

---

---

**RENCANA PELAKSANAAN PEMBELAJARAN  
(RPP)**

Nama Satuan Pendidikan : SMA/MA  
Mata Pelajaran : Matematika (Wajib)  
Kelas/ Semester : XI/ 1  
Materi Pokok : Induksi Matematika  
Alokasi Waktu : 6JP (3 kali pertemuan)

**A. Kompetensi Inti**

Sikap	<ol style="list-style-type: none"><li>1. Menghargai dan menghayati ajaran agama yang dianutnya.</li><li>2. Menghayati dan mengamalkan perilaku jujur, disiplin, tanggung jawab, peduli (gotong royong, kerja sama, toleran, damai), santun, responsif dan pro-aktif dan menunjukkan sikap sebagai bagian dari solusi atas berbagai permasalahan dalam berinteraksi secara efektif dengan lingkungan sosial dan alam serta dalam menempatkan diri sebagai cerminan bangsa dalam pergaulan dunia.</li></ol>
Pengetahuan	<ol style="list-style-type: none"><li>3. Memahami, menerapkan, menganalisis pengetahuan faktual, konseptual, prosedural, dan metakognitif berdasarkan rasa ingin tahunya tentang ilmu pengetahuan, teknologi, seni, budaya, dan humaniora dengan wawasan kemanusiaan, kebangsaan, kenegaraan, dan peradaban terkait penyebab fenomena dan kejadian, serta menerapkan pengetahuan prosedural pada bidang kajian yang spesifik sesuai dengan bakat dan minatnya untuk memecahkan masalah.</li></ol>
Keterampilan	<ol style="list-style-type: none"><li>4. Mengolah, menalar, dan menyaji dalam ranah konkret dan ranah abstrak terkait dengan pengembangan dari yang dipelajarinya di sekolah secara mandiri, bertindak secara efektif dan kreatif serta mampu menggunakan metode sesuai kaidah keilmuan.</li></ol>

**B. Kompetensi Dasar dan Indikator**

No.	Kompetensi Dasar	Indikator Pencapaian Kompetensi
1.	3.1 Menjelaskan metode pembuktian pernyataan matematis berupa barisan, ketidaksamaan, keterbagian dengan induksi matematika.	<ol style="list-style-type: none"><li>3.1.1 Merancang formula untuk suatu pola barisan bilangan.</li><li>3.1.2 Menjelaskan prinsip induksi matematika.</li><li>3.1.3 Membuktikan formula suatu barisan bilangan dengan prinsip induksi matematika.</li><li>3.1.4 Membuktikan formula keterbagian bilangan dengan prinsip induksi matematika.</li><li>3.1.5 Membuktikan formula bentuk ketidaksamaan bilangan dengan prinsip induksi matematika.</li></ol>

2.	4.1 Menggunakan metode pembuktian induksi matematika untuk menguji pernyataan matematis berupa barisan, ketidaksamaan, keterbagian.	4.1.1 Menerapkan prinsip induksi matematika untuk membuktikan kebenaran formula suatu barisan bilangan. 4.1.2 Menerapkan prinsip induksi matematika untuk menyelidiki kebenaran suatu formula. 4.1.3 Menerapkan prinsip induksi matematika untuk membuktikan keterbagian bilangan. 4.1.4 Menerapkan prinsip induksi matematika untuk membuktikan ketidaksamaan bilangan.
----	---	---

### C. Tujuan Pembelajaran

#### ➤ Pertemuan 1

Melalui Discovery learning siswa dapat bekerjasama dan bertanggung jawab untuk teliti dalam;

1. Merancang formula untuk suatu pola barisan bilangan.
2. Menjelaskan prinsip induksi matematika.
3. Membuktikan formula suatu barisan bilangan dengan prinsip induksi matematika
4. Menerapkan prinsip induksi matematika untuk membuktikan kebenaran formula suatu barisan bilangan.
5. Menerapkan prinsip induksi matematika untuk menyelidiki kebenaran suatu formula

#### ➤ Pertemuan 2

Melalui Problem based learning siswa dapat bekerjasama dan bertanggung jawab untuk teliti dalam;

1. Membuktikan formula bentuk ketidaksamaan bilangan dengan prinsip induksi matematika
2. Menerapkan prinsip induksi matematika untuk membuktikan ketidaksamaan bilangan

#### ➤ Pertemuan 3

Melalui Discovery learning siswa dapat bekerjasama dan bertanggung jawab untuk teliti dalam;

1. Membuktikan formula keterbagian bilangan dengan prinsip induksi matematika.
2. Menerapkan prinsip induksi matematika untuk membuktikan keterbagian bilangan.

### D. Materi Pembelajaran

Induksi Matematika

#### ➤ Konsep : Definisi Induksi Matematika

#### ➤ Prinsip

##### **Prinsip 1.1 Induksi Matematika**

Misalkan  $P(n)$  merupakan suatu pernyataan bilangan asli. Pernyataan  $P(n)$  benar jika memenuhi langkah berikut ini:

- a. Langkah Awal (*Basic Step*):  $P(1)$  benar.
- b. Langkah Induksi (*Induction Step*): Jika  $P(k)$  benar, maka  $P(k + 1)$  benar, untuk setiap  $k$  bilangan asli.

#### ➤ Fakta :

- Masalah Jumlah kelipatan uang yang ditarik atau disetor pada Bank

Misalnya ;

**Masalah 1.3**

Misalkan suatu ATM menyediakan layanan penarikan uang tunai untuk pecahan Rp20.000,00 dan Rp50.000,00. Berapakah jumlah kelipatan penarikan dengan jumlah minimal yang dapat diambil pelanggan melalui ATM tersebut adalah Rp40.000,00?

#### ➤ Prosedur

- Langkah – langkah dalam menggunakan induksi Matematika bentuk barisan dalam pembuktian.

- Langkah – langkah dalam menggunakan induksi Matematika bentuk keterbagian dalam pembuktian
- Langkah – langkah dalam menggunakan induksi Matematika bentuk pertidaksamaan dalam pembuktian

E. Metode Pembelajaran

Pendekatan : Scientific Learning

Model Pembelajaran : Discovery Learning (Pembelajaran Penemuan) dan Problem Based Learning (Pembelajaran Berbasis Masalah)/projek

A. Media , Alat, dan Sumber Belajar

1. Media :

- Lembar Aktivitas Peserta Didik (LAPD) dan
- Slide Power poin tentang Induksi Matematika

2. Alat : Penggaris, Laptop dan Infokus

3. Sumber Belajar

- Buku penunjang kurikulum 2013 mata pelajaran Matematika Wajib Kelas XI Kemendikbud, Tahun 2016
- Pengalaman peserta didik dan guru
- Manusia dalam lingkungan: guru, pustakawan, laboran, dan penutur nativ.

F. Langkah- langkah Pembelajaran

➤ Pertemuan 1 (2 x 45 menit)

Kegiatan	Deskripsi Kegiatan	Alokasi Waktu
Pendahuluan	<ol style="list-style-type: none"> <li>Memimpin doa (<i>Meminta seorang siswa untuk memimpin doa</i>)</li> <li>Mengecek kehadiran siswa dan meminta siswa untuk menyiapkan perlengkapan dan peralatan yang diperlukan, misalnya buku, penggaris, pensil dan pulpen siswa.</li> <li>Mengingatkn siswa untuk duduk dalam kelompok yang sudah ditetapkan sebelumnya</li> </ol> <p><b>Apersepsi</b></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>Guru memberikan gambaran tentang pentingnya memahami Konsep Induksi matematika</li> <li>Guru memberikan beberapa pengantar tentang penalaran induksi dalam kehidupan sehari, melalui kegiatan atau pengalaman siswa yang menggunakan prinsip induksi matematika. Misalnya, ilustrasi susunan <math>n</math> papan yang berukuran sama dan berjarak sama. Ajak siswa berimajinasi tentang yang akan terjadi jika papan pertama dijatuhkan ke arah papan kedua</li> <li>Berikan pertanyaan kepada siswa dari setiap pola yang diamati</li> <li>Ajak siswa untuk berpikir kritis dalam memahami kondisi awal suatu pola barisan</li> </ol> <p><b>Motivasi</b></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>Guru memberi motivasi siswa secara kontekstual sesuai manfaat dan aplikasi Induksi Matematika dalam kehidupan sehari-hari dengan memberi contoh.</li> <li>Guru menyampaikan tujuan pembelajaran yang ingin dicapai yaitu Merancang formula untuk suatu pola barisan bilangan. <ul style="list-style-type: none"> <li>Menjelaskan prinsip induksi matematika.</li> </ul> </li> </ol>	20 menit

	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Membuktikan formula suatu barisan bilangan dengan prinsip induksi matematika</li> <li>• Menerapkan prinsip induksi matematika untuk membuktikan kebenaran formula suatu barisan bilangan.</li> <li>• Menerapkan prinsip induksi matematika untuk menyelidiki kebenaran suatu formula</li> </ul>	
Inti	<p><b>1. Mengamati</b></p> <p>a. Siswa mengamati masalah dari tampilan power poin yang disajikan guru</p> <p>b. Melalui kelompok belajar yang heterogen, siswa juga mengamati masalah 1.1, masalah 1.2 dan masalah 1.3 dari buku teks/ bahan ajar maupun lembar aktifitas peserta didik.</p> <p><b>2. Menanya</b></p> <p>a. Siswa diberi rangsangan untuk mengajukan pertanyaan-pertanyaan terkait masalah tersebut.</p> <p>b. Jika tidak ada siswa yang mengajukan pertanyaan maka guru mengajukan pertanyaan-pertanyaan kepada siswa untuk mengetahui pemahaman siswa. Misalnya pada pembahasan</p> <p>kenapa <math>1 + 2 + 3 + \dots + 18 + 19 + 20 = \binom{20}{2} \cdot 21</math></p> <p><b>3. Mengumpulkan informasi</b></p> <p>a. Sebagai umpan balik aktivitas sebelumnya, siswa diminta untuk menemukan dan mengumpulkan informasi yang ditemukan pada masalah tersebut, sehingga siswa dapat memahami proses pembuktian bentuk Barisan.</p> <p>b. Siswa berdiskusi dalam belajar kelompok untuk menalar pembahasan masalah 1.2 dari informasi yang disajikan pada tabel 1.1. dan pembahasan masalah 1.3.</p> <p>c. Siswa mendiskusikan dalam kelompok proses pembuktian dari LKPD no 1 s/d 7.</p> <p><b>4. Menalar</b></p> <p>a. Berikan pancingan kepada siswa, jika siswa menemukan pola penjumlahan bilangan berurutan mulai dari 1 hingga <math>n</math>, tetapi <math>n</math> merupakan bilangan ganjil, sedemikian hingga siswa dapat menyimpulkan secara umum</p> <p>b. Setelah Tabel 1.1 tuntas dilengkapi oleh siswa, ajak siswa memecahkan pola yang terdapat pada:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Penjumlahan berurut bilangan kuadrat mulai dari <math>1^2</math> hingga <math>30^2</math> Kemudian hitunglah hasilnya.</li> <li>- Penjumlahan berurut bilangan kuadrat mulai dari <math>1^2</math> hingga <math>50^2</math> Kemudian hitunglah hasilnya.</li> <li>- Penjumlahan berurut bilangan kuadrat mulai dari <math>1^2</math> hingga <math>n^2</math></li> </ul> <p><b>5. Mengasosiasi</b></p> <p>a. Salah satu siswa perwakilan kelompok yang dipilih secara acak untuk mempresentasikan hasil pemahan mereka terhadap pembahasan soal yang sudah diselesaikan.</p> <p>b. Dengan menggunakan informasi dari tabel 2.1 , siswa diberi kesempatan untuk menjawab pertanyaan berikut;</p>	50 menit

	<ul style="list-style-type: none"> <li>c. Siswa diminta memberikan ide-ide tentang perbedaan penyelesaian.</li> <li>d. Siswa diminta menyampaikan hasil ide-ide yang diperoleh dari diskusi kelompok.</li> <li>e. Pemahaman siswa diuji dengan memberikan latihan dari soal yang dtampilkan pada slide power poin atau buku cetak.</li> </ul>	
Penutup	<ul style="list-style-type: none"> <li>a) Siswa diminta menyimpulkan tentang Prinsip Induksi matematika dan cara membuktikan bentuk Barisan sesuai prinsip Induksi Matematika..</li> <li>b) Dengan bantuan presentasi komputer, guru menayangkan apa yang telah dipelajari dan disimpulkan</li> <li>c) Guru memberikan tugas PR dari buku siswa Uji Kompetensi 1.1</li> <li>d) Guru memberikan pesan untuk lebih mendalami materi dengan mempelajari pada sumber yang lain.</li> <li>e) Guru mengingatkan siswa untuk membaca materi pertemuan berikutnya adalah; Menjelaskan pembuktian bentuk Ketidaksamaan sesuai prinsip induksi Matematika.</li> </ul>	20 menit

➤ **Pertemuan 2(2 x 45 menit)**

<b>Kegiatan</b>	<b>Deskripsi Kegiatan</b>	<b>Alokasi Waktu</b>
Pendahuluan	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. Memimpin doa (<i>Meminta seorang siswa untuk memimpin doa</i>)</li> <li>2. Mengecek kehadiran siswa dan meminta siswa untuk menyiapkan perlengkapan dan peralatan yang diperlukan, misalnya buku, peggaris, pensil dan pulpen siswa.</li> <li>3. Mengkonfirmasi ulang kesiswa tentang kesulitan yang ditemukan dalam menyelesaikan PR. Kemudian meminta siswa yang sudah mencoba menjelaskannya didepan, jika tidak ada yang bisa maka guru menjelaskan pembahasan masalah tersebut.</li> <li>4. Menginagtkan siswa untuk duduk dalam kelompok yang sudah ditetapkan sebelumnya</li> </ol> <p><i>Apersepsi</i></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. Guru memberikan gambaran tentang pentingnya menggunakan Prinsip Induksi Matematika dalam menyelesaikan permasalahan ketidaksamaan.</li> <li>2. Mengajukan pertanyaan-pertanyaan yang berkaitan dengan materi sebelumnya tentang prinsip Induksi Matematika pada barisan.</li> <li>3. Sebagai apersepsi untuk mendorong <i>rasa ingin tahu dan berpikir kritis</i>, siswa diajak memecahkan masalah teka teki potogan gambar (purzle) yang ditampilkan dari slide power poin</li> </ol> <p><i>Motivasi</i></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. Guru memberi motivasi siswa secara kontekstual sesuai manfaat dan aplikasi Induksi Matematika dalam kehidupan sehari-hari dan komputer.</li> <li>2. Guru menyampaikan tujuan pembelajaran yang ingin dicapai yaitu menjelaskan dan menggunakan prinsip induksi matematika dari bentuk ketidaksamaan</li> </ol>	20 menit
Inti	<b>1. Mengamati</b>	50 menit

	<p>a. Siswa mengamati masalah dari tampilan power poin yang disajikan guru</p> <p>b. Melalui kelompok belajar yang heterogen, siswa juga mengamati masalah 1.4 dan contoh 1.7 dan 1.8 dari buku siswa.</p> <p><b>2. Menanya</b></p> <p>a. Siswa diberi rangsangan untuk mengajukan pertanyaan-pertanyaan terkait masalah 1.4 serta contoh 1.7 dan 1.8 dari buku siswa</p> <p><b>3.</b> Jika tidak ada siswa yang mengajukan pertanyaan maka guru mengajukan pertanyaan-pertanyaan kepada siswa untuk mengetahui pemahaman siswa.</p> <p><b>4. Mengumpulkan informasi</b></p> <p>a. Sebagai umpan balik aktivitas sebelumnya, siswa diminta untuk menemukan dan mengumpulkan informasi yang ditemukan pada masalah tersebut, sehingga siswa dapat dapat memahami pola yang diberikan pada setiap masalah</p> <p>b. Guru mengkoordinir kelompok belajar agar setiap informasi yang telah dikumpulkan diketahui dan dipahami setiap anggota kelompok.</p> <p>c. Siswa diarahkan melanjutkan ke langkah-langkah prinsip induksi matematika.</p> <p><b>5. Mengasosiasi</b></p> <p>a. Ajukan pertanyaan-pertanyaan untuk setiap siswa yang memancing siswa untuk mengajukan pertanyaan-pertanyaan kritis, termasuk dalam penemuan formula setiap pola yang bersesuaian.</p> <p>b. Berikan kesempatan kepada setiap kelompok belajar untuk memaparkan hasil diskusi di depan kelas.</p> <p>c. Guru mengarahkan agar kelompok lain mencermati dan memotivasi siswa untuk mengajukan pertanyaan-pertanyaan kritis terkait paparan.</p> <p>d. Untuk memastikan pemahaman siswa tersebut, guru dapat memberikan masalah yang telah dipersiapkan guru sebelumnya</p> <p>e. Pemahaman siswa diuji dengan memberikan latihan dari soal yang dtampilkan pada slide power poin atau buku cetak.</p>	
Penutup	<p>a) Siswa diminta menyimpulkan tentang cara pembuktian bentuk ketidaksamaan sesuai prinsip Induksi Matematika</p> <p>b) Dengan bantuan presentasi komputer, guru menayangkan apa yang telah dipelajari dan disimpulkan</p> <p>c) Guru memberikan tugas PR dari buku siswa Uji Kompetensi 1.2</p> <p>d) Guru memberikan pesan untuk lebih mendalami materi dengan mempelajari pada sumber yang lain.</p> <p>e) Guru mengingatkan siswa untuk membaca materi pertemuan berikutnya adalah; Menjelaskan pembuktian bentuk Keterbagian sesuai prinsip induksi Matematika</p>	20 menit

➤ Pertemuan 3 (2 x 45 menit)

Kegiatan	Deskripsi Kegiatan	Alokasi Waktu
Pendahuluan	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. Memimpin doa (<i>Meminta seorang siswa untuk memimpin doa</i>)</li> <li>2. Mengecek kehadiran siswa dan meminta siswa untuk menyiapkan perlengkapan dan peralatan yang diperlukan, misalnya buku, penggaris, pensil dan pulpen siswa.</li> <li>3. Mengkonfirmasi ulang kesiswa tentang kesulitan yang ditemukan dalam menyelesaikan PR. Kemudian meminta siswa yang sudah mencoba menjelaskannya didepan, jika tidak ada yang bisa maka guru menjelaskan pembahasan masalah tersebut.</li> <li>4. Mengingatkan siswa untuk duduk dalam kelompok yang sudah ditetapkan sebelumnya</li> </ol> <p><b>Apersepsi</b></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. Guru memberikan gambaran tentang pentingnya menggunakan Prinsip Induksi Matematika dalam menyelesaikan permasalahan keterbagian.</li> <li>2. Mengajukan pertanyaan-pertanyaan yang berkaitan dengan materi sebelumnya tentang prinsip Induksi Matematika pada barisan.</li> <li>3. Sebagai apersepsi untuk mendorong <i>rasa ingin tahu dan berpikir kritis</i>, siswa diajak memecahkan masalah teka teki potogan gambar (purzle) yang ditampilkan dari slide power poin</li> </ol> <p><b>Motivasi</b></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. Guru memberi motivasi siswa secara kontekstual sesuai manfaat dan aplikasi Induksi Matematika dalam kehidupan sehari-hari dan komputer.</li> <li>2. Guru menyampaikan tujuan pembelajaran yang ingin dicapai yaitu menjelaskan dan menggunakan prinsip induksi matematika dari bentuk keterbagian.</li> </ol>	20 menit
Inti	<ol style="list-style-type: none"> <li><b>1. Mengamati</b> <ol style="list-style-type: none"> <li>a. Siswa mengamati masalah dari tampilan power poin yang disajikan guru</li> <li>b. Melalui kelompok belajar yang heterogen, siswa juga mengamati masalah 1.4 dan contoh 1.5 dan 1.6 dari buku siswa.</li> </ol> </li> <li><b>2. Menanya</b> <ol style="list-style-type: none"> <li>a. Siswa diberi rangsangan untuk mengajukan pertanyaan-pertanyaan terkait masalah 1.4 serta contoh 1.5 dan 1.6 dari buku siswa</li> </ol> </li> <li><b>3.</b> Jika tidak ada siswa yang mengajukan pertanyaan maka guru mengajukan pertanyaan-pertanyaan kepada siswa untuk mengetahui pemahaman siswa.</li> <li><b>4. Mengumpulkan informasi</b> <ol style="list-style-type: none"> <li>a. Sebagai umpan balik aktivitas sebelumnya, siswa diminta untuk menemukan dan mengumpulkan informasi yang ditemukan pada masalah tersebut, sehingga siswa dapat dapat memahami pola yang diberikan pada setiap masalah</li> <li>b. Guru mengkoordinir kelompok belajar agar setiap informasi yang telah dikumpulkan diketahui dan dipahami setiap anggota kelompok.</li> <li>c. Siswa diarahkan melanjutkan ke langkah-langkah prinsip induksi matematika.</li> </ol> </li> </ol>	50 menit

	<p><b>5. Mengasosiasi</b></p> <p>a. Ajukan pertanyaan-pertanyaan untuk setiap siswa yang memancing siswa untuk mengajukan pertanyaan-pertanyaan kritis, termasuk dalam penemuan formula setiap pola yang bersesuaian.</p> <p>b. Berikan kesempatan kepada setiap kelompok belajar untuk memaparkan hasil diskusi di depan kelas.</p> <p>c. Guru mengarahkan agar kelompok lain mencermati dan memotivasi siswa untuk mengajukan pertanyaan-pertanyaan kritis terkait paparan.</p> <p>d. Untuk memastikan pemahaman siswa tersebut, guru dapat memberikan masalah yang telah dipersiapkan guru sebelumnya</p> <p>e. Pemahaman siswa diuji dengan memberikan latihan dari soal yang dtampilkan pada slide power poin atau buku cetak.</p>	
Penutup	<p>a) Siswa diminta menyimpulkan tentang cara pembuktian bentuk keterbagian sesuai prinsip Induksi Matematika</p> <p>b) Dengan bantuan presentasi komputer, guru menayangkan apa yang telah dipelajari dan disimpulkan</p> <p>c) Guru memberikan tugas PR dari buku siswa Uji Kompetensi 1.2</p> <p>d) Guru memberikan pesan untuk lebih mendalami materi dengan mempelajari pada sumber yang lain.</p> <p>e) Guru mengingatkan siswa untuk mempersiapkan diri untuk Ulangan induksi Matematika pada pertemuan berikutnya.</p>	20 menit

## G. Penilaian

### 1. Prosedur Penilaian

No.	Aspek yang dinilai	Teknik Penilaian	Waktu Penilaian
1	Berani bertanya	Pengamatan	Kegiatan inti
2	Berpendapat	Pengamatan	Kegiatan inti
3	Mau mendengar orang lain	Pengamatan	Kegiatan inti
4	Bekerja sama	Pengamatan	Kegiatan inti
5	Konsep	Tes Tertulis	Kegiatan penutup

### 2. Instrumen Penilaian

#### a. Sikap

(Sikap Kinerja dalam Menyelesaikan Tugas Kelompok)

No.	Nama Peserta Didik	Aspek				Jumlah	Nilai
		Kerja Sama	Keaktifan	Menghargai Pendapat Teman	Tanggung Jawab		
1							
2							
3							
4							
...							



**Keterangan Skor:**

- 1 = (belum terlihat), apabila peserta didik belum memperlihatkan tanda-tanda awal perilaku sikap yang dinyatakan dalam indikator.
- 2 = (mulai terlihat), apabila peserta didik mulai memperlihatkan adanya tanda-tanda awal perilaku yang dinyatakan dalam indikator tetapi belum konsisten.
- 3 = (mulai berkembang), apabila peserta didik sudah memperlihatkan tanda perilaku yang dinyatakan dalam indikator dan mulai konsisten.
- 4 = (membudaya), apabila peserta didik terus-menerus memperlihatkan perilaku yang dinyatakan dalam indikator secara konsisten.

Skor maksimal = 16

$$\text{Nilai} = \frac{\text{skor perolehan}}{\text{skor maksimal}} \times 100\%$$

**b. Penilaian Pengetahuan**

• **Tugas terstruktur**

1. Untuk setiap rumusan  $P(n)$  yang diberikan, tentukan masing-masing  $P(n+1)$ .
  - a)  $P(n) = \frac{5}{n(n+1)}$ ,                      c)  $P(n) = \frac{n^2(n-1)^2}{4}$ ,
  - b)  $P(n) = \frac{3}{(n+2)(n+3)}$ ,                      d)  $P(n) = \frac{n^2}{2(n+1)^2}$ .
2. Rancang formula yang memenuhi setiap pola berikut ini.
  - a)  $2 + 4 + 6 + 8 + \dots + 2n$ ,
  - b)  $2 + 7 + 12 + 17 + 22 + \dots + (5n - 3)$ ,
  - c)  $3 + 7 + 11 + 15 + 19 + \dots + (4n - 1)$ ,
  - d)  $1 + 4 + 7 + 10 + 13 + \dots + (3n - 2)$ ,
  - e)  $\left(1 + \frac{1}{1}\right) \cdot \left(1 + \frac{1}{2}\right) \cdot \left(1 + \frac{1}{3}\right) \cdot \left(1 + \frac{1}{4}\right) \cdot \dots \cdot \left(1 + \frac{1}{n}\right)$ .

• **Tugas Mandiri tidak Terstruktur**

Buatlah model matematika dari masalah berbentuk barisan yang ada pada kehidupan nyata, kemudian buktikan sesuai Prinsip Induksi Matematika. Tugas pada kertas dobel polio dan dipresentasikan

• **Latihan/Kuis**

1. Tunjukkan bahwa untuk  $n \geq 1$ ,  $1 + 2 + 3 + \dots + n = n(n+1)/2$  melalui induksi matematika
2. Misalkan  $p(n)$  adalah pernyataan yang menyatakan : "Jumlah bilangan bulat positif dari 1 sampai  $n$  adalah  $n(n+1) / 2$ ." Buktikan bahwa  $p(n)$  benar!
3. Buktikan dengan induksi matematik bahwa  $n^5 - n$  habis dibagi 5 untuk  $n$  bilangan bulat positif
4. Buktikan bahwa  $1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + n^2 > \frac{n^3}{3}$ , untuk setiap  $n$  bilangan asli.

Pedoman penskoran:

NO	URAIAN	SKOR
1.	(i) Basis induksi : $p(1)$ benar, karena untuk $n = 1$ kita peroleh $1 = 1(1+1)/2$ $= 1(2)/2$ $1 = 1$	2   1
	(ii) Langkah induksi : kita harus memperlihatkan bahwa $p(n+1)$ juga benar, $1+2+3+\dots+n+(n+1) = (n+1) [(n+1) + 1] / 2$	2
	$1+2+3+\dots+n+(n+1) = (n+1) [(n+1) + 1] / 2$	2
	Pandang $1+2+3+\dots+n+(n+1) = (1+2+3+\dots+n) + (n+1)$	2
		2

	$= [n(n+1)/2] + (n+1)$ $= [(n^2+n)/2] + (n+1)$ $[(n^2+n)/2] + [(2n+2)/2]$ $(n^2 + 3n + 2)/2$ $(n+1)(n+2)/2$ $(n+1) [(n+1)+1] /2$ <p>Karena langkah (i) dan (ii) telah dibuktikan benar, maka untuk semua bilangan bulat positif <math>n</math>, terbukti bahwa untuk semua <math>n \geq 1</math>, <math>1+2+3+\dots+n = n(n+1)/2</math></p>	2 2 2 1
2.	<p>Jika dicoba dengan beberapa nilai <math>n</math>, memang timbul dugaan bahwa <math>p(n)</math> benar misalnya untuk <math>n = 5</math>,  <math>p(5)</math> adalah : “Jumlah bilangan bulat positif dari 1 sampai 5 adalah <math>5(5+1)/2</math>.  Terlihat bahwa :  <math>1 + 2 + 3 + 4 + 5 = 15 = 5(6) / 2</math></p>	1 1 3
	<p>Andaikan bahwa <math>p(n)</math> adalah proposisi bahwa <math>n^5 - n</math> habis dibagi 5 untuk <math>n</math> bilangan bulat positif.</p> <p>(i) <i>Basis induksi</i> : <math>p(1)</math> benar, karena <math>1^5 - 1 = 0</math> habis dibagi 5.</p> <p>(ii) <i>Andaikan <math>P(n)</math> adalah benar</i> :</p> <p>(iii) <i>Akan dibuktikan <math>P(n+1)</math> juga benar, sehingga</i></p> $(n+1)^5 - (n+1) = n^5 + 5n^4 + 10n^3 + 10n^2 + 5n + 1 - n - 1$ $= n^5 - n + 5n^4 + 10n^3 + 10n^2 + 5n$ $= (n^5 - n) + 5(n^4 + 2n^3 + 5n^2 + n)$ <p>Terbukti bahwa <math>p(n+1)</math> habis dibagi 5</p> <p>Dari (i), (ii) dan (iii) terbukti bahwa <math>n^5 - n</math> habis dibagi 5 untuk <math>n</math> bilangan bulat positif</p>	1 2 1 4 2 2 1 2
	<p>Misalkan <math>P(n) = 1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + n^2 &gt; \frac{n^3}{3}</math>, <math>n \in \mathbb{N}</math>.</p> <p>Akan ditunjukkan bahwa <math>P(n)</math> memenuhi kedua prinsip induksi matematika.</p> <p>a) Langkah Awal</p> <p>Untuk <math>n = 3</math>, maka <math>P(3) = 1^2 + 2^2 + 3^2 = 14 &gt; \frac{27}{3}</math>.  Terbukti bahwa <math>P(3)</math> benar.</p> <p>b) Langkah Induksi</p> <p>Karena <math>P(3)</math> benar, maka <math>P(4) = 1^2 + 2^2 + 3^2 + 4^2 = 30 &gt; \frac{64}{3}</math>, juga benar.</p> <p>Demikian seterusnya hingga dapat disimpulkan bahwa untuk <math>n = k</math></p> $P(k) = 1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + k^2 > \frac{k^3}{3}$ <p>adalah benar.</p> <p>Selanjutnya akan dibuktikan bahwa untuk <math>n = k + 1</math>, maka</p> $P(k + 1) = 1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + (k + 1)^2 > \frac{(k + 1)^3}{3}$ <p>Karena <math>1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + k^2 &gt; \frac{k^3}{3}</math>, jika kedua ruas ditambahkan <math>(k + 1)^2</math>, diperoleh <math>1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + k^2 + (k + 1)^2 &gt; \frac{k^3}{3} + (k + 1)^2</math></p> $\Leftrightarrow P(k + 1) = 1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + k^2 + (k + 1)^2 > \frac{k^3 + 3k^2 + 6k + 3}{3}$ $\Leftrightarrow P(k + 1) = 1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + k^2 + (k + 1)^2 > \frac{(k + 1)^3 + 3k + 2}{3}$ <p>Padahal <math>\frac{(k + 1)^3 + 3k + 2}{3} = \frac{(k + 1)^3}{3} + \frac{3k + 2}{3} &gt; \frac{(k + 1)^3}{3}</math>, untuk setiap <math>k</math> bilangan bulat positif.</p> <p>Akibatnya, <math>P(k + 1) = 1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + k^2 + (k + 1)^2 &gt; \frac{(k + 1)^3}{3}</math>.</p>	2 2 2 2 2 2 3 2 2 2 2 2

	<p>Dengan demikian terbukti bahwa, <math>P(k + 1) = 1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + k^2 + (k + 1)^2 &gt; \frac{(k+1)^3}{3}</math> adalah benar.</p> <p>Karena <math>P(n) = 1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + n^2 &gt; \frac{n^3}{3}</math> memenuhi kedua prinsip induksi matematika, maka formula <math>P(n) = 1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + n^2 &gt; \frac{n^3}{3}</math> adalah benar, untuk setiap <math>n</math> bilangan asli.</p>	
	Jumlah Skor Ideal	60

Nilai = (jumlah skor/jumlah skor Ideal) x 100

#### 4. Instrumen Penilaian Keterampilan Contoh Instrumen

##### Soal Projek

Diberikan tiga tiang yang di dalamnya disusun sebanyak  $n$  piringan berlubang, dengan ukuran piringan terbesar berada paling bawah tumpukan, kemudian disusun hingga piringan paling kecil berada paling atas. Misalnya seluruh tumpukan piringan ada pada tiang pertama dan akan dipindahkan ke salah satu tiang, dengan aturan bahwa setiap pemindahan piringan harus tersusun dengan piringan kecil harus berada di atas piringan yang lebih besar.

Berapa kali pemindahan  $n$  piringan tersebut sedemikian sehingga seluruh piringan berada pada satu tiang yang lain.

Selesaikan masalah di atas. Jelaskan proses yang kamu temukan di depan guru dan temanmu. Pastikan cara yang kamu peroleh merupakan cara yang paling efektif.

(Penilaian kinerja dalam menyelesaikan tugas presentasi)

No	Nama Peserta Didik	Aspek					Jumlah Skor	Nilai
		Komunikasi	Sistematika Penyampaian	Penguasaan Materi	Keberanian	Antusias		
1								
2								
3								
4								
5								
..								
.								

**Keterangan Skor:**

**Komunikasi:**

- 1 = Tidak dapat berkomunikasi
- 2 = Komunikasi agak lancar, tetapi sulit dimengerti
- 3 = Komunikasi lancar, tetapi kurang jelas dimengerti
- 4 = Komunikasi sangat lancar, benar, dan jelas

**Wawasan:**

- 1 = Tidak menunjukkan pengetahuan/materi
- 2 = Sedikit memiliki pengetahuan/materi
- 3 = Memiliki pengetahuan/materi tetapi kurang luas
- 4 = Memiliki pengetahuan/materi yang luas

**Antusias:**

- 1 = Tidak antusias
- 2 = Kurang antusias
- 3 = Antusias tetapi kurang kontrol
- 4 = Antusias dan terkontrol

**Sistematika Penyampaian:**

- 1 = Tidak sistematis
- 2 = Sistematis, uraian kurang, tidak jelas
- 3 = Sistematis, uraian cukup
- 4 = Sistematis, uraian luas, jelas

**Keberanian:**

- 1 = Tidak ada keberanian
- 2 = Kurang berani
- 3 = Berani
- 4 = Sangat berani

$$\text{Nilai} = \frac{\text{Skor maksimal} = 20}{\text{skor perolehan}} \times 100\%$$

## H. Pengayaan

Bentuk pembelajaran pengayaan adalah pemberian asesmen portofolio tambahan yang memuat asesmen masalah autentik, proyek, keterampilan proses, *check up* diri, dan asesmen kerja sama kelompok. Sebelum asesmen ini dikembangkan, terlebih dahulu dilakukan identifikasi kemampuan belajar berdasarkan jenis serta tingkat kelebihan belajar peserta didik. Misalnya, belajar lebih cepat, menyimpan informasi lebih mudah, keingintahuan lebih tinggi, berpikir mandiri, superior dan berpikir abstrak, dan memiliki banyak minat. Pembelajaran pengayaan dapat dilaksanakan melalui belajar kelompok, belajar mandiri, bimbingan khusus dari guru dan para ahli (mentor).

Materi pembahasan pada pembelajaran pengayaan bertumpu pada pengembangan kompetensi dasar kelompok wajib tertera pada kurikulum 2013, termasuk pengembangan kompetensi dasar kelompok peminatan. Materi pembahasan dituangkan dalam asesmen masalah autentik, proyek, keterampilan proses, *check up* diri, dan asesmen kerja sama kelompok. Keterampilan yang dibangun melalui materi matematika yang dipelajari adalah kemampuan berpikir tingkat tinggi (berpikir kreatif dan kritis) serta kemampuan adaptif terhadap perubahan, penggunaan teknologi dan membangun kerjasama antar siswa dan orang lain yang lebih memahami masalah yang diajukan dalam asesmen.

## I. Remedial

Pembelajaran remedial membantu peserta didik yang mengalami kesulitan dalam belajar. Pembelajaran remedial adalah tindakan perbaikan pembelajaran bagi peserta didik yang belum mencapai standar kompetensi. Remedial bukan mengulang tes (ulangan harian) dengan materi yang sama, tetapi guru memberikan perbaikan pembelajaran pada KD yang belum dikuasai oleh peserta didik melalui upaya tertentu.

Bentuk pembelajaran remedial tergantung pada jumlah peserta didik yang mengalami kegagalan mencapai kompetensi dasar yang ditetapkan. Beberapa alternatif bentuk pelaksanaan pembelajaran remedial di sekolah.

1. Jika jumlah peserta didik yang mengikuti remedial lebih dari 50%, maka tindakan yang dilakukan adalah pemberian pembelajaran ulang dengan model dan strategi pembelajaran yang lebih inovatif berbasis pada berbagai kesulitan belajar yang dialami peserta didik yang berdampak pada peningkatan kemampuan untuk mencapai kompetensi dasar tertentu.
2. Jika jumlah peserta didik yang mengikuti remedial lebih dari 20% tetapi kurang dari 50%, maka tindakan yang dilakukan adalah pemberian tugas terstruktur baik secara berkelompok dan tugas mandiri. Tugas yang diberikan berbasis pada berbagai kesulitan belajar yang dialami peserta didik yang berdampak pada peningkatan kemampuan untuk mencapai kompetensi dasar tertentu.
3. Jika jumlah peserta didik yang mengikuti remedial maksimal 20%, maka tindakan yang dilakukan adalah pemberian bimbingan secara khusus, misalnya bimbingan perorangan oleh guru dan tutor sebaya.

Kepala Madrasah,

Tasikmalaya,

2020

Guru Mapel,

**Riki Riyandi**