HANDOUT
ROTASI DAN DILATASI

OLEH
COK ISTRI TIRTA PARHAYANI

MATEMATIKA
TRANSFORMASI GEOMETRI

MATEMATIKA
KELAS XI SMK

KOMPETENSI DASAR

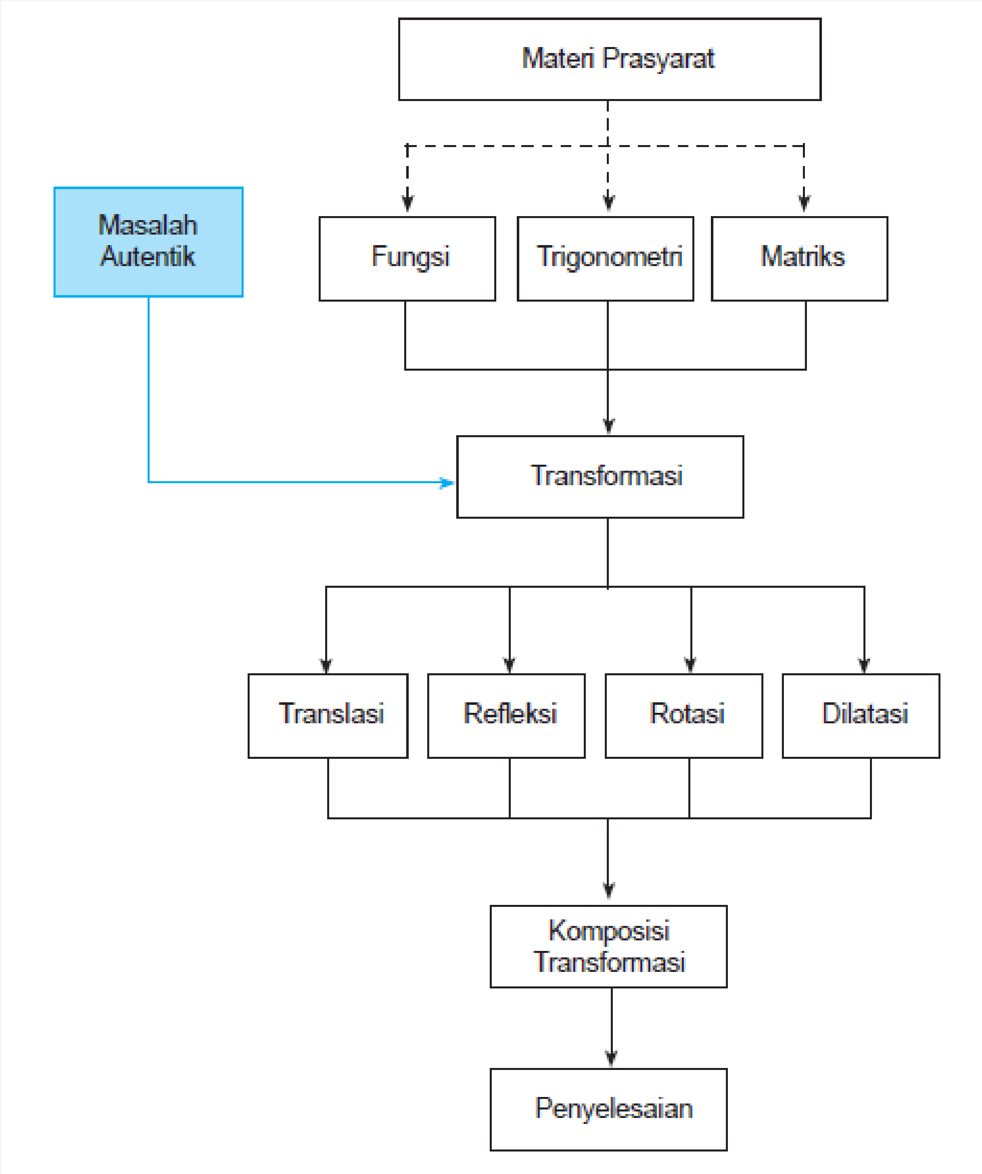
3.5 Menganalisis dan membandingkan transformasi dan komposisi transformasi dengan menggunakan matriks

4.5 Menyelesaikan masalah yang berkaitan dengan matriks transformasi geometri (translasi, refleksi, dilatasi dan rotasi)

TUJUAN PEMBELAJARAN

Melalui kegiatan pembelajaran ini diharapkan peserta didik mampu 1) menjelaskan pemakaian matriks pada transformasi geometri, 2) mengidentifikasi fakta pada sifat-sifat transformasi geometri dengan menggunakan matriks, 3) menganalisis dan membandingkan transformasi dan komposisi transformasi dengan menggunakan matriks, 4) memecahkan masalah yang berkaitan dengan matriks pada transformasi geometri serta 5) menerapkan prosedur untuk menyelesaikan masalah yang berkaitan dengan penggunaan matriks pada transformasi geometri dengan permasalahan praktis kehidupan sehari-hari melalui kerja problem solving, koneksi dan komunikasi matematika, critical thinking, kreatifitas berpikir matematis yang selaras dengan tuntutan masa depan.

PETA KONSEP


Materi Prasyarat
Masalah Autentik
Fungsi
Trigonometri
Matriks
Transformasi
Translasi
Refleksi
Rotasi
Dilatasi
Komposisi Transformasi
Penyelesaian

MATERI PRASYARAT

FUNGSI

Suatu fungsi f dengan daerah asal D_f dan g adalah suatu fungsi dengan daerah asal D_g, maka berlaku operasi penjumlahan, pengurangan, perkalian, dan pembagian sebagai berikut.

- $(f+g)(x) = f(x) + g(x)$, daerah asal $D_{f+g} = D_f \cap D_g$
- $(f-g)(x) = f(x) - g(x)$, daerah asal $D_{f-g} = D_f \cap D_g$
- $(f \times g)(x) = f(x) \times g(x)$, daerah asal $D_{f\times g} = D_f \cap D_g$
- $\left(\frac{f}{g}\right)(x) = \frac{f(x)}{g(x)}$, daerah asal $D_{\frac{f}{g}} = D_f \cap D_g - \{x | g(x) = 0\}$

Jika f dan g fungsi dimana $R_f \cap D_g \neq \emptyset$, maka terdapat fungsi h dari himpunan bagian D_f ke himpunan bagian R_g yang disebut fungsi komposisi f dan g,

$$h(x) = (g \circ f)(x) = g\big(f(x)\big)$$

dengan daerah asal fungsi komposisi f dan g adalah $D_{fg} = \left\{x \in D_f | f(x) \in D_g\right\}$

TRIGONOMETRI

Sudut istimewa dalam radian

Derajat	Radian	Derajat	Radian
0°	0 *rad*	90°	$\frac{\pi}{2}$ *rad*
30°	$\frac{\pi}{6}$ *rad*	120°	$\frac{2\pi}{3}$ *rad*
45°	$\frac{\pi}{4}$ *rad*	135°	$\frac{3\pi}{4}$ *rad*
60°	$\frac{\pi}{3}$ *rad*	150°	$\frac{5\pi}{6}$ *rad*
180°	π*rad*	270°	$\frac{3\pi}{2}$ *rad*
210°	$\frac{7\pi}{6}$ *rad*	300°	$\frac{5\pi}{3}$ *rad*
225°	$\frac{5\pi}{4}$ *rad*	315°	$\frac{7\pi}{4}$ *rad*
240°	$\frac{4\pi}{3}$ *rad*	330°	$\frac{11\pi}{6}$ *rad*

Menurut kajian geometris, sudut didefinisikan sebagai rotasi dari sisi awal ke sisi akhir. Sudut yang arah putarannya searah dengan jarum jam disebut sudut negatif, dan sudut yang arah putarannya berlawanan dengan arah jarum jam disebut sudut positif. Sedangkan dalam koordinat kartesius, sudut standar atau sudut baku adalah sudut yang sisi awal yang berimpit dengan sumbu x dan sisi terminal terletak pada salah satu kuadran pada koordinat kartesius.

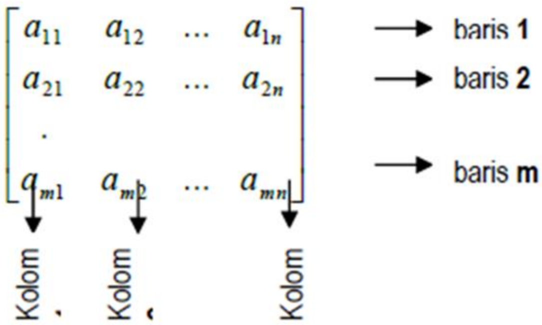
a. Sudut bertanda positif

b. Sudut bertanda negatif

MATRIKS

Matriks adalah susunan bilangan yang disajikan dalam aturan baris dan kolom yang berbentuk persegi maupun persegi panjang. Suatu matriks dapat ditulis dengan menggunakan tanda kurung biasa “( )” atau dengan kurung siku “[ ]”.

Bentuk Umum Matriks :



a_{mn} adalah elemen atau unsur matriks pada baris ke-m dan kolom ke-n

Kesamaan Dua Matriks

Dua matriks dikatakan sama jika ordo dan elemen-elemen yang seletak sama.

Contoh 1:

$A = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \qquad B = \begin{bmatrix} p & q \\ r & s \end{bmatrix}$

Jika $A \;=\; B$ maka: $a = p,\; b = q, c = r\ dan\ d = s$

Transpose Matriks

Transpose (putaran) matriks A yaitu matriks yang diperoleh dari matriks A dengan menukarkan elemen-elemen pada baris menjadi kolom dan sebaliknya elemen-elemen pada kolom menjadi baris. Transpose matriks A dinyatakan dengan atau A^T.

Operasi Matriks

- Penjumlahan Matriks

  Dua matriks dapat dijumlahkan jika ordonya sama. Yang dijumlahkan yaitu elemenelemen yang seletak.

  $$\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} p & q \\ r & s \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a+p & b+q \\ c+r & d+s \end{bmatrix}$$

- Pengurangan Matriks

  Dua matriks dapat dikurangkan jika ordonya sama. Yang dikurangkan elemen-elemen yang seletak.

  $$\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} p & q \\ r & s \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a-p & b-q \\ c-r & d-s \end{bmatrix}$$

- Perkalian Matriks
  - Perkalian Matriks Dengan Skalar

    Hasil perkalian skalar k dengan sebuah matriks A yang berordo $m \times n$ adalah sebuah matriks yang berordo $m \times n$ dengan elemen-elemennya adalah hasil kali skalar k dengan setiap elemen matriks A.
  - Perkalian Matriks Dengan Matriks

    Dua matriks A dan B dapat dikalikan jika jumlah kolom matriks A (matriks kiri) sama dengan jumlah baris matriks B (matriks kanan). Ordo hasil perkalian matriks $A_{m\times n}$ dengan $A_{n\times p}$, misalnya matriks C yang akan berordo $m \times p$ (seperti permainan domino).

$$\boxed{A_{m\times n} \cdot B_{n\times p} = C_{m\times p}}$$

Cara mengalikan matriks A dan B yaitu dengan menjumlahkan setiap perkalian elemen pada baris matriks A dengan elemen kolom matriks B dan hasilnya diletakkan sesuai dengan baris dan kolom pada matriks C (matriks hasil perkalian).

Misal : $A = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$ dan $B = \begin{bmatrix} p & r & t \\ q & s & u \end{bmatrix}$ maka

$$AB = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}\begin{bmatrix} p & r & t \\ q & s & u \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ap+bq & ar+bs & at+bu \\ cp+dq & cr+ds & ct+du \end{bmatrix}$$

KONSEP TRANSFORMASI GEOMETRI

Pada bab ini, Anda akan mempelajari pemetaan pada bangun geometri, yaitu transformasi geometri. Transformasi geometri adalah suatu aturan yang menghubungkan suatu titik di suatu bidang geometri (misalnya bidang datar) dengan titik lain pada bidang tersebut.

Pada bab ini, Anda akan mempelajari salah satu transformasi geometri pada bangun datar, yaitu rotasi (perputaran) dan dilatasi (perkalian). Tranformasi-transformasi tersebut sangat erat kaitannya dalam kehidupan sehari-hari.

Pergerakan kincir ria merupakan salah satu contoh yang menerapkan konsep transformasi geometri rotasi

Gambar 1. Pergerakan Kincir Ria

Pergerakan putaran roda sepeda juga merupakan penerapan dari konsep transformasi geometri yakni rotasi

Gambar 2. Pergerakan Roda Sepeda

Wahana roller koster yang terdapat di taman rekreasi juga merupakan penerapan konsep transformasi geometri yakni rotasi

Gambar 3. Pergerakan Roller Koster

Pas Photo yang beragam ukuran dari 2×3, ukuran 3×4, ukuran 4×6 merupakan contoh dari penerapan transformasi geometri pula yakni dilatasi

Gambar 4. Pas Photo beragam ukuran

Dengan demikian dapat disimpulkan bahwa

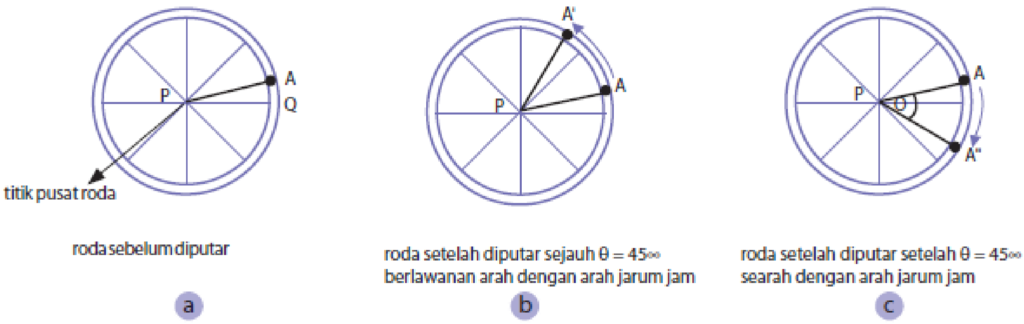
Transformasi pada bangun geometri merupakan suatu aturan yang memindahkan suatu bangun geometri dari satu posisi ke posisi lain dengan tidak mengubah bentuk bangun tersebut.

ROTASI

Rotasi (perputaran) adalah suatu transformasi yang memindahkan suatu titik pada bangun geometri dengan memutar titik tersebut terhadap titik pusatnya. Untuk mudahnya, bayangkan suatu rotasi pada sebuah roda.

AYO MENGAMATI

Jika pada roda tersebut terdapat titik A, posisi titik A akan berpindah ketika roda tersebut diputar atau dirotasikan terhadap titik pusat roda tersebut. Artinya, titik A berpindah akibat putaran roda. Perhatikan gambar berikut.



Gambar 5. Posisi A dan bayangan A' setelah berotasi

Gambar 5. (a) dan (b) menunjukkan suatu rotasi pada titik A pada roda terhadap pusat roda P. Arah rotasi dapat berlawanan dengan arah putaran jarum jam atau searah dengan arah putaran jarum jam. Jika arah rotasi berlawanan dengan arah jarum jam maka dinamakan **arah positif (+)**. Jika arah rotasi searah dengan arah jarum jam maka dinamakan **arah negatif (–)**. Besar sudut rotasi $\theta°$ adalah sudut yang terbentuk dari besarnya rotasi yang terjadi. Suatu rotasi R, terhadap pusat rotasi P dan sudut rotasi $\theta°$ dinotasikan dengan $R\ [P, \theta°]$. Sifat rotasi adalah bangun yang diputar (rotasi) tidak mengalami perubahan bentuk dan ukuran.

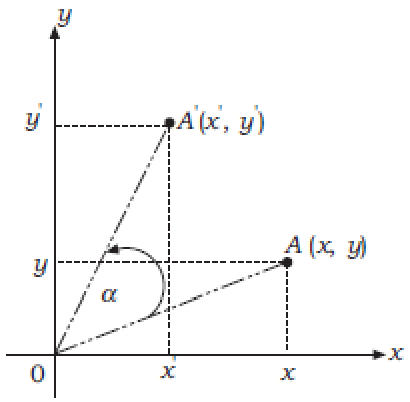
Rotasi dengan Pusat $O(0, 0)$

AYO MENGAMATI

Rotasi dengan pusat $O\ (0, 0)$ dan besar sudut putaran α dituliskan dalam $R\ [O, \alpha]$, dengan matriks rotasi

$$R_\alpha = \begin{pmatrix} \cos\alpha & -\sin\alpha \\ \sin\alpha & \cos\alpha \end{pmatrix}$$

Titik $A\ (x, y)$ dirotasikan dengan rotasi $R\ [O, \alpha]$, dengan pusat rotasi $O\ (0, 0)$ menghasilkan titik bayangan $A'(x', y')$. Dengan memerhatikan gambar di bawah ini diperoleh hubungan:



$$A' = R_\alpha \times A$$

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos\alpha & -\sin\alpha \\ \sin\alpha & \cos\alpha \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$$

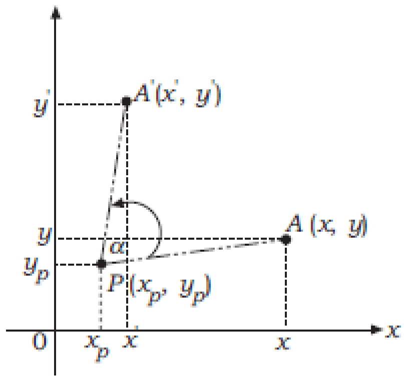
Dari hubungan di atas didapatkan persamaan

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x\cos\alpha - y\sin\alpha \\ x\sin\alpha - y\cos\alpha \end{pmatrix}$$

Rotasi dengan Pusat $P(x_p, y_p)$

AYO MENGAMATI

Titik $A\,(x, y)$ dirotasikan dengan rotasi $R\,[P, \alpha]$ menghasilkan titik bayangan $A'(x', y')$ yang berpusat di titik $P\,(x_p, y_p)$ Dengan memerhatikan gambar di bawah ini diperoleh hubungan:



$$A' - P = R_\alpha \times (A - P)$$

$$\begin{pmatrix} x' - x_p \\ y' - y_p \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos\alpha & -\sin\alpha \\ \sin\alpha & \cos\alpha \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x - x_p \\ y - y_p \end{pmatrix}$$

Dari hubungan di atas didapatkan persamaan

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} (x - x_p)\cos\alpha - (y - y_p)\sin\alpha \\ (x - x_p)\sin\alpha + (y - y_p)\cos\alpha \end{bmatrix} - \begin{pmatrix} x_p \\ y_p \end{pmatrix}$$

Contoh Soal 1

Diketahui titik A (4, 5), tentukan bayangannya akibat rotasi 90° dengan titik pusat O dan dengan titik pusat P (1, 1).

Penyelesaian

Rotasi titik A $(4,5)$ dengan titik pusat $O(0,0)$ dan $\alpha = 90°$, maka

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos\alpha & -\sin\alpha \\ \sin\alpha & \cos\alpha \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos 90° & -\sin 90° \\ \sin 90° & \cos 90° \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 4 \\ 5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 4 \\ 5 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} -5 \\ 4 \end{pmatrix}$$

Rotasi titik A $(4,5)$ dengan titik pusat $P(1,1)$ dan $\alpha = 90°$, maka

$$\begin{pmatrix} x' - x_p \\ y' - y_p \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos\alpha & -\sin\alpha \\ \sin\alpha & \cos\alpha \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x - x_p \\ y - y_p \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} x' - 1 \\ y' - 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos 90° & -\sin 90° \\ \sin 90° & \cos 90° \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 4 - 1 \\ 5 - 1 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} x' - 1 \\ y' - 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -4 \\ 3 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -4 \\ 3 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -3 \\ 4 \end{pmatrix}$$

Jadi, bayangan titik A(4,5) yang dirotasikan 90° dengan titik posat O adalah $A'(-5, 4)$ dan dengan titik pusat P(1, 1) adalah $A'(-3, 4)$.

Contoh Soal 2

Jika garis $x - 2y + 3 = 0$ dirotasi dengan titik pusat $P(1, -1)$ dan sudut 180° searah jarum jam maka tentukanlah bayangan garis tersebut.

Penyelesaian

Misalkan titik $A(x, y)$ memenuhi persamaan $x - 2y + 3 = 0$ sehingga

$$A(x, y) \xrightarrow[R[P,(-180°)]]{} A'(x', y')$$

$$\begin{pmatrix} x' - x_p \\ y' - y_p \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos\alpha & -\sin\alpha \\ \sin\alpha & \cos\alpha \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x - x_p \\ y - y_p \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos(-180°) & -\sin(-180°) \\ \sin(-180°) & \cos(-180°) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x - 1 \\ y - (-1) \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x - 1 \\ y - (-1) \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -x + 1 \\ -y - 1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -x + 2 \\ -y - 2 \end{pmatrix}$$

$x' = -x + 2 \Leftrightarrow x = 2 - x'$

$y' = -y - 2 \Leftrightarrow y = -y' - 2$

Dengan mensubstitusi x dan y ke garis maka ditemukan bayangannya

$x - 2y + 3 = 0$

$(2 - x') - 2(-y' - 2) + 3 = 0$

$2 - x' + 2y' + 4 + 3 = 0$

$-x' + 2y' + 9 = 0$

$$-x + 2y + 9 = 0$$

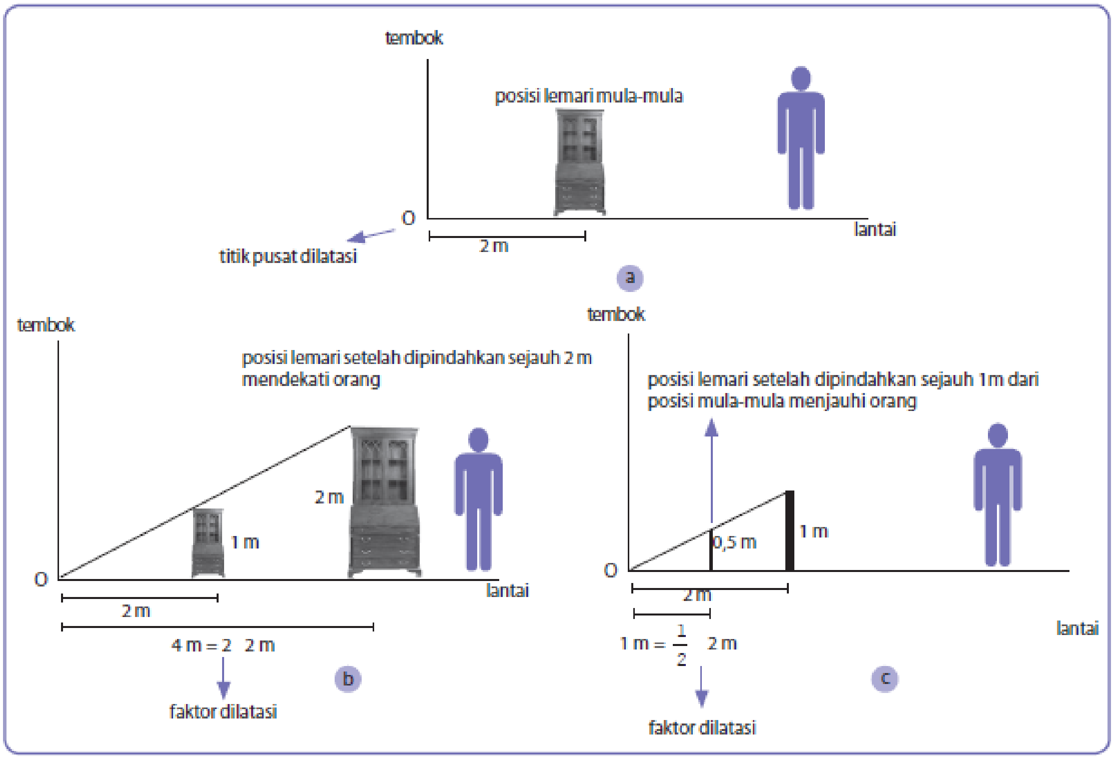
Jadi, bayangan garis adalah $-x + 2y + 9 = 0$

DILATASI

Dilatasi (perkalian) adalah suatu transformasi yang memindahkan suatu titik pada bangun geometri yang bergantung pada titik pusat dilatasi dan faktor (skala) dilatasi. Akibatnya, bayangan dari bangun geometri yang didilatasi berubah ukurannya (membesar atau mengecil).

AYO MENGAMATI

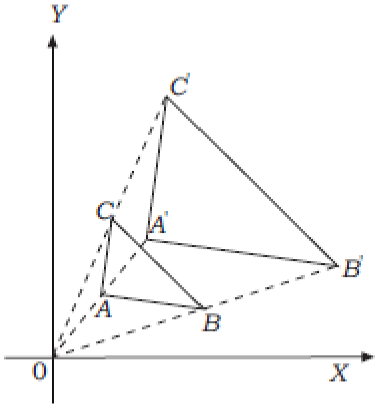
Untuk mudahnya, bayangkan bangun yang didilatasi adalah mobil yang sedang melaju ke arah Anda. Dari jauh mobil tampak kecil. Ketika mendekat mobil tampak semakin besar, dan ketika menjauh mobil tampak mengecil kembali. Dilatasi dapat pula dianalogikan dengan mendekatkan suatu objek atau menjauhkan suatu objek dari Anda. Ilustrasinya dapat dilihat pada gambar di bawah ini.



Dilatasi dengan Pusat $\boldsymbol{O}(0,0)$

AYO MENGAMATI

Bayangan akibat dilatasi ditentukan oleh titik pusat dan faktor skala (faktor perkalian). Dilatasi dengan pusat O (0, 0) dan faktor skala k, dirumuskan dengan $[O, k]$. Segitiga ABC didilatasi dengan titik pusat O dan faktor skala k menghasilkan $A'B'C'$. Diperoleh hubungan:



$x' = kx$

$y' = ky$

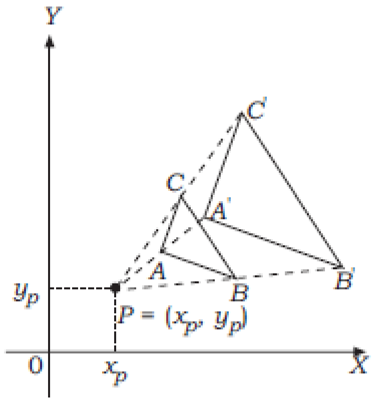
Dalam hitungan matriks dirumuskan

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} k & 0 \\ 0 & k \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \text{ atau } \begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = k \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$$

Dilatasi dengan Pusat $P\left(x_p, y_p\right)$

AYO MENGAMATI

Jika titik $A\,(x, y)$ didilatasikan dengan titik pusat $P\left(x_p, y_p\right)$ dan faktor skala k menghasilkan titik $A'(x', y')$ maka diperoleh hubungan:



$$\begin{pmatrix} x' - x_p \\ y' - y_p \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} k & 0 \\ 0 & k \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x - x_p \\ y - y_p \end{pmatrix} = k \begin{pmatrix} x - x_p \\ y - y_p \end{pmatrix}$$

Sehingga, dapat disimpulkan:

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \left(k \begin{pmatrix} x - x_p \\ y - y_p \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} x_p \\ y_p \end{pmatrix} \right)$$

Contoh Soal 1

Diketahui titik A (5, 9), tentukan hasil bayangannya karena dilatasi [O, 2] dan karena dilatasi [P, 3] dengan titik pusat P [2, 1]!

Penyelesaian

Dilatasi [O, 2]

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 5 \\ 9 \end{pmatrix} = 2 \begin{pmatrix} 5 \\ 9 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 10 \\ 18 \end{pmatrix}$$

Dilatasi [P, 3] dengan titik pusat P [2, 1]

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \left(k \begin{pmatrix} x - x_p \\ y - y_p \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} x_p \\ y_p \end{pmatrix} \right) = \left(3 \begin{pmatrix} 5 - 2 \\ 9 - 1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix} \right) = \begin{pmatrix} 9 \\ 24 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 11 \\ 25 \end{pmatrix}$$

Jadi, titik bayangan hasil dilatasi adalah: $A'(10, 18)$ dan $A'(11, 25)$.

Contoh Soal 2

Jika garis $2x - 4y + 3 = 0$ didilatasi dengan pusat $P(1, -1)$ dan skala -2 maka tentukanlah bayangan garis tersebut

Penyelesaian

Misalkan titik $A(x, y)$ memenuhi persamaan $2x - 4y + 3 = 0$ sehingga

$$A(x, y) \xrightarrow[{[P, -2]}]{} A'(x', y')$$

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \left(k\begin{pmatrix} x - x_p \\ y - y_p \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} x_p \\ y_p \end{pmatrix}\right) = \left(-2\begin{pmatrix} x - 1 \\ y - (-1) \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix}\right) = \begin{pmatrix} -2x + 3 \\ -2y - 3 \end{pmatrix}$$

$$x' = -2x + 3 \Leftrightarrow x = \frac{3 - x'}{2}$$

$$y' = -2y - 3 \Leftrightarrow y = \frac{-3 - y'}{2}$$

Dengan mensubstitusi x dan y ke garis maka ditemukan bayangannya,

$$2x - 4y + 3 = 0$$

$$2\left(\frac{3 - x'}{2}\right) - 4\left(\frac{-3 - y'}{2}\right) + 3 = 0$$

$$-x' + 2y' + 12 = 0$$

$$-x + 2y + 12 = 0$$

Jadi, bayangan garis adalah $-x + 2y + 12 = 0$

AYO MENGERJAKAN

1. Tentukan bayangan titik-titik oleh Rotasi R dengan sudut α dan pusat sebagai berikut
   a. Titik $A(2, 1)$ dengan sudut $90°$ dan pusat $O(0,0)$
   b. Titik $B(-2, -1)$ dengan sudut $180°$ dan pusat $P(2, -1)$
2. Tentukan bayangan garis berikut yang dirotasi oleh R dengan sudut α dan pusat sebagai berikut
   a. Garis $2y - 3x + 6 = 0$ dengan sudut $90°$ searah jarum jam dan pusat $O(0,0)$
   b. Garis $3y - 4x - 6 = 0$ dengan sudut $90°$ berlawanan jarum jam dan pusat $P(1, 1)$

3. Tentukan bayangan titik-titik oleh dilatasi dengan skala k dan pusat sebagai berikut
   a. Titik $A(2, 1)$ dengan skala $k = 2$ dan pusat $O(0,0)$
   b. Titik $B(-2, -1)$ dengan skala $k = 3$ dan pusat $P(2, -1)$
4. Tentukan bayangan garis berikut yang dirotasi oleh R dengan sudut α dan pusat sebagai berikut
   a. Garis $2y - 3x + 6 = 0$ dengan skala $k = 2$ dan pusat $O(0,0)$
   b. Garis $3y - 4x - 6 = 0$ dengan skala $k = -2$ dan pusat $P(1, 1)$