nilai buku atau nilai beli awalnya. Penyusutan dilakukan secara berkala dalam rangka pembebanan biaya pada pendapatan, baik atas penggunaan harta tersebut maupun karena sudah tidak memadai lagi. Ada dua istilah dalam penyusutan yaitu, nilai buku dan nilai beli. Nilai beli merupakan harga awal ketika melakukan pembelian barang. Sedangkan nilai buku adalah nilai setelah terjadi penyusutan dimana nilainya tiap periode akan semakin kecil.

Jika harga sebuah barang pada saat dibeli adalah M_0 dan mengalami penyusutan tiap tahunnya sebesar p (dalam persen) dari harga belinya, maka nilai barang pada akhir tahun ke- n adalah :

$$M_n = M_0(1 - np)$$

Contoh, harga mobil Rp100.000.000 menyusut harganya 10% tiap tahun. Di akhir tahun ke-5 nilainya

$$M_n = 100.000.000(1 - 5 \times 0.1) = 50.000.000$$

Besar nilai (harga) penyusutan tiap tahun adalah :

$$P = M_0 \cdot p$$

$$P = 100.000.000 \times 0.1 = 10.000.000$$

Jika suatu barang mengalami penyusutan tiap tahunnya sebesar p (dalam persen) dari nilai bukunya sendiri, maka pada akhir tahun ke- n , nilai barangnya adalah :

$$M_n = M_0(1 - p)^n$$

Besar nilai (harga) penyusutan pada tahun ke- n adalah

$$P_n = M_{n-1}(p)(1 - p)^{(n-1)}$$

Contoh, harga mobil Rp100.000.000 menyusut nilai bukunya 10% tiap tahun. Di akhir tahun ke-5 nilainya

$$M_5 = 100.000.000(1 - 0.1)^5 = 59.049.000$$

$$P_n = 65.610.000(0.1)(1 - 0.1)^{(5-1)} = 4.304.672$$

Pertumbuhan

Pertumbuhan merupakan kenaikan jumlah pada tiap periode waktu berdasarkan suatu rasio pertumbuhan. Jika jumlah awal adalah J_0 dan rasio adalah r per tahun, maka pada akhir tahun ke- n , jumlah akhirnya menjadi J_n :

$$J_n = J_0(1 + r)^n$$

Contoh, jumlah penduduk 10.000 jiwa dengan pertumbuhan penduduk 5% per tahun, maka pada akhir tahun ke-4, jumlahnya

$$J_n = 10.000(1 + 0.05)^4 = 12.155 \text{ jiwa}$$

Anuitas

Anuitas adalah rangkaian pembayaran atau penerimaan yang sama jumlahnya dan harus dibayarkan atau yang harus diterima pada tiap akhir periode atas sebuah pinjaman atau kredit. Jika suatu pinjaman akan dikembalikan secara anuitas, maka ada tiga komponen yang menjadi dasar perhitungan yaitu:

- Besar pinjaman
- Besar bunga
- Jangka waktu dan jumlah periode pembayaran



Sumber: moneysense.ca

Anuitas yang diberikan secara tetap pada setiap akhir periode mempunyai dua fungsi yaitu membayar bunga atas hutang dan mengangsur hutang itu sendiri. Sehingga konsepnya :

$$\text{Anuitas} = \text{Bunga atas hutang} + \text{Angsuran hutang}$$

Jika utang sebesar M_0 mendapat bunga sebesar b per bulan dan anuitas sebesar A , maka dapat ditentukan :

- Besar bunga pada akhir periode ke- n

$$B_n = (1 + b)^{n-1}(b \cdot M - A) + A$$

- Besar angsuran pada akhir periode ke- n

$$A_n = (1 + b)^{n-1}(A - bM)$$

- Sisa hutang pada akhir periode ke- n

$$M_n = (1 + b)^n(M - \frac{A}{b}) + \frac{A}{b}$$

(contoh di soal 2)

Besar anuitas untuk membayar hutang sebesar M_0 dengan bunga sebesar b perbulan selama n bulan adalah :

$$A = \frac{b(M_0)(1+b)^n}{(1+b)^n - 1}$$

(contoh di soal 3)

Contoh Soal Bunga Tunggal/Majemuk/Anuitas dan Pembahasan

1. Contoh Soal Bunga Majemuk

Modal sebesar Rp10.000.000,00 dipinjamkan dengan bunga majemuk 2% per tahun. Pada permulaan tahun ketiga, modal itu menjadi?

Pembahasan

$$M_n = M_0(1 + b)^n$$

$$M_0 = 10.000.000(1 + 0,02)^2 \quad (n = 2, \text{ karena awal tahun ke-3 sama dengan akhir tahun ke-2})$$

$$M_n = 10.000.000(1,02)^2$$

$$M_n = 10.404.000,00$$

2. Contoh Soal Anuitas

Sebuah pinjaman sebesar Rp20.000.000,00 akan dilunasi secara anuitas tahunan sebesar Rp4.000.000,00. Jika suku bunga 5% per tahun, besar angsuran, bunga, dan sisa hutang tahun ketiga adalah?

Pembahasan

- Angsuran

$$A_n = (1 + b)^{n-1}(A - bM)$$

$$A_n = (1 + 0,05)^{3-1}(4.000.000 - (0,05)20.000.000)$$

$$A_n = (1,05)^2(4.000.000 - 1.000.000)$$

$$A_n = (1,1025)(3.000.000)$$

$$A_n = 3.307.500,00$$

- Bunga

$$B_n = (1 + b)^{n-1}(b.M - A) + A$$

$$B_n = (1 + 0,05)^{3-1}(0,05 \times 20.000.000 - 4.000.000) + 4.000.000$$

$$B_n = (1,05)^2(-3.000.000) + 4.000.000 = -3.307.500 + 4.000.000$$

$$B_n = 692.500,00$$

- Sisa hutang

$$M_n = (1 + b)^n \left(M - \frac{A}{b} \right) + \frac{A}{b}$$

$$M_n = (1 + 0.05)^3 \left(20.000.000 - \frac{4.000.000}{0.05} \right) + \frac{4.000.000}{0.05}$$

$$M_n = (1.157625)(-60.000.000) + 80.000.000$$

$$M_n = 10.542.500,00$$

3. Contoh Soal Anuitas

Sebuah pinjaman sebesar Rp850.000.000,00 yang harus dilunasi dengan 6 anuitas jika dasar bunga 4% per bulan dan pembayaran pertama dilakukan setelah sebulan. Sisa hutang pada akhir bulan kelima adalah?

Pembahasan

$$A = \frac{b(M_0)(1+b)^n}{(1+b)^n - 1}$$

$$A = \frac{(0,04)(850.000.000)(1+0,04)^6}{(1+0,04)^6 - 1}$$

$$A = \frac{(0,04)(850.000.000)(1,04)^6}{(1,04)^6 - 1}$$

$$A = \frac{43.020.846,63}{0,2265319}$$

$$A = 162.147.628,43$$

Sisa hutang pada akhir periode ke-5 adalah

$$M_n = (1 + b)^n \left(M - \frac{A}{b} + \frac{A}{b} \right)$$

$$M_n = (1 + 0,04)^5 \left(850.000.000 - \frac{162.147.628,43}{0,04} \right) + \frac{162.147.628,43}{0,04}$$

$$M_n = (1,04)^5 \left(850.000.000 - \frac{162.147.628,43}{0,04} \right) + \frac{162.147.628,43}{0,04}$$

$$M_n = 155.911.109,00$$

Setelah memahami pemaparan materi dan contoh soal di atas, untuk menguji pemahaman silahkan kerjakan soal latihan berikut :

SOAL LATIHAN

1. Diketahui modal pinjaman Rp2.000.000 dengan bunga sebesar 2% per bulan, maka setelah 5 bulan modalnya adalah
2. Diketahui bunga tunggal sebesar Rp 100.000 untuk modal pinjaman Rp2.000.000, maka persentasenya adalah....
3. diketahui modal pinjaman Rp2.000.000 dengan bunga majemuk sebesar 2% per bulan, maka setelah 5 bulan modalnya adalah....
4. misal, $m_0 = 2.000.000$, $m = 12$ kali, $n = 2$ tahun, dan $b = 6\%$, maka modal pada akhir tahun adalah ...
5. harga mobil Rp120.000.000 menyusut harganya 10% tiap tahun. Di akhir tahun ke-6 nilainya.....
6. jumlah penduduk 20.000 jiwa dengan pertumbuhan penduduk 6% per tahun, maka pada akhir

tahun ke-5, jumlahnya

7. Modal sebesar Rp20.000.000,00 dipinjamkan dengan bunga majemuk 2% per tahun. Pada permulaan tahun ketiga, modal itu menjadi?
8. Sebuah pinjaman sebesar Rp40.000.000,00 akan dilunasi secara anuitas tahunan sebesar Rp8.000.000,00. Jika suku bunga 5% per tahun, besar angsuran, bunga, dan sisa hutang tahun ketiga adalah?
9. Sebuah pinjaman sebesar Rp750.000.000,00 yang harus dilunasi dengan 6 anuitas jika dasar bunga 4% per bulan dan pembayaran pertama dilakukan setelah sebulan. Sisa hutang pada akhir bulan kelima adalah?
10. Sebuah pinjaman sebesar Rp1.000.000.000,00 yang harus dilunasi dengan 6 anuitas jika dasar bunga 5% per bulan dan pembayaran pertama dilakukan setelah sebulan. Sisa hutang pada akhir bulan kelima adalah?

Langkah Kegiatan aktifitas peserta didik :

1. Pahami judul materi yang akan diuraikan dengan melihat dan membaca indikator pencapaian kompetensi.
2. Bacalah uraian materi dengan teliti kemudian dicermati sehingga bisa dipahami, hand out ini dibuat simple dan sederhana dan akan sangat mudah dipahami.
3. Telaah dan pelajari contoh soal berbasis HOTS serta pembahasannya dengan baik dan benar.
4. Kerjakan soal latihan yang tersedia, untuk lebih memahaminya setelah selesai cocokan dengan kunci jawaban yang tersedia dibagian akhir
5. Jika nilainya < 75 maka silahkan diulang kembali membahas materi ini dari awal.
6. Jika nilai >75 maka anda telah sukses mempelajari materi ini dengan benar.

Rangkuman materi :

1. Bunga (suku bunga) atau bank interest adalah penambahan jumlah modal yang diberikan oleh bank untuk para nasabahnya dengan dihitung dari presentase modal uang nasabah dan lamanya menabung.
2. **Bunga tunggal** adalah bunga yang diberikan berdasarkan perhitungan modal awal, sehingga bunga hanya memiliki satu variasi saja (tetap) dari awal periode sampai akhir periode.
3. **Bunga majemuk** adalah bunga yang diberikan berdasarkan modal awal dan akumulasi bunga pada periode sebelumnya. Bunga majemuk memiliki banyak variasi dan selalu berubah (tidak tetap) pada tiap-tiap periode.
4. **Penyusutan** atau depresiasi adalah pengurangan nilai dari harta tetap terhadap nilai buku atau nilai beli awalnya.
5. **Pertumbuhan** merupakan kenaikan jumlah pada tiap periode waktu berdasarkan suatu rasio pertumbuhan.
6. **Anuitas** adalah rangkaian pembayaran atau penerimaan yang sama jumlahnya dan harus dibayarkan atau yang harus diterima pada tiap akhir periode atas sebuah pinjaman atau kredit.
7. Matematika memiliki peranan penting dalam perhitungan dunia keuangan khususnya perbankan terdapat pada materi barisan dan deret aritmetika dan geometri.

KUNCI JAWABAN SOAL LATIHAN

- | | |
|-----------------|--------------------|
| 1. 2.200.000 | 6. 24.310 |
| 2. 5% | 7. 20.808.000 |
| 3. 2.208.161,60 | 8. 21.084.892 |
| 4. 2.254.319,56 | 9. 4.885.589,41 |
| 5. 7.085.880 | 10. 187.635.683,83 |

Daftar Pustaka

Howard, dkk. (2008). California Mathematics. Concepts, Skills, and Problem Solving 7. Columbus-USA, The McGraw-Hill Companies, Inc.

Magurn A, Bruce. (2002). Encyclopedia of Mathematics and Its Applications. United Kingdom: United Kingdom at the University Press, Cambridge.

Tan, Oon Seng. (1995). Mathematics. A Problem Solving Approach. Singapore: Federal Publication (S) Pte Lsd.

buku guru/ Kementerian Pendidikan dan Kebudayaan.-- . Edisi Revisi Jakarta : Kementerian Pendidikan dan Kebudayaan, 2017

Van de Walle, John A. (1990). Elementary School Mathematics: Teaching Developmentally. New York: Longman.

Glosarium

Bunga (suku bunga) atau bank interest

pertambahan jumlah modal yang diberikan oleh bank untuk para nasabahnya dengan dihitung dari presentase modal uang nasabah dan lamanya menabung.

Bunga tunggal

bunga yang diberikan berdasarkan perhitungan modal awal, sehingga bunga hanya memiliki satu variasi saja (tetap) dari awal periode sampai akhir periode.

Bunga majemuk

bunga yang diberikan berdasarkan modal awal dan akumulasi bunga pada periode sebelumnya. Bunga majemuk memiliki banyak variasi dan selalu berubah (tidak tetap) pada tiap-tiap periode.

Penyusutan atau depresiasi

pengurangan nilai dari harta tetap terhadap nilai buku atau nilai beli awalnya.

Pertumbuhan

kenaikan jumlah pada tiap periode waktu berdasarkan suatu rasio pertumbuhan.

Anuitas

rangkaian pembayaran atau penerimaan yang sama jumlahnya dan harus dibayarkan atau yang harus diterima pada tiap akhir periode atas sebuah pinjaman atau kredit.