



RENCANA PELAKSANAAN PEMBELAJARAN

Nama Sekolah	:	SMK MUHAMMADIYAH 1 SUKOHARJO
Mata Pelajaran	:	Matematika
Kompetensi Keahlian	:	Semua Kompetensi Keahlian
Kelas/Semester	:	X/Genap
Tahun Pelajaran	:	2020/2021
Pertemuan	:	Ke-1
Alokasi Waktu	:	2 JP @30 Menit (60' x 1 pertemuan)

A. KOMPETENSI INTI

- KI.1 Menghayati dan mengamalkan ajaran agama yang dianutnya
- KI.2 Menghayati dan mengamalkan perilaku jujur, disiplin, tanggungjawab, peduli (gotong royong, kerjasama, toleran, damai), santun, responsif dan pro-aktif dan menunjukkan sikap sebagai bagian dari sosial dan alam solusi atas berbagai permasalahan dalam berinteraksi secara efektif dengan lingkungan serta dalam menempatkan diri sebagai cerminan bangsa dalam pergaulan dunia.
- KI.3 Memahami, menerapkan, menganalisis, dan mengevaluasi tentang pengetahuan faktual, konseptual, operasional dasar, dan metakognitif sesuai dengan bidang dan lingkup kerja pada tingkat teknis, spesifik, detil, dan kompleks, berkenaan dengan ilmu pengetahuan, teknologi, seni, budaya, dan humaniora dalam konteks pengembangan potensi diri sebagai bagian dari keluarga, sekolah, dunia kerja, warga masyarakat nasional, regional, dan internasional.
- KI.4 Melaksanakan tugas spesifik dengan menggunakan alat, informasi, dan prosedur kerja yang lazim dilakukan serta memecahkan masalah sesuai dengan bidang kajian matematika. Menampilkan kinerja di bawah bimbingan dengan mutu dan kuantitas yang terukur sesuai dengan standar kompetensi kerja. Menunjukkan keterampilan menalar, mengolah, dan menyaji secara efektif, kreatif, produktif, kritis, mandiri, kolaboratif, komunikatif, dan solutif dalam ranah abstrak terkait dengan pengembangan dari yang dipelajarinya di sekolah, serta mampu melaksanakan tugas spesifik di bawah pengawasan langsung. Menunjukkan keterampilan mempersepsi, kesiapan, meniru, membiasakan, gerak mahir, menjadikan gerak alami dalam ranah konkret terkait dengan pengembangan dari yang dipelajarinya di sekolah, serta mampu melaksanakan tugas spesifik di bawah pengawasan langsung.

B. KOMPETENSI DASAR

- 3.15 Menerapkan operasi matriks dalam menyelesaikan masalah yang berkaitan dengan matriks
- 4.15 Menyelesaikan masalah yang berkaitan dengan matriks

C. INDIKATOR PENCAPAIAN KOMPETENSI

IPK Pengetahuan

- 3.15.1 Menemukan konsep operasi penjumlahan dan pengurangan matriks
- 3.15.2 Menemukan konsep sifat-sifat operasi penjumlahan dan pengurangan matriks

IPK Keterampilan

- 4.15.1 Menyelesaikan masalah yang berkaitan dengan operasi penjumlahan dan pengurangan matriks

D. TUJUAN PEMBELAJARAN

Melalui pembelajaran dengan pendekatan saintifik dan melalui pembelajaran berbasis Problem Based Learning (PBL) dengan berbantuan LKPD, setelah berdiskusi dan menggali informasi melalui pengembangan literasi baca tulis dan numerik, serta mengembangkan kemampuan Critical thinking, Communication, Collaboration, Creative (4C) melalui sikap jujur, kerjasama, percaya diri dan bertanggung jawab, peserta didik diharapkan mampu:

1. Menemukan konsep operasi penjumlahan dan pengurangan matriks
2. Menemukan konsep sifat-sifat operasi penjumlahan dan pengurangan matriks
3. Menyelesaikan masalah yang berkaitan dengan operasi penjumlahan dan pengurangan matriks

E. MATERI PEMBELAJARAN

- Penjumlahan Matriks
- Pengurangan matriks
(*terlampir*)

F. PENDEKATAN, MODEL, DAN METODE

1. Pendekatan berfikir : Saintifik
2. Model Pembelajaran : *Problem Based Learning*
3. Metode Pembelajaran : Daring

G. ALAT/BAHAN DAN MEDIA PEMBELAJARAN

1. Media : Internet, Google Meeting, Ms. Office 365, Video Pembelajaran, LKPD
2. Alat dan Bahan : Laptop, smartphone

H. KEGIATAN PEMBELAJARAN

Kegiatan	Deskripsi Kegiatan	Alokasi Waktu
Pendahuluan	<ol style="list-style-type: none">1. Guru membuka kegiatan dengan mengucapkan salam dan mengajak peserta didik untuk berdo'a bersama-sama dengan membaca surat Al Fatihah dan Do'a Belajar.2. Mempersiapkan gawai/laptop serta koneksi internet untuk melaksanakan kegiatan belajar online di Google Meeting3. Guru mengecek kehadiran siswa dan membagikan link	10 menit

	<p>Form presensi kepada peserta didik</p> <p>4. Memberikan motivasi dan menyampaikan tujuan pembelajaran</p>	
<p>Inti</p>	<ul style="list-style-type: none"> - <u>Orientasi</u> <ul style="list-style-type: none"> • Melalui Google Meeting guru memaparkan materi mengenai Operasi Penjumlahan dan Pengurangan Matriks. • Guru meminta peserta didik untuk membuka LKPD mengenai penyelesaian masalah yang berkaitan dengan penjumlahan dan pengurangan matriks yang sudah dibagikan lewat Ms. Teams. • Peserta didik mengamati dan mengajukan pertanyaan terkait permasalahan penjumlahan dan pengurangan matriks. - <u>Mengorganisasi siswa</u> <ul style="list-style-type: none"> • Guru membagi peserta didik menjadi beberapa kelompok diskusi (@ 4 orang) • Guru meminta peserta didik untuk berdiskusi dengan teman satu kelompok melalui group WA tiap kelompok untuk merumuskan cara menghitung operasi penjumlahan dan pengurangan matriks dari permasalahan yang diberikan. - <u>Membimbing Penyelidikan</u> <ul style="list-style-type: none"> • Guru membimbing peserta didik melakukan pengumpulan data/informasi untuk menemukan penyelesaian masalah yang berkaitan dengan penjumlahan dan pengurangan matriks. • Peserta didik membaca buku/browsing internet tentang cara menghitung operasi penjumlahan dan pengurangan matriks • Peserta didik berdiskusi dengan kelompoknya untuk menemukan penyelesaian masalah - <u>Pengembangan dan Penyajian Hasil Penyelesaian Masalah</u> <ul style="list-style-type: none"> • Setiap kelompok (presenter) diminta untuk mempresentasikan hasil diskusi tentang permasalahan operasi penjumlahan dan pengurangan matriks yang telah disajikan dalam LKPD • Setiap kelompok berkolaborasi mempresentasikan hasil temuan kelompoknya dengan menampilkan hasil diskusinya • Anggota kelompok yang lain bertanya atau memberikan tanggapan secara santun dari hasil 	<p>40 menit</p>

	<p>temuan yang disampaikan.</p> <ul style="list-style-type: none"> - <u>Analisis dan Evaluasi</u> <ul style="list-style-type: none"> • Peserta didik bersama guru merefleksi proses ataupun hasil penyelesaian yang dilakukan oleh kelompok. • Peserta didik diberikan penguatan tentang materi yang telah dipelajari. • Peserta didik bersama guru menyimpulkan tentang hal-hal penting yang muncul dalam kegiatan pembelajaran yang baru dilakukan. 	
Penutup	<ul style="list-style-type: none"> • Guru bersama peserta didik merefleksikan pengalaman belajar dan membuat kesimpulan mengenai pembelajaran yang telah dilaksanakan. • Guru memberikan tugas penilaian harian kepada siswa pada Ms. Forms. • Guru menyampaikan materi pelajaran yang akan dibahas pada pertemuan selanjutnya. • Guru mengakhiri jam pelajaran dengan mengajak peserta didik bersama-sama membaca do'a penutup majelis. 	10 menit

I. SUMBER BELAJAR

- Buku Matematika kelas X Kementerian Pendidikan dan Kebudayaan Republik Indonesia Tahun 2017
- Bahan Ajar dari Guru: Fitria Ikaningtiyas, 2021
- Materi matematika dari Internet:
www.pelajaran.co.id
www.sumberbelajar.belajar.kemdikbud.go.id
<https://atikahsuryaniulfah.wordpress.com>

J. PENILAIAN HASIL BELAJAR

1. Teknik Penilaian

Teknik penilaian yang digunakan adalah pengamatan dan tes tertulis

2. Prosedur Penilaian

NO	ASPEK YANG DINILAI	TEKNIK PENILAIAN	WAKTU PENILAIAN
1.	Sikap	Form Penilaian Sikap	Selama pembelajaran
2.	Pengetahuan	Tes Uraian	Tugas Individu
3.	Ketrampilan	Pengamatan / LKPD	Selama Pembelajaran

3. Instrumen Penilaian

a. Penilaian sikap

No	Nama	Jujur			Tanggung Jawab			Percaya Diri			Kerja sama			Jumlah Skor	Nilai	Kriteria
		1	2	3	1	2	3	1	2	3	1	2	3			

Rubrik Penilaian

No	Aspek	Rubrik	Skor
1	Jujur	Menuliskan data pengamatan sesuai dengan hasil asli	3
		Menuliskan beberapa data pengamatan tidak sesuai dengan hasil asli	2
		Tidak menuliskan data pengamatan sesuai dengan hasil asli	1
2	TanggungJawab	Mengerjakan soal sesuai prosedur dan selesai	3
		Mengerjakan soal tidak sesuai prosedur tetapi selesai	2
		Tidak mengerkana soal sesuai prosedur dan tidak diselesaikan	1
3	Percaya Diri	Aktif dalam kegiatan tanya jawab dalam pembelajaran	3
		Kurang aktif dalam kegiatan Tanya jawab dalam pembelajaran	2
		Tidak aktif dalam kegiatan pembelajaran	1
4	Kerja sama	Aktif dalam kegiatan bekerja kelompok	3
		Kurang aktif dalam kegiatan belajar kelompok	2
		Tidak aktif dalam kegiatan belajar kelompok	1

$$\text{Nilai} = \frac{\text{jumlah skor perolehan}}{\text{jumlah skor maksimal}} \times 100$$

b. Penilaian pengetahuan

Kompetensi Dasar	IPK	Indikator Soal	Jenis Soal	Soal
3.15Menerapkan operasi matriks dalam menyelesaikan masalah yang	3.15.1 Menemukan konsep operasi penjumlahan dan	1. Peserta didik dapat menemukan konsep operasi	Esay / Uraian	1. Diberikan matriks- matriks berikut. $A = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 3 & 4 \end{pmatrix}$

berkaitan dengan matriks 4.15 Menyelesaikan masalah yang berkaitan dengan matriks	pengurangan matriks	penjumlahan dan pengurangan matriks		$C = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}, D = \begin{pmatrix} 5 & 6 \\ 7 & 8 \end{pmatrix}$ $E = \begin{pmatrix} 5 & 6 \end{pmatrix}.$ <p>Carilah pasangan matriks yang bisa dijumlahkan maupun dikurangi.</p>
	3.15.2 Menemukan konsep sifat-sifat operasi penjumlahan dan pengurangan matriks	2. Peserta didik dapat menemukan konsep sifat-sifat operasi penjumlahan dan pengurangan matriks		2. Dari soal nomor 1, berikan penjelasanmu kenapa pasangan matriks tersebut bisa dijumlahkan maupun dikurangi.
	4.15.1. Menyelesaikan masalah yang berkaitan dengan operasi penjumlahan dan pengurangan matriks	3. Peserta didik bisa menyelesaikan masalah yang berkaitan dengan operasi penjumlahan dan pengurangan matriks		3. JTire merupakan suatu perusahaan ban yang menjual dua jenis ban, ban mobil dan truk, kepada tiga distributornya. Distributor yang ada di Jakarta selama bulan Januari, Februari, dan Maret berhasil menjual ban mobil sebanyak 350, 420, dan 530 serta ban truk sebanyak 220, 180, dan 140. Sementara itu, distributor yang ada di Tangerang berhasil menjual ban mobil sebanyak 430, 560, dan 690 serta ban truk sebanyak 280, 320, dan 220 pada 3 bulan yang sama. Sedangkan distributor yang ada di Bekasi berhasil menjual ban mobil sebanyak 864, 980, dan 1.236 serta ban truk sebanyak 535,

				<p>542, dan 332 pada periode yang sama</p> <p>a Tulislah “matriks penjualan” berordo 2×3 untuk setiap distributor (J untuk Jakarta, T untuk Tangerang, dan B untuk Bekasi), dengan kolom-kolom <i>Januari, Februari, dan Maret</i>, serta dua baris yang menunjukkan jenis ban mobil dan ban truk.</p> <p>b Dengan menggunakan matriks pada poin 1, tentukan selisih banyaknya ban yang dijual oleh distributor di Bekasi untuk setiap jenisnya dengan jumlah ban yang dijual oleh distributor yang berada di Jakarta dan Tangerang.</p>
--	--	--	--	---

Kunci Jawaban

1. Langkah-langkah penyelesaian soal no. 1

Diketahui : $A = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}$, $B = (3 \ 4)$, $C = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$, $D = \begin{pmatrix} 5 & 6 \\ 7 & 8 \end{pmatrix}$, $E = (5 \ 6)$.

Ditanya : Pasangan matriks yang bisa dijumlahkan mauun dikurangi?

Jawab :

- Matriks B dengan matriks E (skor 10)
- Matriks C dengan matriks D (skor 10)

2. Langkah-langkah penyelesaian soal no. 2

Karena kedua matriks yang dipasangkan memiliki ordo yang sama

- Matriks B dengan matriks E berordo 1×2 (skor 10)
- Matriks C dengan matriks D berordo 2×2 (skor 10)

3. Langkah-langkah penyelesaian soal no. 3

- a Pertama, kita buat tabel penjualan yang terdiri dari kolom-kolom bulan (Januari, Februari, dan Maret) dan baris-baris yang menyatakan jenis ban. Berikut ini tabel penjualan dari distributor di Jakarta.

J	Januari	Februari	Maret
Ban Mobil	350	420	530
Ban Truk	220	180	140

(skor 10)

Sedangkan tabel penjualan distributor Tangerang adalah sebagai berikut.

T	Januari	Februari	Maret
Ban Mobil	430	560	690
Ban Truk	280	320	220

(skor 10)

Berikut ini tabel penjualan distributor Bekasi.

B	Januari	Februari	Maret
Ban Mobil	864	980	1.236
Ban Truk	535	542	332

(skor 10)

Sehingga kita mendapatkan matriks J , T , dan B sebagai berikut.

$$J = \begin{bmatrix} 350 & 420 & 530 \\ 220 & 180 & 140 \end{bmatrix}, \quad T = \begin{bmatrix} 430 & 560 & 690 \\ 280 & 320 & 220 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 864 & 980 & 1.236 \\ 535 & 542 & 332 \end{bmatrix}.$$

(skor 10)

- b Selisih banyaknya ban yang dijual oleh distributor di Bekasi untuk setiap jenisnya dengan jumlah ban yang dijual oleh distributor yang berada di Jakarta dan Tangerang dapat ditentukan sebagai berikut.

$$\begin{aligned} B - (J + T) &= \begin{bmatrix} 864 & 980 & 1.236 \\ 535 & 542 & 332 \end{bmatrix} - \left(\begin{bmatrix} 350 & 420 & 530 \\ 220 & 180 & 140 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 430 & 560 & 690 \\ 280 & 320 & 220 \end{bmatrix} \right) \\ &= \begin{bmatrix} 864 & 980 & 1.236 \\ 535 & 542 & 332 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 780 & 980 & 1.220 \\ 500 & 500 & 360 \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} 84 & 0 & 16 \\ 35 & 42 & -28 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

(skor 20)

Penskoran Jawaban dan Pengolahan Nilai

1. Nilai 5 : Jika jawaban dan hasil akhir sesuai dengan kunci jawaban
2. Nilai 4 : Jika langkah sesuai, tapi hasil akhir tidak sesuai dengan kunci jawaban
3. Nilai 3 : Jika langkah kurang sesuai dan hasil akhir sesuai dengan kunci jawaban
4. Nilai 2 : Jika langkah kurang sesuai dan hasil akhir juga kurang sesuai kunci jawaban
5. Nilai 1 : Jika langkah dan hasil akhir tidak sesuai kunci jawaban

Contoh Pengolahan Nilai			
IPK	No Soal	Skor Penilaian	Nilai
3.15.1	1	20	<i>Nilai = 100</i>
3.15.2	2	20	
4.15.1	3	60	

c. Penilaian ketrampilan

Soal

Menyelesaikan Tugas dalam LKPD melalui diskusi kelompok, namun masing-masing anggota kelompok menuliskan kembali hasil diskusi kelompok dan hasil presentasi dari kelompok lain

Tabel : Rubrik Penilaian Unjuk Kerja

Tingkat	Kriteria
4	Jawaban menunjukkan penerapan konsep mendasar yang berhubungandengan tugas ini.Ciri-ciri: Semua jawaban benar,sesuai dengan prosedur operasi dan penerapan konsep yang berhubungandengan tugas ini
3	Jawaban menunjukkan penerapan konsep mendasar yang berhubungandengan tugas ini.Ciri-ciri: Semua jawaban benar tetapi ada cara yang tidak sesuai atau ada satu jawaban salah. Sedikitkesalahanperhitungandapatditerima
2	Jawaban menunjukkan keterbatasan atau kurang memahami masalah yang berhubungan dengan tugas ini. Ciri-ciri: Ada jawaban yang benar dan sesuai dengan prosedur, dan ada jawaban tidak sesuai dengan permasalahan yang ditanyakan.
1	Jawaban hanya menunjukkan sedikit atau sama sekali tidak ada pengetahuan matematika yang berhubungan dengan masalah ini. Ciri-ciri: Semua jawaban salah, atau Jawaban benar tetapi tidak diperoleh melalui prosedur yang benar.
0	Tidak ada jawaban atau lembar kerja kosong

**LEMBAR PENILAIAN KETERAMPILAN
PENILAIAN UNJUK KERJA**

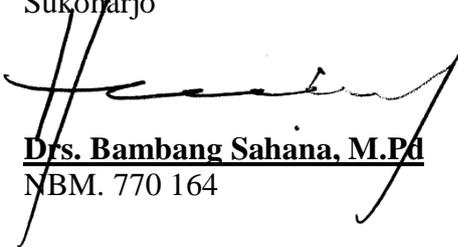
KELAS :

No	NamaSiswa	Pertemuan				Nilai	Ket.
		1	2	3	dst		
1.							
2.							
3.							
4.							
5.							
Dst.							

4. Pembelajaran Remedial dan Pengayaan

- a. Pembelajaran remedial dilakukan segera setelah kegiatan penilaian.
- b. Pembelajaran pengayaan dilakukan dengan memberikan tugas yang bertujuan untuk mengeksplorasi kemampuan siswa dengan soal setingkat ujian nasional atau olimpiade

Mengetahui,
Kepala SMK Muhammadiyah 1
Sukoharjo


Drs. Bambang Sahana, M.Pd
NBM. 770 164

Sukoharjo, 2021
Guru Mata Pelajaran

Fitria Ikaningtiyas, S.Pd
NBM. 1 109 453

BAHAN AJAR MATEMATIKA

MATRIKS

Konsep Operasi dan Operasi Pada Matriks

KELAS X SEMESTER GENAP SMK

Oleh :
FITRIA IKANINGTYAS



A. KOMPETENSI INTI

KI-3 : Memahami, menerapkan, menganalisis, dan mengevaluasi tentang pengetahuan faktual, konseptual, operasional dasar, dan metakognitif sesuai dengan bidang dan lingkup kerja pada tingkat teknis, spesifik, detil, dan kompleks, berkenaan dengan ilmu pengetahuan, teknologi, seni, budaya, dan humaniora dalam konteks pengembangan potensi diri sebagai bagian dari keluarga, sekolah, dunia kerja, warga masyarakat nasional, regional, dan internasional.

KI-4 : Melaksanakan tugas spesifik dengan menggunakan alat, informasi, dan prosedur kerja yang lazim dilakukan serta memecahkan masalah sesuai dengan bidang kajian matematika. Menampilkan kinerja di bawah bimbingan dengan mutu dan kuantitas yang terukur sesuai dengan standar kompetensi kerja. Menunjukkan keterampilan menalar, mengolah, dan menyaji secara efektif, kreatif, produktif, kritis, mandiri, kolaboratif, komunikatif, dan solutif dalam ranah abstrak terkait dengan pengembangan dari yang dipelajarinya di sekolah, serta mampu melaksanakan tugas spesifik di bawah pengawasan langsung. Menunjukkan keterampilan mempersepsi, kesiapan, meniru, membiasakan, gerak mahir, menjadikan gerak alami dalam ranah konkret terkait dengan pengembangan dari yang dipelajarinya di sekolah, serta mampu melaksanakan tugas spesifik di bawah pengawasan langsung.

B. KOMPETENSI DASAR

- 3.15 Menerapkan operasi matriks dalam menyelesaikan masalah yang berkaitan dengan matriks
- 3.16 Menentukan nilai determinan, invers dan tranpos pada ordo 2×2 dan nilai determinan dan tranpos pada ordo 3×3
- 4.15 Menyelesaikan masalah yang berkaitan dengan matriks
- 4.16 Menyelesaikan masalah yang berkaitan dengan determinan, invers dan tranpose pada ordo 2×2 serta nilai determinan dan tranpos pada ordo 3×3

C. INDIKATOR PENCAPAIAN KOMPETENSI

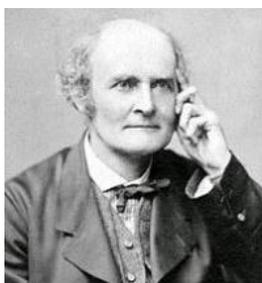
- 3.15.1 Menemukan konsep operasi penjumlahan dan pengurangan matriks
- 3.15.2 Menemukan konsep sifat – sifat operasi penjumlahan dan pengurangan matriks
- 3.15.3 Menemukan konsep operasi perkalian matriks dengan bilangan skalar
- 3.15.4 Menemukan konsep sifat – sifat operasi perkalian suatu bilangan real dengan matriks
- 3.15.5 Menemukan konsep sifat – sifat operasi perkalian dua matriks

- 3.15.6 Menerapkan operasi dan sifat-sifat matriks dalam pemecahan masalah
- 3.16.1. Menentukan Tranpose Matriks
- 3.16.2. Menentukan determinan matriks ordo 2×2 dan 3×3
- 3.16.3. Menentukan invers matriks
- 3.16.4. Menyelesaikan masalah menggunakan matriks,
- 4.15.1. Memecahkan masalah yang berkaitan dengan operasi penjumlahan dan pengurangan matriks
- 4.15.2. Menyelesaikan masalah yang berkaitan operasi perkalian matriks dengan bilangan skalar
- 4.15.3. Menyelesaikan masalah yang berkaitan dengan operasi perkalian matriks dengan matriks
- 4.15.4. Menyajikan model matematika dari suatu masalah nyata yang berkaitan dengan matriks.
- 4.16.1. Menyelesaikan masalah yang berkaitan dengan determinan matriks dengan ordo 2×2 dan 3×3
- 4.16.2. Menyelesaikan masalah yang berkaitan dengan invers matriks dengan ordo 2×2 dan 3×3

D. SEJARAH MATRIKS

Dalam kehidupan sehari – hari, kita sering berhadapan dengan persoalan yang apabila kita telusuri ternyata merupakan masalah matematika. Dengan mengubahnya kedalam bahasa atau persamaan matematika, maka persoalan tersebut lebih mudah diselesaikan. Tetapi, terkadang kita mengalami kesulitan jika suatu persoalan seringkali memuat lebih dari dua persamaan atau variabel. Bahkan di negara maju, sering ditemukan model ekonomi yang harus dipecahkan dengan suatu sistem persamaan dengan puluhan atau ratusan variabel.

Pada dasarnya, matriks merupakan suatu alat atau instrumen yang cukup ampuh untuk memecahkan persoalan tersebut. Matriks memudahkan kita untuk membuat analisis – analisis yang mencakup hubungan variabel – variabel dari suatu persoalan. Gagasan matriks pertama kali diperkenalkan oleh Athur Cayley (1821-1895) pada tahun 1859 di Inggris dalam sebuah studi sistem persamaan linear dan transformasi linear. Namun pada awalnya, matriks hanya dianggap permainan karna tidak bisa diaplikasikan. Baru pada tahun 1925, 30 tahun setelah Cayley meninggal, matriks digunakan pada mekanika kuantum. Selanjutnya matriks mengalami perkembangan yang pesat dan digunakan dalam berbagai bidang.

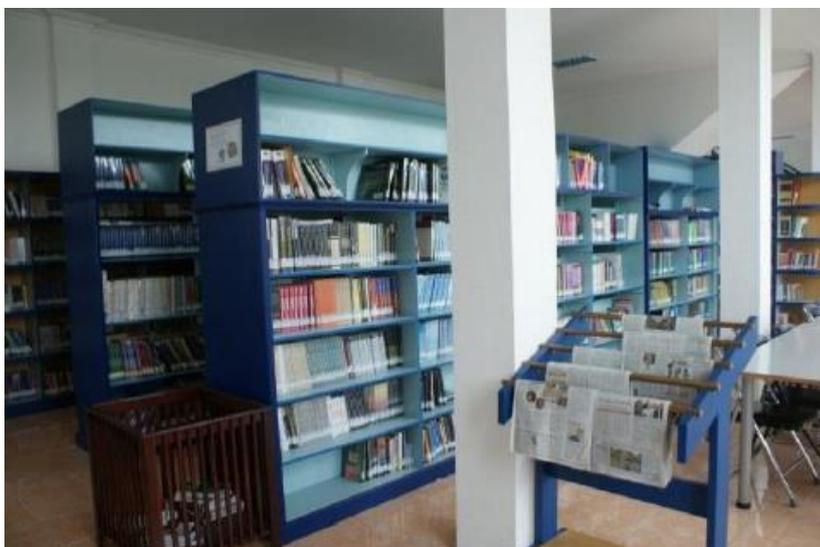


Profil Arthur Cayley :

Arthur Cayley (16 Agustus 1821 – 26 Januari 1895) merupakan seorang ahli matematika berkebangsaan Inggris. Dia merupakan orang pertama yang menemukan rumus matriks. Pada usia 17 tahun, dia tinggal di Trinity College, Cambridge. Cayley berhasil menemukan berbagai macam rumus senyawa kimia. Dia berhasil

menemukan Teorema Cayley. Dia wafat pada tahun 1895.
<https://atikahsuryaniulfah.wordpress.com>

E. RELEVANSI



Seorang statistikawan sedang melakukan penelitian pada sebuah perpustakaan yang ada di suatu kota mengenai minat baca anggota perpustakaan berdasarkan usia dan jenis buku. Ia mengelompokkan usia menjadi tiga bagian yaitu anak-anak (≤ 12 tahun), remaja ($12 < x < 20$ tahun) dan dewasa (> 20 tahun), sedangkan jenis buku dikelompokkan menjadi buku fiksi, non fiksi, dan pengetahuan umum. Hasil penelitian yang diperoleh dituliskan dalam tabel sebagai berikut.

	Fiksi	Nonfiksi	Pengetahuan umum
Anak-anak	25	9	5
Remaja	40	35	20
Dewasa	30	50	45

Angka-angka yang ada di dalam kotak merupakan jumlah orang yang meminjam buku berdasarkan jenis buku yang dipinjam dan usia peminjam, ternyata, bentuk tabel di atas

dapat dibuat lebih sederhana lagi menjadi $\begin{bmatrix} 25 & 9 & 5 \\ 40 & 35 & 20 \\ 30 & 50 & 45 \end{bmatrix}$.

Bentuk ini disebut sebagai matriks, yang terdiri atas sejumlah baris dan kolom. Baris pertama yaitu $[25 \ 9 \ 5]$ merupakan banyaknya peminjam dari kalangan anak-anak, angka 25 menunjukkan banyak anak-anak yang meminjam buku fiksi, angka 9 menunjukkan banyaknya anak-anak yang meminjam buku nonfiksi, dan seterusnya.

Kolom pertama yaitu $\begin{bmatrix} 25 \\ 40 \\ 30 \end{bmatrix}$ merupakan banyaknya buku fiksi yang dipinjam, angka 40

menunjukkan banyaknya buku fiksi yang dipinjam oleh remaja, angka 30 menunjukkan banyaknya buku fiksi yang dipinjam oleh dewasa, dan seterusnya. Pada bentuk matriks di atas, memiliki tiga baris dan tiga kolom, dan selanjutnya dinamakan matriks berordo tiga.

Dengan menggunakan matriks, bentuk yang lebih kompleks dapat ditampilkan menjadi lebih sederhana. Mungkin matriks merupakan hal yang baru bagi kalian, tetapi mempelajari matriks tidaklah sulit. Selama kalian teliti dalam perhitungan dan memahami rumus yang diberikan, permasalahan mengenai matriks tentu dapat kalian atasi. Ada beberapa sifat matriks yang perlu kalian perhatikan.

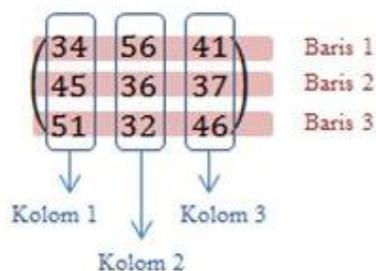
F. MATERI PEMBELAJARAN

1. Pengertian Matriks

Matriks adalah kumpulan bilangan yang disusun secara baris atau kolom atau kedua-duanya dan di dalam suatu tanda kurung. Bilangan-bilangan yang membentuk suatu matriks disebut sebagai elemen-elemen matriks. Matriks digunakan untuk menyederhanakan penyampaian data, sehingga mudah untuk diolah.

2. Ordo matriks

Dijelaskan sebelumnya matriks terdiri dari unsur-unsur yang tersusun secara baris dan kolom. Jika banyak baris suatu matriks adalah m , dan banyak kolom suatu matriks adalah n , maka matriks tersebut memiliki ordo matriks atau ukuran $m \times n$. Perlu diingat bahwa m dan n hanya sebuah notasi, sehingga tidak boleh dilakukan sebuah perhitungan (penjumlahan, perkalian). Pada contoh matriks jumlah penjualan mobil diatas diketahui bahwa:



- Banyak baris, $m = 3$
- Banyak kolom, $n = 3$
- Ordo matriks, $m \times n = 3 \times 3$

3. Operasi Penjumlahan dan Pengurangan Matriks

Penjumlahan dan pengurangan matriks hanya bisa dilakukan jika kedua matriks memiliki ukuran atau tipe yang sama. Elemen-elemen yang dijumlahkan atau dikurangi adalah elemen yang posisi atau letaknya sama.

www.pelajaran.co.id

Contoh:

$$\text{Jika } A = \begin{pmatrix} 1 & 4 \\ 2 & 5 \\ 3 & 6 \end{pmatrix} \text{ dan } B = \begin{pmatrix} 3 & 6 \\ 4 & 7 \\ 5 & 8 \end{pmatrix}$$

a. Penjumlahan Matriks

$$A + B = \begin{pmatrix} 1 & 4 \\ 2 & 5 \\ 3 & 6 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 3 & 6 \\ 4 & 7 \\ 5 & 8 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1+3 & 4+6 \\ 2+4 & 5+7 \\ 3+5 & 6+8 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 & 10 \\ 6 & 12 \\ 8 & 14 \end{pmatrix}$$

b. Pengurangan Matriks

$$B - A = \begin{pmatrix} 3 & 6 \\ 4 & 7 \\ 5 & 8 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 1 & 4 \\ 2 & 5 \\ 3 & 6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3-1 & 6-4 \\ 4-2 & 7-5 \\ 5-3 & 8-6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 2 & 2 \\ 2 & 2 \end{pmatrix}$$

Sifat penjumlahan dan pengurangan matriks

- $A + B = B + A$
- $(A + B) + C = A + (B + C)$
- $A - B \neq B - A$

4. Perkalian Matriks

Operasi perkalian pada matriks ada dua macam yaitu perkalian matriks dengan skalar dan perkalian matriks dengan matriks. Sebelum memperkenalkan perkalian matriks dengan matriks, siswa terlebih dahulu diperkenalkan perkalian matriks dengan bilangan/skalar.

www.pelajaran.co.id

a. Perkalian Matriks dengan skalar

Matriks A dikalikan dengan suatu bilangan/skalar k maka kA diperoleh dari hasil kali setiap elemen A dengan k.

Contoh: Jika $P = \begin{bmatrix} 3 & 8 \\ 5 & 1 \end{bmatrix}$ maka: $4P = 4 \begin{bmatrix} 3 & 8 \\ 5 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 12 & 32 \\ 20 & 4 \end{bmatrix}$

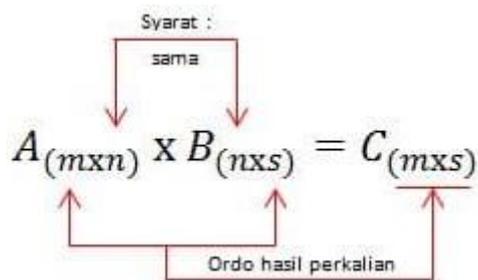
Sifat-sifat perkalian matriks dengan skalar:

Jika k dan l bilangan real dan A , B dua matriks dengan ordo sedemikian hingga dapat dilakukan operasi hitung berikut, maka berlaku:

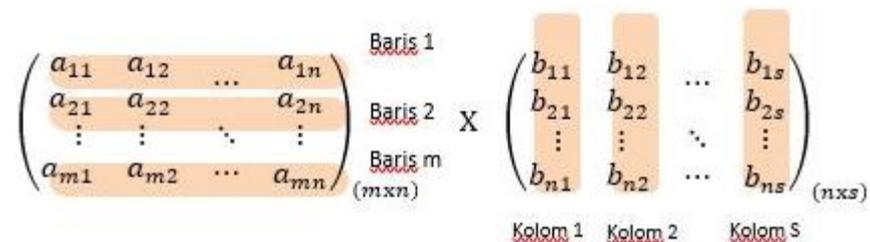
- $k(A+B) = kA+kB$
- $2k(A-B) = kA-kB$
- $(k+l)A = kA+lA$
- $(k-l)A = kA-lA$
- $(kl)A = k(lA)$

b. Perkalian Matriks dengan Matriks

Perkalian antara dua matriks misalnya matriks A dan B , bisa dilakukan jika jumlah kolom A sama dengan jumlah baris B . Perkalian tersebut menghasilkan matriks dengan jumlah baris sama dengan matriks A dan jumlah sama dengan matriks B , sehingga:



Elemen-elemen matriks $C_{(m \times s)}$ merupakan penjumlahan dari hasil kali elemen-elemen baris ke- i matriks A dengan kolom ke- j matriks B . Berikut skemanya:



Misalnya matriks A berordo (3×4) dan matriks B berordo (4×2) , maka matriks C berordo (3×2) . Elemen C pada baris ke-2 dan kolom ke-2 atau a_{22} diperoleh dari jumlah hasil perkalian elemen-elemen baris ke-2 matriks A dan kolom ke-2 matriks B . Contohnya:

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 4 & 3 \\ 2 & 5 & 1 & 2 \\ 1 & 3 & 2 & 2 \end{pmatrix} \text{ dan } B = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 3 & 2 \\ 2 & 5 \\ 1 & 4 \end{pmatrix}$$

Maka:

$$A \cdot B = C = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 4 & 3 \\ 2 & 5 & 1 & 2 \\ 1 & 3 & 2 & 2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 3 & 2 \\ 2 & 5 \\ 1 & 4 \end{pmatrix}$$

$$C = \begin{pmatrix} (a_{11}b_{11} + a_{12}b_{21} + a_{13}b_{31} + a_{14}b_{41}) & (a_{11}b_{12} + a_{12}b_{22} + a_{13}b_{32} + a_{14}b_{42}) \\ (a_{21}b_{11} + a_{22}b_{21} + a_{23}b_{31} + a_{24}b_{41}) & (a_{21}b_{12} + a_{22}b_{22} + a_{23}b_{32} + a_{24}b_{42}) \\ (a_{31}b_{11} + a_{32}b_{21} + a_{33}b_{31} + a_{34}b_{41}) & (a_{31}b_{12} + a_{32}b_{22} + a_{33}b_{32} + a_{34}b_{42}) \end{pmatrix}$$

$$C = \begin{pmatrix} 16 & 40 \\ 21 & 29 \\ 16 & 27 \end{pmatrix}$$

Perlu diingat sifat perkalian dua matriks bahwa:

$$\mathbf{A \times B \neq B \times A}$$

Sebagai pembuktian, diketahui $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$ dan $B = \begin{pmatrix} 2 & 5 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$ maka:

$$AB = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & 5 \\ 3 & 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 8 & 13 \\ 7 & 14 \end{pmatrix}$$

$$BA = \begin{pmatrix} 2 & 5 \\ 3 & 4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 12 & 9 \\ 11 & 10 \end{pmatrix}$$

Terbukti bahwa $A \times B \neq B \times A$. Ada sifat-sifat lain perkalian matriks dengan bilangan atau dengan matriks lain, sebagai berikut:

- $k(AB) = (kA)B$
- $ABC = (AB)C = A(BC)$
- $A(B+C) = AB+AC$
- $(A + B)C = AC + BC$

5. Tranpose Matriks

Transpose matriks merupakan perubahan baris menjadi kolom dan sebaliknya. Transpose matriks dari $A_{m \times n}$ adalah sebuah matriks dengan ukuran $(n \times m)$ dan bernotasi A^T . Jika matriks A ditranspose, maka baris 1 menjadi kolom 1, baris 2 menjadi kolom 2, dan begitu seterusnya.

Contoh:

$$\begin{pmatrix} 1 & 4 \\ 2 & 5 \\ 3 & 6 \end{pmatrix} \text{ ditranspose menjadi } \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{pmatrix}$$

Sifat dari transpose matriks: $(A^T)^T = A$.

6. Determinan dan Invers Matriks

▪ Determinan Matriks

Determinan dari suatu matriks A diberi notasi tanda kurung, sehingga penulisannya adalah $|A|$. Determinan hanya bisa dilakukan pada matriks persegi.

www.studiobelajar.com

◆ Invers matriks Ordo 2x2

Misalkan, $A = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$ adalah matriks berordo 2x2. Elemen a dan d terletak pada diagonal utama, sedangkan elemen b dan c terletak pada diagonal kedua. Determinan matriks A dapat diperoleh dengan mengurangkan hasil kali elemen-elemen diagonal utama dengan hasil kali elemen-elemen diagonal kedua.

$$\text{Det } A = \begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix} = ad - bc$$

Contoh;

Tentukanlah determinan matriks berikut!

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 5 \\ 4 & 3 \end{pmatrix}$$

Pembahasan:

$$\det A = \begin{vmatrix} 2 & 5 \\ 4 & 3 \end{vmatrix} = (2 \times 3) - (5 \times 4) = 6 - 20 = -14$$

www.ruangguru.com

◆ Invers Matriks Ordo 3x3

Jika $A = \begin{pmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & i \end{pmatrix}$ maka determinan A adalah:

$$|A| = \begin{vmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & i \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} a & b \\ d & e \\ g & h \end{vmatrix} - \begin{vmatrix} c & f \\ f & i \\ i & h \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} c & e \\ e & d \\ d & g \end{vmatrix}$$

(-) (-) (-)
(+) (+) (+)

$$= aei + bfg + cdg - ceg - afh - bdi$$

Determinan matriks memiliki sifat-sifat berikut:

1. Determinan A = Determinan A^T
2. Tanda determinan berubah jika 2 baris/2 kolom yang berdekatan dalam matriks ditukar

$$\begin{vmatrix} 1 & 2 & 5 \\ 3 & 6 & 7 \\ 4 & 5 & 2 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 2 & 1 & 5 \\ 6 & 3 & 7 \\ 5 & 4 & 2 \end{vmatrix}$$

3. Jika suatu baris atau kolom sebuah determinan matriks memiliki faktor p, maka p dapat dikeluarkan menjadi pengali.

$$\begin{vmatrix} 1 & 2 & 5 \\ 2 & 6 & 8 \\ 4 & 5 & 2 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 5 \\ (2.1) & (2.3) & (2.4) \\ 4 & 5 & 2 \end{vmatrix} = 2 \begin{vmatrix} 1 & 2 & 5 \\ 1 & 3 & 4 \\ 4 & 5 & 2 \end{vmatrix}$$

4. Jika dua baris atau dua kolom merupakan saling berkelipatan, maka nilai determinannya adalah 0.

$$\begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 6 \end{vmatrix} = 3 \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 2 \end{vmatrix} = 3[(1.2) - (2.1)] = 0$$

5. Nilai determinan dari matriks segitiga atas atau bawah adalah hasil kali dari elemen-elemen diagonal saja.

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 2 & 6 & 0 \\ 4 & 5 & 2 \end{pmatrix} = (1.6.2) = 12$$

Contoh:

Tentukan determinan matriks berikut ini menggunakan aturan Sarrus dan metode minor-kofaktor!

$$A = \begin{pmatrix} 4 & 2 & 8 \\ 2 & 1 & 5 \\ 3 & 2 & 4 \end{pmatrix}$$

• **Aturan Sarrus**

$$A = \begin{vmatrix} 4 & 2 & 8 \\ 2 & 1 & 5 \\ 3 & 2 & 4 \end{vmatrix}$$

$$\det A = 4 \cdot 1 \cdot 4 + 2 \cdot 5 \cdot 3 + 8 \cdot 2 \cdot 2 - 8 \cdot 1 \cdot 3 - 4 \cdot 5 \cdot 2 - 2 \cdot 2 \cdot 4$$

$$\det A = 16 + 30 + 32 - 24 - 40 - 16 = -2$$

- **Metode minor-kofaktor**

$$A = \begin{pmatrix} 4 & 2 & 8 \\ 2 & 1 & 5 \\ 3 & 2 & 4 \end{pmatrix}$$

$$\det A = \sum_{i=1}^n a_{ij} \cdot C_{ij}$$

$$\det A = \sum_{i=1}^3 a_{ij} \cdot C_{ij} = a_{11} \cdot C_{11} + a_{12} \cdot C_{12} + a_{13} \cdot C_{13}$$

- A_{11} diperoleh dengan menghilangkan elemen-elemen pada baris ke-1 dan kolom ke-1.

$$A_{11} = \begin{pmatrix} 4 & 2 & 8 \\ 2 & 1 & 5 \\ 3 & 2 & 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 5 \\ 2 & 4 \end{pmatrix} \text{ maka } M_{11} = \begin{vmatrix} 1 & 5 \\ 2 & 4 \end{vmatrix}$$

- A_{12} diperoleh dengan menghilangkan elemen-elemen pada baris ke-1 dan kolom ke-2.

$$A_{12} = \begin{pmatrix} 4 & 2 & 8 \\ 2 & 1 & 5 \\ 3 & 2 & 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 5 \\ 3 & 4 \end{pmatrix} \text{ maka } M_{12} = \begin{vmatrix} 2 & 5 \\ 3 & 4 \end{vmatrix}$$

- A_{13} diperoleh dengan menghilangkan elemen-elemen pada baris ke-1 dan kolom ke-3.

$$A_{13} = \begin{pmatrix} 4 & 2 & 8 \\ 2 & 1 & 5 \\ 3 & 2 & 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 2 \end{pmatrix} \text{ maka } M_{13} = \begin{vmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 2 \end{vmatrix}$$

Sehingga,

$$\begin{aligned} \det A &= a_{11} \cdot C_{11} + a_{12} \cdot C_{12} + a_{13} \cdot C_{13} \\ &= 4 \cdot (-1)^{1+1} \begin{vmatrix} 1 & 5 \\ 2 & 4 \end{vmatrix} + 2 \cdot (-1)^{1+2} \begin{vmatrix} 2 & 5 \\ 3 & 4 \end{vmatrix} + 8 \cdot (-1)^{1+3} \begin{vmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 2 \end{vmatrix} \\ &= 4 \cdot (4 - 10) - 2 \cdot (8 - 15) + 8 \cdot (4 - 3) \\ &= -24 + 14 + 8 = -2 \end{aligned}$$

www.ruangguru.com

- **Invers matriks**

- **Invers Matriks Ordo 2 x 2**

Invers dari suatu matriks A dengan ukuran 2 x 2, elemen pada baris pertama adalah a, b dan elemen pada baris kedua adalah c, d dinyatakan dalam rumus di bawah.

Invers Matriks

$$\mathbf{A}^{-1} = \frac{1}{ad - bc} \begin{pmatrix} d & -b \\ -c & a \end{pmatrix}$$

Contoh :

Diketahui elemen-elemen pada matriks A seperti berikut.

$$A = \begin{bmatrix} 3 & 2 \\ 1 & 4 \end{bmatrix}$$

Tentukan invers dari matriks A!

$$\begin{aligned} A &= \begin{bmatrix} 3 & 2 \\ 1 & 4 \end{bmatrix} \\ A^{-1} &= \frac{1}{3 \times 4 - 2 \times 1} \begin{bmatrix} 4 & -2 \\ -1 & 3 \end{bmatrix} \\ &= \frac{1}{12 - 2} \begin{bmatrix} 4 & -2 \\ -1 & 3 \end{bmatrix} \\ &= \frac{1}{10} \begin{bmatrix} 4 & -2 \\ -1 & 3 \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} \frac{4}{10} & -\frac{2}{10} \\ -\frac{1}{10} & \frac{3}{10} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{2}{5} & -\frac{1}{5} \\ -\frac{1}{10} & \frac{3}{10} \end{bmatrix} \end{aligned}$$

www.idschool.net

▪ **Invers Matriks Ordo 3 x 3**

Jika $A = \begin{pmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & i \end{pmatrix}$, invers dari matriks A adalah :

$$A^{-1} = \frac{1}{|A|} \cdot Adj(A)$$

dengan:

$$|A| == aei + bfg + cdg - ceg - afh - bdi$$

$$Adj A = \begin{bmatrix} \begin{vmatrix} e & f \\ h & i \end{vmatrix} & \begin{vmatrix} b & c \\ h & i \end{vmatrix} & \begin{vmatrix} b & c \\ e & f \end{vmatrix} \\ \begin{vmatrix} d & f \\ g & i \end{vmatrix} & \begin{vmatrix} a & c \\ g & i \end{vmatrix} & \begin{vmatrix} a & c \\ d & f \end{vmatrix} \\ \begin{vmatrix} d & e \\ g & h \end{vmatrix} & \begin{vmatrix} a & b \\ g & h \end{vmatrix} & \begin{vmatrix} a & b \\ d & e \end{vmatrix} \end{bmatrix}$$

▪ **Sifat-Sifat Invers Matriks**

- $AA^{-1} = A^{-1}A = I$
- $(A^{-1})^{-1} = A$
- $(AB)^{-1} = B^{-1}A^{-1}$
- Jika $AX = B$, maka $X = A^{-1}B$
- Jika $XA = B$, maka $X = BA^{-1}$

CONTOH PERMASALAHAN:

1. Dua orang bersaudara laki-laki dan perempuan membuka dua cabang toko kue di Padang dan di Medan. Toko kue itu menyediakan 2 jenis kue, yaitu; bronis dan bika ambon. Biaya untuk bahan ditangani oleh saudara perempuan dan biaya untuk chef ditangani oleh saudara laki-laki. Biaya untuk tiap-tiap kue seperti pada tabel berikut:

Tabel Biaya Toko di Padang (dalam Rp)		
	Bronis	Bika Ambon
Bahan Kue	1.000.000	1.200.000
Chef	2.000.000	3.000.000

Tabel Biaya Toko di Medan (dalam Rp)		
	Bronis	Bika Ambon
Bahan Kue	1.500.000	1.700.000
Chef	3.000.000	3.500.000

Berapa total biaya yang diperlukan oleh kedua toko kue?

2. Sebuah pabrik tekstil hendak menyusun tabel aktiva mesin dan penyusutan mesin selama 1 tahun yang dinilai sama dengan 10 % dari harga perolehan sebagai berikut:

Jenis Aktiva	Harga Perolehan (Rp)	Penyusutan Tahun I (Rp)	Harga Baku (Rp)
Mesin A	25.000.000	2.500.000	
Mesin B	65.000.000	6.500.000	
Mesin C	48.000.000	4.800.000	

Tentukan Harga Bakunya!

3. Jika diketahui $P = \begin{pmatrix} 16 & 40 & 36 \\ 24 & 60 & 72 \end{pmatrix}$. Tentukan nilai dari $\frac{1}{4}P + \frac{3}{4}P!$
4. Toko 'Sembada Art' Yogyakarta menjual kerajinan tangan pada "Unik Galery" Jakarta yang dituliskan dalam nota penjualan berikut :

<i>S e m b a d a A r t</i> Yogyakarta NOTA PENJUALAN				
No Transaksi : 13524		Kepada Yth : UNIK GALERY		
Tanggal Transaksi : 29-11-2008		Alamat : Jakarta		
			(Rp)	(Rp)
1	Patung Lilin	20	100.000	2.000.000
2	Patung keramik	35	150.000	5.250.000
3	Boneka akar wangi	50	20.000	1.000.000
Jumlah				8.250.000

- a. Buatlah dua tabel berdasarkan nota penjualan di atas, yaitu tabel yang memuat jumlah barang dan tabel yang memuat harga barang!
 - b. Berdasarkan tabel pada jawaban a, ubahlah kedalam bentuk perkalian matriks untuk memperoleh total harga penjualan!
5. Arman membeli 5 pensil dan 3 penghapus, sedangkan Susi membeli 4 pensil dan 2 penghapus di toko yang sama. Di kasir, Arman membayar Rp 11.500,00 sedangkan Susi membayar Rp 9.000,00. Jika Dodi membeli 6 pensil dan 5 penghapus, berapa ia harus membayar?

PEMBAHASAN CONTOH PERMASALAHAN:

1. Jika kita misalkan matriks biaya di Padang, sebagai matriks *A* dan matriks biaya di Medan sebagai matriks *B*, maka matriks biaya kedua toko disajikan sebagai berikut.

$$A = \begin{pmatrix} 1000000 & 1200000 \\ 2000000 & 3000000 \end{pmatrix} \text{ dan } B = \begin{pmatrix} 1500000 & 1700000 \\ 3000000 & 3500000 \end{pmatrix}$$

Total biaya pada tabel di atas dapat ditentukan dengan menjumlahkan matriks *A* dan *B*.

$$\begin{aligned}
 A + B &= \begin{pmatrix} 1000000 & 1200000 \\ 2000000 & 3000000 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1500000 & 1700000 \\ 3000000 & 3500000 \end{pmatrix} \\
 &= \begin{pmatrix} 1000000+1500000 & 1200000+1700000 \\ 2000000+3000000 & 3000000+3500000 \end{pmatrix} \\
 &= \begin{pmatrix} 2500000 & 2900000 \\ 5000000 & 6500000 \end{pmatrix}
 \end{aligned}$$

Jadi keempat total biaya tersebut dinyatakan dalam matriks berikut:

Tabel Biaya Toko di Medan (dalam Rp)

	Bronis	Bika Ambon
Bahan Kue	2.500.000	2.900.000
Chef	5.000.000	6.500.000

2. Misalkan:

$$\text{Harga perolehan merupakan matriks } A = \begin{pmatrix} 25.000.000 \\ 65.000.000 \\ 48.000.000 \end{pmatrix}$$

Penyusutan tahun pertama merupakan matriks

$$B = \begin{pmatrix} 2.500.000 \\ 6.500.000 \\ 4.800.000 \end{pmatrix}$$

Untuk mencari harga baku pada tabel tersebut adalah:

$$A - B = \begin{pmatrix} 25.000.000 \\ 65.000.000 \\ 48.000.000 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 2.500.000 \\ 6.500.000 \\ 4.800.000 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 22.500.000 \\ 58.500.000 \\ 43.200.000 \end{pmatrix}$$

Jadi Harga baku setiap mesin:

- Mesin A = Rp. 22.500.000,00
- Mesin B = Rp. 58.500.000,00
- Mesin C = Rp. 43.200.000,00

$$3. \frac{1}{4}P + \frac{3}{4}P = \frac{1}{4} \begin{pmatrix} 16 & 40 & 36 \\ 24 & 60 & 72 \end{pmatrix} + \frac{3}{4} \begin{pmatrix} 16 & 40 & 36 \\ 24 & 60 & 72 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} 4 & 10 & 9 \\ 6 & 15 & 18 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 12 & 30 & 27 \\ 18 & 45 & 54 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 16 & 60 & 36 \\ 24 & 60 & 72 \end{pmatrix}$$

4. Dari soal tersebut bisa dibuat:

a. Tabel Jumlah Barang

Jenis Barang	Patung Lilin	Patung Keramik	Boneka Akar Wangi
Jumlah	20	35	50

Tabel Harga Barang

Jenis Barang	Harga Satuan (Rp)
Patung Lilin	100000
Patung Keramik	150000
Boneka Akar Wangi	20000

b. Bentuk perkalian matriksnya adalah :

$$\begin{bmatrix} 20 & 35 & 50 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 100000 \\ 150000 \\ 20000 \end{bmatrix} = [(20 \times 100000) + (35 \times 150000) + (50 \times 20000)]$$

$$= [8250000]$$

5. Dimisalkan harga satuan pensil = x dan harga satuan penghapus = y

Disusun ke dalam sistim persamaan linear dua variabel (SPLDV)

$$5x + 3y = 11.500$$

$$4x + 2y = 9.000$$

Sistim persamaan di atas dapat dinyatakan dalam bentuk matriks, yakni :

$$\begin{bmatrix} 5 & 3 \\ 4 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 11.500 \\ 9.000 \end{bmatrix}$$

menggunakan cara invers matriks

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} &= \frac{1}{(5)(2) - (-3)(4)} \begin{bmatrix} 2 & -3 \\ -4 & 5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 11.500 \\ 9.000 \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} &= -\frac{1}{2} \begin{bmatrix} 2(11.500) + (-3)(9.000) \\ (-4)(11.500) + 5(9.000) \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} &= -\frac{1}{2} \begin{bmatrix} -4.000 \\ -1.000 \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} 1.000 \\ 500 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} x &= 1.000 \\ y &= 500 \end{aligned}$$

Diperoleh harga satuan pensil Rp 1.000 dan harga satuan penghapus Rp 500

Jadi, Dodi harus membayar $[6 \times \text{Rp } 1.000] + [5 \times \text{Rp } 500] = \text{Rp } 8.500$

G. RANGKUMAN

1. Penjumlahan dan Pengurangan Matriks

$$\text{Jika } A = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}, \text{ dan } B = \begin{pmatrix} k & l \\ m & n \end{pmatrix},$$

maka :

$$A + B = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} k & l \\ m & n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a+k & b+l \\ c+m & d+n \end{pmatrix}$$

$$A - B = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} k & l \\ m & n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a-k & b-l \\ c-m & d-n \end{pmatrix}$$

2. Perkalian Matriks

a. Perkalian Matriks dengan skalar

$$\text{Jika } A = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}, \text{ maka } nA = n \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} an & bn \\ cn & dn \end{pmatrix}$$

b. Perkalian Matriks dengan Matriks

$$\text{Jika } A = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}, \text{ dan } B = \begin{pmatrix} k & l & m \\ n & o & p \end{pmatrix}, \text{ maka}$$

$$A \times B = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} k & l & m \\ n & o & p \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} ak+bn & al+bo & am+bp \\ ck+dn & cl+do & cm+dp \end{pmatrix}$$

3. Determinan Matriks

▪ Ordo 2 x 2

$$\text{Det } A = \begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix} = ad - bc$$

- **Ordo 3x3**

$$A = \begin{pmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & i \end{pmatrix} \text{ maka } |A| = aei + bfg + cdg - ceg - afh - bdi$$

4. Invers Matriks

$$A^{-1} = \frac{1}{|A|} \cdot Adj(A)$$

DAFTAR PUSTAKA

Kemendikbud. 2013. *Buku Guru Matematika Kelas XI*. Jakarta : Kemendikbud

<https://atikahsuryaniulfah.wordpress.com>

www.pelajaran.co.id

www.studiobelajar.com

www.ruangguru.com

www.idschool.net

Lembar Kerja Peserta Didik (LKPD)
KONSEP OPERASI DAN OPERASI PADA MATRIKS



PERTEMUAN 1

Kelompok :

Nama Siswa : 1. (.....)

2. (.....)

3. (.....)

4. (.....)

Kelas :

TUJUAN LKPD

Melalui diskusi siswa diharapkan mampu :

- Menyelesaikan masalah yang berkaitan dengan operasi penjumlahan dan pengurangan matriks

PETUNJUK:

- ◆ **Baca dan pahami permasalahan dibawah ini untuk mengerjakan soal**
- ◆ **Diskusikan secara kelompok, kemudian selesaikan soal yang ada!**



Di suatu kota terdapat dua toko meubel toko meubel 'abadi' dan toko meubel 'Jaya' . beberapa jenis meubel yang dijual di toko itu adalah rak piring, almari dan kasur. Berikut ini adalah persediaan meubel yang ada di kedua toko tersebut.

	Rak piring	almari	kasur
Toko 'Abadi'	4	5	4
Toko 'Jaya'	2	9	3

Untuk menambah persediaan barang, kedua pedagang tersebut pada hari yang sama melakukan pembelian meubel-meubel baru yang jumlahnya disajikan pada tabel berikut.

	Rak piring	almari	kasur
Toko 'Abadi'	11	7	8
Toko 'Jaya'	18	4	5

1. Berapa banyakkah pesediaan ketiga jenis meubel yang ada di masing-masing toko setelah dilakukan pembelian tersebut?

Jawab di sini :

Ingat : jika A dan B adalah dua matriks yang berordo sama maka jumlah dari matriks A dan B(ditulis A+ B) adalah sebuah matriks baru yang diperoleh dengan cara menjumlahkan setiap elemen matriks A dengan elemen-elemen matriks B yang seletak

Kedua tabel pada uraian tersebut jika diubah ke dalam bentuk matriks dan dijumlahkan adalah sebagai berikut:

A = persediaan awal setiap toko meubel

B = pembelian meubel-meubel baru setiap toko

$$\begin{aligned} A &= \begin{pmatrix} \dots & \dots & \dots \end{pmatrix} \text{ dan } B = \begin{pmatrix} \dots & \dots & \dots \end{pmatrix} \\ A + B &= \begin{pmatrix} \dots & \dots & \dots \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \dots & \dots & \dots \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} \dots + \dots & \dots + \dots & \dots + \dots \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} \dots + \dots & \dots + \dots & \dots + \dots \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} \dots & \dots & \dots \end{pmatrix} \end{aligned}$$

Berdasarkan informasi dari penjumlahan matriks tersebut, diperoleh informasi persediaan meubel di kedua toko tadi adalah seperti disajikan pada tabel berikut:

	Rak Piring	Almari	Kasur
Toko 'Abadi'
Toko 'Jaya'

2. Dari stok terakhir kedua toko meubel tadi, di hari berikutnya beberapa pelanggan datang untuk membeli sejumlah meubel di masing-masing toko meubel tersebut. Dengan jumlah meubel yang terjual di hari itu yaitu :

	Rak piring	almari	kasur
Toko 'Abadi'	3	8	2
Toko 'Jaya'	4	7	2

Berapa banyakkah sisa pesediaan ketiga jenis meubel yang ada di masing-masing toko setelah dilakukan adanya pembelian di hari tersebut?

Jawab di sini:

Ingat : jika A dan B adalah dua matriks yang berordo sama maka pengurangan matriks A oleh matriks B (ditulis A - B) adalah sebuah matriks baru yang diperoleh dengan cara mengurangkan setiap elemen matriks A dengan elemen-elemen matriks B yang seletak (bersesuaian).

$$\text{Stok awal} = C = \begin{pmatrix} \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots \end{pmatrix}$$

$$\text{Penjualan} = D = \begin{pmatrix} \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots \end{pmatrix}$$

$$\begin{aligned} C - D &= \begin{pmatrix} \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} \dots - \dots & \dots - \dots & \dots - \dots \\ \dots - \dots & \dots - \dots & \dots - \dots \\ \dots - \dots & \dots - \dots & \dots - \dots \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots \end{pmatrix} \end{aligned}$$

Berdasarkan informasi dari penjumlahan matriks tersebut, diperoleh informasi persediaan sisa ketiga meubel di kedua toko tadi adalah seperti disajikan pada tabel berikut:

	Rak Piring	Almari	Kasur
Toko 'Abadi'
Toko 'Jaya'

Lampiran 3
Kisi-kisi Evaluasi Pertemuan 1

KISI-KISI SOAL EVALUASI
PENJUMLAHAN DAN PENGURANGAN MATRIKS
SMK MUHAMMADIYAH 1 SUKOHARJO
TAHUN PELAJARAN 2019/2020

No	Kompetensi Dasar	IPK	Materi Pokok	Level	Bentuk Soal	Nomor Soal
1.	3.16 Menerapkan operasi matriks dalam menyelesaikan masalah yang berkaitan dengan matriks	3.15.3 Menemukan konsep operasi penjumlahan dan pengurangan matriks	Konsep dan Operasi Konsep Matriks	C4	Esay	1
		3.15.4 Menemukan konsep sifat-sifat operasi penjumlahan dan pengurangan matriks		C4	Esay	2
2.	4.16 Menyelesaikan masalah yang berkaitan dengan matriks	4.15.2. Menyelesaikan masalah yang berkaitan dengan operasi penjumlahan dan pengurangan matriks		C4	Esay	3

LEMBAR EVALUASI
PENJUMLAHAN DAN PENGURANGAN MATRIKS

Kerjakan Soal Berikut dengan Teliti!

1. Diketahui beberapa matriks berikut:

$$A = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 3 & 4 \end{pmatrix}$$

$$C = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}, \quad D = \begin{pmatrix} 5 & 6 \\ 7 & 8 \end{pmatrix}$$

$$E = \begin{pmatrix} 5 & 6 \end{pmatrix}.$$

Carilah pasangan matriks yang bisa dijumlahkan maupun dikurangi!

2. Dari soal nomor 1, berikan penjelasanmu kenapa pasangan matriks tersebut bisa dijumlahkan maupun dikurangi!
3. J-Tire merupakan suatu perusahaan ban yang menjual dua jenis ban, ban mobil dan truk, kepada tiga distributornya. Distributor yang ada di Jakarta selama bulan Januari, Februari, dan Maret berhasil menjual ban mobil sebanyak 350, 420, dan 530 serta ban truk sebanyak 220, 180, dan 140. Sementara itu, distributor yang ada di Tangerang berhasil menjual ban mobil sebanyak 430, 560, dan 690 serta ban truk sebanyak 280, 320, dan 220 pada 3 bulan yang sama. Sedangkan distributor yang ada di Bekasi berhasil menjual ban mobil sebanyak 864, 980, dan 1.236 serta ban truk sebanyak 535, 542, dan 332 pada periode yang sama
- a. Tulislah “matriks penjualan” berordo 2×3 untuk setiap distributor (J untuk Jakarta, T untuk Tangerang, dan B untuk Bekasi), dengan kolom-kolom *Januari*, *Februari*, dan *Maret*, serta dua baris yang menunjukkan jenis ban mobil dan ban truk.



- b Dengan menggunakan matriks pada poin 1, tentukan selisih banyaknya ban yang dijual oleh distributor di Bekasi untuk setiap jenisnya dengan jumlah ban yang dijual oleh distributor yang berada di Jakarta dan Tangerang.

Kunci Jawaban

1. Langkah-langkah penyelesaian soal no. 1

Diketahui : $A = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}$, $B = (3 \ 4)$, $C = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$, $D = \begin{pmatrix} 5 & 6 \\ 7 & 8 \end{pmatrix}$, $E = (5 \ 6)$.

Ditanya : Pasangan matriks yang bisa dijumlahkan maupun dikurangi?

Jawab :

- Matriks B dengan matriks E (skor 10)
- Matriks C dengan matriks D (skor 10)

2. Langkah-langkah penyelesaian soal no. 2

Karena kedua matriks yang dipasangkan memiliki ordo yang sama

- Matriks B dengan matriks E berordo 1x2 (skor 10)
- Matriks C dengan matriks D berordo 2x2 (skor 10)

3. Langkah-langkah penyelesaian soal no. 3

c Pertama, kita buat tabel penjualan yang terdiri dari kolom-kolom bulan (Januari, Februari, dan Maret) dan baris-baris yang menyatakan jenis ban. Berikut ini tabel penjualan dari distributor di Jakarta.

J	Januari	Februari	Maret
Ban Mobil	350	420	530
Ban Truk	220	180	140

(skor 10)

Sedangkan tabel penjualan distributor Tangerang adalah sebagai berikut.

T	Januari	Februari	Maret
Ban Mobil	430	560	690
Ban Truk	280	320	220

(skor 10)

Berikut ini tabel penjualan distributor Bekasi.

B	Januari	Februari	Maret
Ban Mobil	864	980	1.236
Ban Truk	535	542	332

(skor 10)

Sehingga kita mendapatkan matriks J , T , dan B sebagai berikut.

$$J = \begin{bmatrix} 350 & 420 & 530 \\ 220 & 180 & 140 \end{bmatrix}, \quad T = \begin{bmatrix} 430 & 560 & 690 \\ 280 & 320 & 220 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 864 & 980 & 1.236 \\ 535 & 542 & 332 \end{bmatrix}. \quad (\text{skor } 10)$$

- d Selisih banyaknya ban yang dijual oleh distributor di Bekasi untuk setiap jenisnya dengan jumlah ban yang dijual oleh distributor yang berada di Jakarta dan Tangerang dapat ditentukan sebagai berikut.

$$\begin{aligned} B - (J + T) &= \begin{bmatrix} 864 & 980 & 1.236 \\ 535 & 542 & 332 \end{bmatrix} - \left(\begin{bmatrix} 350 & 420 & 530 \\ 220 & 180 & 140 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 430 & 560 & 690 \\ 280 & 320 & 220 \end{bmatrix} \right) \\ &= \begin{bmatrix} 864 & 980 & 1.236 \\ 535 & 542 & 332 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 780 & 980 & 1.220 \\ 500 & 500 & 360 \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} 84 & 0 & 16 \\ 35 & 42 & -28 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

(skor 20)

$$\text{Nilai} = \frac{\text{Jumlah Skor Perolehan}}{\text{Jumlah skor total}} \times 100$$