

**Program Pendidikan Profesi Guru Dalam Jabatan (PPG-DJ)  
Rencana Pelaksanaan Pembelajaran  
(Pertemuan 1)**



**Nama** : **I Made Yoga Wicaksana**  
**NIM** : **203125778316**  
**Bidang Studi** : **180 – Matematika**  
**Kelas** : **Matematika 1**  
**Angkatan** : **I**  
**Sekolah** : **SMA Negeri 4 Denpasar**

**Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan  
Universitas Negeri Malang**

**2020**

## RENCANA PELAKSANAAN PEMBELAJARAN (RPP)

<b>Sekolah</b>	<b>: SMA Negeri 4 Denpasar</b>
<b>Mata Pelajaran</b>	<b>: Matematika Peminatan</b>
<b>Kelas/Semester</b>	<b>: XII MIPA / I</b>
<b>Topik</b>	<b>: Aplikasi Turunan Fungsi Trigonometri (Persamaan Garis Singgung)</b>
<b>Waktu</b>	<b>: 1 × 60 menit (Pertemuan ke-1)</b>

---

### A. Kompetensi Inti

- KI 1** Menghayati dan mengamalkan ajaran agama yang dianutnya
- KI 2** Menunjukkan perilaku jujur, disiplin, tanggung jawab, peduli (gotong royong, kerjasama, toleran, damai), santun, responsive dan proaktif, sebagai bagian dari solusi atas berbagai permasalahan dalam berinteraksi secara efektif dengan lingkungan social dan alam serta dalam menempatkan diri sebagai cerminan bangsa dalam pergaulan dunia
- KI 3** Memahami, menerapkan, dan menganalisis pengetahuan faktual, konseptual, prosedural, dan metakognitif berdasarkan rasa ingin tahunya tentang ilmu pengetahuan, teknologi, seni, budaya, dan humaniora dengan wawasan kemanusiaan, kebangsaan, kenegaraan, dan peradaban terkait penyebab fenomena dan kejadian, serta menerapkan pengetahuan procedural pada bidang kajian yang spesifik sesuai dengan bakat dan minatnya untuk memecahkan masalah
- KI 4** Mengolah, menalar, dan menyaji dalam ranah konkret dan ranah abstrak terkait dengan pengembangan dari yang dipelajarinya di sekolah secara mandiri, bertindak secara efektif dan kreatif, serta mampu menggunakan metode sesuai kaidah keilmuan

### B. Kompetensi Dasar dan Indikator

**3.4. Menjelaskan kaitan turunan pertama dan kedua fungsi dengan nilai maksimum, nilai minimum, selang kemonotonan fungsi, kemiringan garis singgung, serta titik belok dan selang kecekungan kurva fungsi trigonometri**

3.4.1. Menemukan konsep gradient garis singgung kurva fungsi trigonometri dan kaitannya dengan nilai turunan pertama kurva fungsi trigonometri.

**4.4. Menyelesaikan masalah yang berkaitan dengan nilai maksimum, nilai minimum, selang kemonotonan fungsi, kemiringan garis singgung, serta titik belok dan selang kecekungan kurva fungsi trigonometri**

4.4.1. Menyajikan penyelesaian terkait dengan gradient garis singgung dan persamaannya.

### C. Tujuan Pembelajaran

**3.4. Menjelaskan keberkaitan turunan pertama dan kedua fungsi dengan nilai maksimum, nilai minimum, selang kemonotonan fungsi, kemiringan garis singgung, serta titik belok dan selang kecekungan kurva fungsi trigonometri**

3.4.1.1 Melalui model *problem based learning* dan diskusi kelompok, peserta didik mampu menemukan konsep gradient garis singgung kurva fungsi trigonometri dan kaitannya dengan nilai turunan pertama kurva fungsi trigonometri dengan benar.

3.4.1.2 Melalui model *problem based learning* dan diskusi kelompok, peserta didik mampu mengkonstruksi persamaan garis singgung kurva fungsi trigonometri dengan tepat.

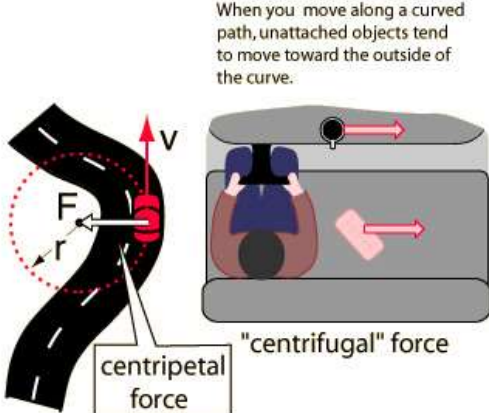
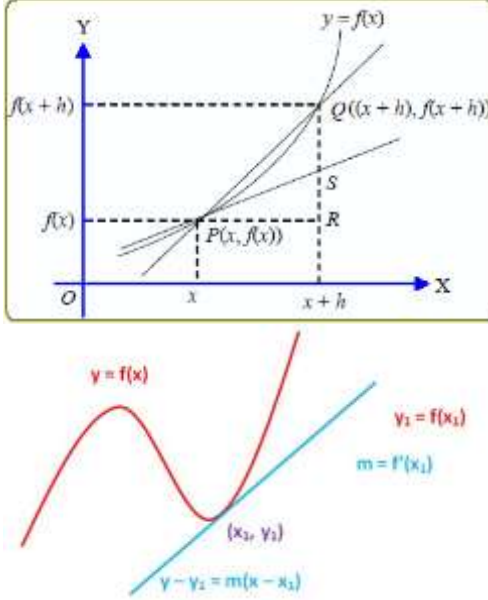
**4.4. Menyelesaikan masalah yang berkaitan dengan nilai maksimum, nilai minimum, selang kemonotonan fungsi, kemiringan garis singgung, serta titik belok dan selang kecekungan kurva fungsi trigonometri**

4.4.1.1 Melalui model *problem based learning* dan diskusi kelompok, peserta didik mampu menentukan gradient garis singgung kurva fungsi trigonometri dengan tepat.

4.4.1.2 Melalui model *problem based learning* dan diskusi kelompok, peserta didik mampu menentukan persamaan garis singgung kurva fungsi trigonometri dengan tepat.

Serta melalui model *problem based learning* dan diskusi kelompok, peserta didik diharapkan mampu mengembangkan karakter religius, nasionalis, mandiri, gotong royong, integritas yang berkelanjutan.

#### D. Materi Pembelajaran

<p><b>Fakta</b></p>	 <p>When you move along a curved path, unattached objects tend to move toward the outside of the curve.</p> <p>centripetal force</p> <p>"centrifugal" force</p> <p>Pada bidang fisika, kalian telah mempelajari gerak melingkar beraturan. Dimana gerak melingkar beraturan ini sangat berkaitan dengan gaya sentripetal. Seperti gambar, sebuah mobil melaju pada lintasan menikung, jika tidak ada gaya sentripetal yang bekerja pada mobil maka dapat dipastikan mobil akan keluar jalur. Gerakan keluar jalur ini akan membentuk lintasan menyerupai garis singgung kurva.</p>
<p><b>Konsep</b></p>	 <p><math>y = f(x)</math></p> <p><math>f(x+h)</math></p> <p><math>Q((x+h), f(x+h))</math></p> <p><math>f(x)</math></p> <p><math>P(x, f(x))</math></p> <p><math>x</math></p> <p><math>x+h</math></p> <p><math>y = f(x)</math></p> <p><math>y_1 = f(x_1)</math></p> <p><math>m = f'(x_1)</math></p> <p><math>(x_1, y_1)</math></p> <p><math>y - y_1 = m(x - x_1)</math></p>
<p><b>Prinsip</b></p>	<p>Nilai turunan pertama suatu fungsi di absis titik singgung merupakan gradient garis singgung di titik singgung tersebut.</p>
<p><b>Prosedur</b></p>	<p>Diketahui kurva fungsi trigonometri <math>y = f(x)</math> dan titik singgung kurva di titik <math>(x_1, y_1)</math> maka gradien garis singgung kurva <math>y = f(x)</math> adalah <math>m = f'(x_1)</math> dengan persamaan garis singgung adalah <math>y - y_1 = m(x - x_1)</math></p>

#### E. Model dan Metode Pembelajaran

Model Pembelajaran : *Problem Based Learning*

Metode Pembelajaran : Diskusi kelompok, Penugasan, Tanya Jawab

## F. Alat, Media, dan Sumber Belajar

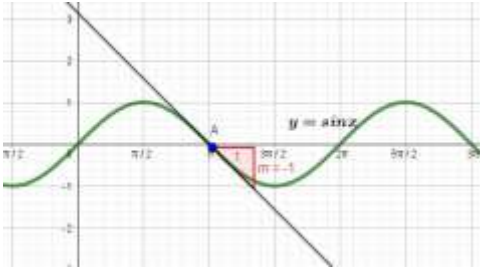
<b>Alat/ Media</b>	Slide Presentasi, LKPD, <i>Google Classroom</i> , <i>Zoom Meeting</i> atau <i>Google Meet</i> , <i>WhatsApp</i>
<b>Sumber Belajar</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Ngapiningsih, Miyanto, Suparno 2019, <i>Buku PR Matematika SMA/MA Kelas XII Peminatan</i>, Yogyakarta : PT Penerbit Intan Pariwara</li> <li>• Sukino, 2016, <i>Buku Matematika SMA/MA Kelas XII kelompok Peminatan</i>, Jakarta : Penerbit Erlangga</li> <li>• Nanang Priatna, Tito Sukamto, 2016, <i>Buku Siswa Aktif dan Kreatif Belajar Matematika untuk SMA/MA kelas XII Peminatan Matematika dan Ilmu-Ilmu Alam</i>, Bandung : Penerbit Grafindo Media Pratama</li> <li>• Internet : <a href="https://www.geogebra.org/m/dbruwpnz">https://www.geogebra.org/m/dbruwpnz</a></li> <li>• Video Pembelajaran (youtube) : <a href="https://youtu.be/LX6H1ndsAx8">https://youtu.be/LX6H1ndsAx8</a></li> <li>• Bahan Ajar</li> </ul>

## G. Langkah-Langkah Pembelajaran

### Pertemuan 1 (1 × 60 menit)

3.4.1 Menemukan konsep gradient garis singgung kurva fungsi trigonometri dan kaitannya dengan nilai turunan pertama kurva fungsi trigonometri.

4.4.1 Menyajikan penyelesaian terkait dengan gradient garis singgung dan persamaannya

Deskripsi Kegiatan	Alokasi Waktu
<p><b>Pendahuluan</b></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. Guru menginformasikan pertemuan dengan peserta didik <i>via google meet</i> dan membagikan <i>link</i> pada <i>google classroom</i>.</li> <li>2. Guru memberikan salam dan mengajak peserta didik untuk berdoa bersama dan dilanjutkan pada pengisian daftar hadir pada <i>google form</i> yang telah disediakan.</li> <li>3. Guru mengkondisikan peserta didik agar tetap kondusif dengan tidak mengaktifkan microphone semua peserta didik, jika ada yang ingin disampaikan, peserta didik dapat mengaktifkan microphone masing-masing.</li> <li>4. Guru membagikan peserta didik dalam kelompok-kelompok kecil untuk kegiatan diskusi <i>via WhatsApp</i>.</li> <li>5. Guru menyampaikan tujuan pembelajaran hari ini dan memberikan apersepsi mengenai kemiringan garis singgung kurva fungsi aljabar yang telah peserta didik pelajari di kelas XI.</li> </ol>	5 menit
<p><b>Kegiatan Inti</b></p> <p><b>Fase 1 : Orientasi Peserta Didik Pada Masalah.</b></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. Guru memberikan tayangan <b>slide presentasi</b> dengan tampilan sebagai berikut.</li> </ol>  <p>Peserta didik <b>mengamati</b> slide presentasi.</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>2. Guru memberikan masalah jika <math>f(x) = \sin x</math> (atau fungsi trigonometri lainnya) maka gradient garis singgung yang melalui titik yang berabsis <math>x</math></li> </ol>	35 menit

Deskripsi Kegiatan	Alokasi Waktu
<p>= <math>\pi</math> adalah ...dan bagaimana persamaan garis singgungnya? Harapannya peserta didik dapat memunculkan <b>pertanyaan (bertanya)</b> dalam diri mereka apa kaitan dengan materi pembelajaran hari ini. Hal ini bertujuan mengingat kembali konsep turunan yang telah mereka pelajari di kelas XI.</p> <p>3. Guru membagikan Lembar Kerja Peserta Didik (LKPD) pada <i>google classroom</i> yang harus dikerjakan secara berkelompok via <i>WhatsApp</i>, peserta didik mengkondisikan diri dalam kelompok yang telah ditentukan sebelumnya (5-6 orang per kelompok)</p> <p><b>Fase 2 : Mengorganisasikan Peserta Didik</b></p> <p>1. Guru mengorganisasikan peserta didik untuk melakukan <b>kegiatan literasi</b>, membaca buku/bahan ajar atau <b>akses internet</b>, peserta didik mencari informasi terkait dengan gradient garis singgung kurva fungsi trigonometri serta persamaan garis lurus serta dapat menggunakan media geogebra pada link berikut. <a href="https://www.geogebra.org/m/dbruwpnz">https://www.geogebra.org/m/dbruwpnz</a> (<b>Creative</b>)</p> <p>2. Peserta didik diarahkan untuk mengingat kembali dan <b>mengumpulkan data</b> mengenai gradient garis singgung kurva fungsi aljabar dan persamaan garis lurus sebagai alat pendukung dalam menemukan gradient garis singgung kurva fungsi trigonometri dan persamaannya (<b>Critical Thinking</b>).</p> <p><b>Fase 3 : Membimbing Penyelidikan Kelompok</b></p> <p>1. Peserta didik mengerjakan LKPD (30 menit) dan berdiskusi via <i>WhatsApp</i> di masing-masing kelompok (<b>Communication</b>) mengenai gradient garis singgung kurva fungsi trigonometri dan persamaannya.</p> <p>2. Peserta didik <b>berkolaborasi (Collaboration)</b> mengumpulkan data berupa masukan masing-masing anggota kelompok.</p> <p>3. Jika ada yang kurang dipahami, peserta didik dapat memposting masalah pada <i>google classroom</i>. Guru sebagai fasilitator dapat memberikan tanggapan atau pertanyaan pancingan agar peserta didik dapat menemukan solusi dari permasalahan yang diberikan.</p> <p><b>Fase 4 : Mengembangkan dan Menyajikan Hasil Karya</b></p> <p>1. Setelah selesai mengerjakan LKPD dengan waktu yang telah ditentukan, peserta didik melalui perwakilan kelompok dapat memposting hasil diskusi dan kolaborasi mereka pada <i>google classroom</i>. Peserta didik yang berbeda kelompok dapat memberikan tanggapan atas pekerjaan kelompok lainnya.</p> <p>2. Guru memberikan peserta didik <b>mengkomunikasi (Communication)</b> hasil diskusi, memberikan tanggapan atas pekerjaan kelompok lainnya via <i>google meet</i>.</p>	
<p><b>Penutup</b></p> <p><b>Fase 5 : Menganalisis dan Mengevaluasi Proses Pemecahan Masalah.</b></p> <p>1. guru membantu peserta didik untuk melakukan refleksi atau evaluasi terhadap hasil pembelajaran via <i>google meet</i> dan media PPT yang telah dishare di <i>google classroom</i>.</p> <p>2. Mengingatkan peserta didik untuk <b>bersyukur</b> atas kekuasaan Tuhan yang mampu menciptakan makhluk hidup dengan bermacam peranan</p>	20 menit

Deskripsi Kegiatan	Alokasi Waktu
<p>dalam kehidupan.</p> <p>3. Guru memberikan penilaian dalam bentuk kuis dan dapat diakses pada quizizz : <a href="https://quizizz.com/join?gc=58393736">https://quizizz.com/join?gc=58393736</a> yang dapat dikerjakan di luar jam belajar dengan waktu dan durasi pengerjaan yang telah disepakati bersama peserta didik. Langkah-langkah penyelesaian dapat dishare pada kantong tugas pada <i>google classroom</i>.</p>	

## H. Penilaian Hasil Belajar

1. Teknik Penilaian:
  - a. Teknik Penilaian Pengetahuan dan Keterampilan : Tes Tertulis
  - b. Teknik Penilaian Sikap : Observasi pada saat pembelajaran dan pemberian Kuisisioner
2. Instrumen Penilaian:
  - a. Penilaian Pengetahuan dan Keterampilan : Soal Uraian
  - b. Penilaian Sikap : Lembar Observasi
3. Remedial
  - a. Pembelajaran remedial dilakukan secara daring melalui *Google Classroom* bagi siswa yang capaian KD nya belum tuntas
  - b. Tahapan pembelajaran remedial dilaksanakan melalui remedial *teaching*, atau tutor sebaya, atau tugas dan diakhiri dengan tes.
  - c. Tes remedial, dilakukan sebanyak 3 kali dan apabila setelah 3 kali tes remedial belum mencapai ketuntasan, maka remedial dilakukan dalam bentuk tugas tanpa tes tertulis kembali.
4. Pengayaan
  - a. Peserta didik yang mendapat nilai di atas 75 diberikan tugas mengkaji materi persamaan garis normal kurva fungsi trigonometri dan atau soal-soal *higher ordered thinking*.
  - b. Pengayaan dilaksanakan secara daring melalui *Google Classroom*.

Mengetahui  
Kepala SMAN 4 Denpasar

Bali, Oktober 2020

Guru Matematika

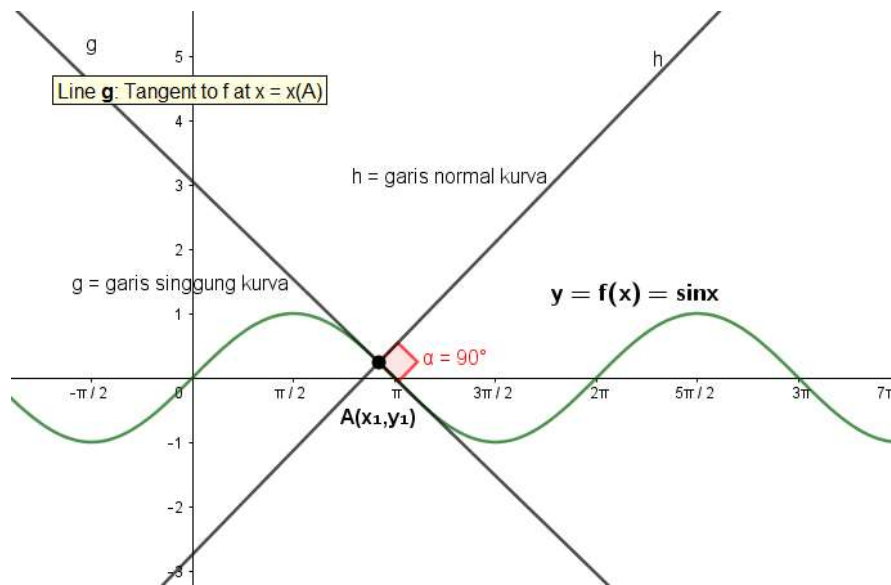
**I Made Sudana, S.Pd, M.Pd**  
NIP. 19691110 199203 1 007

**I Made Yoga Wicaksana, M.Pd**  
NIP. -

## Materi Pengayaan

### Persamaan Garis Normal

Perhatikan gambar berikut.



Persamaan garis singgung dan persamaan garis normal suatu kurva berpedoman pada persamaan garis lurus. Di mana garis normal suatu kurva merupakan garis yang tegak lurus dengan garis singgung kurva dan melalui titik singgung.

Jika persamaan garis singgung kurva adalah  $y - y_1 = f'(x_1) \cdot (x - x_1)$  maka persamaan garis normal kurva adalah  $y - y_1 = -\frac{1}{f'(x_1)}(x - x_1)$

### Latihan Soal.

1. Persamaan garis normal pada kurva  $h(\theta) = \operatorname{cosec}(\theta)$  pada titik yang berabsis  $\theta = \frac{\pi}{4}$  adalah ...
  - A.  $x\sqrt{2} + 2y = \sqrt{2}\left(\frac{\pi}{4} + 2\right)$
  - B.  $x\sqrt{2} - 2y = \sqrt{2}\left(\frac{\pi}{4} - 2\right)$
  - C.  $x - y\sqrt{2} = \left(2 - \frac{\pi}{4}\right)$
  - D.  $x - y\sqrt{2} = \sqrt{2}\left(2 - \frac{\pi}{4}\right)$
  - E.  $x + y\sqrt{2} = \sqrt{2}\left(\frac{\pi}{4} - 2\right)$
2. Diketahui persamaan suatu kurva  $x \cdot \sin y + y \cdot \cos x = 0$ . Temukan bentuk  $\frac{dy}{dx}$  dan tentukan persamaan garis normal kurva tersebut di titik  $\left(\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right)$ !

Kunci Jawaban :

No	Langkah-Langkah Penyelesaian	Skor
1	Diketahui persamaan kurva $h(\theta) = \operatorname{cosec}(\theta)$ dengan turunan pertamanya adalah $h'(\theta) = -\operatorname{cosec}(\theta) \cdot \cot(\theta)$ . <ol style="list-style-type: none"><li>i. Cari ordinat. <math>y_1 = \operatorname{cosec}\left(\frac{\pi}{4}\right) = \sqrt{2}</math>, sehingga titik yang dilalui garis normal adalah <math>\left(\frac{\pi}{4}, \sqrt{2}\right)</math></li></ol>	2 2

	<p>ii. Gradien garis singgung kurva <math>h(\theta)</math> di titik berabsis <math>\theta = \frac{\pi}{4}</math> adalah  <math>m_1 = h' \left( \frac{\pi}{4} \right) \Rightarrow m_1 = h' \left( \frac{\pi}{4} \right) = -\operatorname{cosec} \left( \frac{\pi}{4} \right) \cdot \cot \left( \frac{\pi}{4} \right) = -\sqrt{2}</math>,  sehingga gradient garis normal adalah <math>m_2 = -\frac{1}{h' \left( \frac{\pi}{4} \right)} = -\frac{1}{-\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}</math></p> <p>iii. Persamaan garis Normal Kurva  <math>y - y_1 = m_2(x - x_1)</math>  <math>y - \sqrt{2} = \frac{\sqrt{2}}{2} \left( x - \frac{\pi}{4} \right)</math>, kedua ruas dikalikan 2 sehingga diperoleh  <math>2y - 2\sqrt{2} = x\sqrt{2} - \frac{\pi}{4}\sqrt{2}</math>  <math>x\sqrt{2} - 2y = \sqrt{2} \left( \frac{\pi}{4} - 2 \right)</math></p> <p>Jadi, persamaan garis normal pada kurva <math>h(\theta) = \operatorname{cosec}(\theta)</math> pada titik yang berabsis <math>\theta = \frac{\pi}{4}</math> adalah <math>x\sqrt{2} - 2y = \sqrt{2} \left( \frac{\pi}{4} - 2 \right)</math> .....option B</p>	<p>2</p> <p>2</p> <p>2</p>
	Skor Total	10
2	<p>Diketahui persamaan suatu kurva <math>x \cdot \sin y + y \cdot \cos x = 0</math>  Gunakan turunan implisit untuk menentukan bentuk <math>\frac{dy}{dx}</math>  <math>x \cdot \sin y + y \cdot \cos x = 0</math>  Turunan Implisit :  1. <math>\sin y + \cos y \cdot \frac{dy}{dx} \cdot x + \frac{dy}{dx} \cdot \cos x + (-\sin x) \cdot y = 0</math>  <math>(x \cdot \cos y + \cos x) \frac{dy}{dx} = y \cdot \sin x - \sin y</math>  <math>\frac{dy}{dx} = \frac{y \cdot \sin x - \sin y}{x \cdot \sin y + \cos x}</math></p> <p>Gradient garis normal = <math>-\frac{1}{\frac{dy}{dx} \left( \frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2} \right)} = -\frac{1}{\frac{\frac{\pi}{2} \cdot \sin \frac{\pi}{2} - \sin \frac{\pi}{2}}{\frac{\pi}{2} \cdot \sin \frac{\pi}{2} + \cos \frac{\pi}{2}}}</math>  <math>= -\frac{\frac{\pi}{2} \cdot \sin \frac{\pi}{2} + \cos \frac{\pi}{2}}{\frac{\pi}{2} \cdot \sin \frac{\pi}{2} - \sin \frac{\pi}{2}} = -\frac{\frac{\pi}{2}}{\frac{\pi}{2} - 1} = \frac{\pi}{2 - \pi}</math></p> <p><math>m = \frac{\pi}{2 - \pi}</math>  Persamaan garis normal  <math>y - y_1 = m(x - x_1)</math>  <math>y - \frac{\pi}{2} = \frac{\pi}{2 - \pi} \left( x - \frac{\pi}{2} \right)</math>  <math>y = \frac{\pi}{2 - \pi} \left( x - \frac{\pi}{2} \right) + \frac{\pi}{2}</math></p>	<p>5</p> <p>3</p> <p>2</p>
	Skor Total	10