

RENCANA PELAKSANAAN PEMBELAJARAN

Satuan Pendidikan	: SMK NEGERI 7 SEMARANG
Kelas/Semester	: XI / 4
Tema	: Integral
Materi Pokok	: Integral Tak Tentu Fungsi Aljabar
Alokasi Waktu	: 10 Menit
Pertemuan ke	: 1

A. Tujuan Pembelajaran:

Dengan proses mengamati, menanya, mengumpulkan informasi, mengasosiasi dan mengomunikasikan melalui kegiatan di dalam kelas atau diluar kelas, siswa dapat mendeskripsikan integral tak tentu fungsi aljabar.

B. Kegiatan Pembelajaran:

Kegiatan	MATERI (Kunci – Kunci Pokok)	Deskripsi Kegiatan	Waktu																									
Pendahuluan		<ol style="list-style-type: none"> 1. Sebelum memulai pembelajaran guru mempersilahkan ketua kelas untuk memimpin berdoa (religius) 2. Guru melakukan presensi 3. Guru memulai pembelajaran dengan menyampaikan tujuan pembelajaran yang akan dicapai siswa. 	2 menit																									
Inti	<p>Dalam konsep defferensial (turunan) fungsi telah kita pahami teorema sebagai berikut</p> <table border="1" style="width: 100%; margin: 5px 0;"> <tr> <th colspan="2" style="text-align: center; background-color: #e0ffff;"><i>Fungsi aljabar</i></th> </tr> <tr> <td style="padding: 5px;">$y = a x^n \rightarrow$</td> <td style="padding: 5px;">$y' = a \cdot n x^{n-1}$</td> </tr> <tr> <td style="padding: 5px;">$y = 2 x^4 \rightarrow$</td> <td style="padding: 5px;">$y' = 2 (4) x^{4-1}$</td> </tr> <tr> <td style="padding: 5px;">$y = 3 x^{3/2} \rightarrow$</td> <td style="padding: 5px;">$y' = (3) \cdot \frac{3}{2} x^{\frac{3}{2}-1}$</td> </tr> <tr> <td style="padding: 5px;">$y = 5x\sqrt{x} - 2 = 5x^{\frac{3}{2}} - 2 \rightarrow$</td> <td style="padding: 5px;">$y' = 5 \cdot \frac{3}{2} x^{\frac{1}{2}}$</td> </tr> </table> <p>Integral sebagai anti turunan Definisi: F(x) disebut anti turunan dari f(x) pada interval I, jika $\frac{d}{dx}[F(x)] = f(x)$ untuk semua x dalam I. Perhatikan beberapa masalah di bawah ini:</p> <table border="1" style="width: 100%; margin: 5px 0;"> <tr> <th style="width: 30%; text-align: center; background-color: #e0ffff;">Fungsi [F(x)]</th> <th style="width: 10%;"></th> <th style="width: 60%; text-align: center; background-color: #e0ffff;">Fungsi Turunan [f(x)]</th> </tr> <tr> <td style="padding: 5px;">$y = 2 x^5$</td> <td style="text-align: center; padding: 5px;">\rightarrow</td> <td style="padding: 5px;">$y' = 2 (5) x^{5-1} = 10 x^4$</td> </tr> <tr> <td style="padding: 5px;">$y = 2 x^5 + 15$</td> <td style="text-align: center; padding: 5px;">\rightarrow</td> <td style="padding: 5px;">$y' = 2 (5) x^{5-1} = 10 x^4$</td> </tr> <tr> <td style="padding: 5px;">$y = 2 x^5 - 543$</td> <td style="text-align: center; padding: 5px;">\rightarrow</td> <td style="padding: 5px;">$y' = 2 (5) x^{5-1} = 10 x^4$</td> </tr> <tr> <td style="padding: 5px;">$y = 2 x^5 + c$</td> <td style="text-align: center; padding: 5px;">\rightarrow</td> <td style="padding: 5px;">$y' = 2 (5) x^{5-1} = 10 x^4$</td> </tr> </table> <p>ANTI TURUNAN/INTEGRAL Aturan Integral</p>	<i>Fungsi aljabar</i>		$y = a x^n \rightarrow$	$y' = a \cdot n x^{n-1}$	$y = 2 x^4 \rightarrow$	$y' = 2 (4) x^{4-1}$	$y = 3 x^{3/2} \rightarrow$	$y' = (3) \cdot \frac{3}{2} x^{\frac{3}{2}-1}$	$y = 5x\sqrt{x} - 2 = 5x^{\frac{3}{2}} - 2 \rightarrow$	$y' = 5 \cdot \frac{3}{2} x^{\frac{1}{2}}$	Fungsi [F(x)]		Fungsi Turunan [f(x)]	$y = 2 x^5$	\rightarrow	$y' = 2 (5) x^{5-1} = 10 x^4$	$y = 2 x^5 + 15$	\rightarrow	$y' = 2 (5) x^{5-1} = 10 x^4$	$y = 2 x^5 - 543$	\rightarrow	$y' = 2 (5) x^{5-1} = 10 x^4$	$y = 2 x^5 + c$	\rightarrow	$y' = 2 (5) x^{5-1} = 10 x^4$	<p>Stimulation (stimulasi/pemberian rangsangan)</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. Mengingat kembali tentang materi turunan yang telah diperoleh sebelumnya, dan menghubungkan dengan materi yang akan dibahas. 2. Siswa diberi pertanyaan tentang perbedaan dari fungsi-fungsi yang telah diturunkan dan hasil turunannya sama, diharapkan membangkitkan rasa ingin tahu siswa tentang materi anti turunan. <p>Problem statemen (pertanyaan/identifikasi masalah)</p> <ol style="list-style-type: none"> 3. Siswa diberi lembar kerja siswa untuk diselesaikan, yang berisi tentang langkah-langkah menemukan konsep integral tak tentu sebagai kebalikan dari turunan fungsi. 4. Dengan menggunakan rumus- rumus turunan $F(x) = x^n$ dan $F(x) = ax^n$ yang diperoleh pada bab sebelumnya, siswa diharapkan dapat mengidentifikasi masalah bagaimana cara menentukan 	6 menit
<i>Fungsi aljabar</i>																												
$y = a x^n \rightarrow$	$y' = a \cdot n x^{n-1}$																											
$y = 2 x^4 \rightarrow$	$y' = 2 (4) x^{4-1}$																											
$y = 3 x^{3/2} \rightarrow$	$y' = (3) \cdot \frac{3}{2} x^{\frac{3}{2}-1}$																											
$y = 5x\sqrt{x} - 2 = 5x^{\frac{3}{2}} - 2 \rightarrow$	$y' = 5 \cdot \frac{3}{2} x^{\frac{1}{2}}$																											
Fungsi [F(x)]		Fungsi Turunan [f(x)]																										
$y = 2 x^5$	\rightarrow	$y' = 2 (5) x^{5-1} = 10 x^4$																										
$y = 2 x^5 + 15$	\rightarrow	$y' = 2 (5) x^{5-1} = 10 x^4$																										
$y = 2 x^5 - 543$	\rightarrow	$y' = 2 (5) x^{5-1} = 10 x^4$																										
$y = 2 x^5 + c$	\rightarrow	$y' = 2 (5) x^{5-1} = 10 x^4$																										

Kegiatan	MATERI (Kunci – Kunci Pokok)	Deskripsi Kegiatan	Waktu
	$\int a x^n dx = \frac{a}{n+1} x^{(n+1)} + C$, dengan C adalah konstanta Sifat - sifat Integral TakTentu Beberapa sifat integral tak tentu adalah sebagai berikut : $\int a dx = ax + C ; a \text{ adalah konstanta}$ $\int a f(x) dx = a \int f(x) dx ; a \text{ adalah konstanta}$ $\int (f(x) + g(x)) dx = \int f(x) dx + \int g(x) dx$ $\int (f(x) - g(x)) dx = \int f(x) dx - \int g(x) dx$	kebalikan dari turunan fungsi (anti turunan fungsi). Data processing (pengolahan data) 5. Siswa menganalisis dan membuat kategori dari unsur-unsur pada turunan fungsi, yaitu mana yang disebut dengan turunan fungsi dan mana yang anti turunan fungsi. 6. Mengaitkan antara turunan dan anti turunan masing-masing fungsi, dan menunjukkan bahwa jika F(x) adalah fungsi yang dapat diturunkan yaitu f(x), maka anti turunan dari f(x) adalah F(x) + c, dengan c adalah sembarang konstanta. Generalization (menarik kesimpulan/generalisasi) 7. Siswa mendeskripsikan konsep integral tak tentu sebagai kebalikan dari turunan fungsi, yaitu anti turunan fungsi	
Penutup		8. Guru menutup pembelajaran dengan mengingatkan siswa tentang materi yang akan dipelajari selanjutnya. Dan siswa diberi tugas membaca materi tersebut.	2 menit

C. Penilaian Hasil Pembelajaran:

1. Teknik Penilaian: pengamatan, tes tertulis, penugasan
2. Prosedur Penilaian:

No	Aspek yang dinilai	Teknik Penilaian	Waktu Penilaian
1.	Sikap Religi dan Sosial a. Mengagungkan kebesaran Tuhan Yang Maha Esa, bahwa dengan memahami konsep integral tak tentu sebagai kebalikan turunan fungsi, siswa lebih b. Bekerjasama dalam kegiatan kelompok c. Kritis dalam proses pemecahan masalah d. Bertanggung jawab dalam mengerjakan tugas	Pengamatan	Selama pembelajaran dan saat diskusi
2.	Pengetahuan Dengan menggunakan konsep integral tak tentu sebagai kebalikan dari turunan fungsi, siswa dapat menentukan anti turunan dari fungsi aljabar.	Tes tertulis	Penyelesaian soal individu
3.	Keterampilan Terampil menerapkan konsep integral tak tentu dari fungsi aljabar sebagai kebalikan dari turunan fungsi (antiturunan fungsi aljabar) dalam menyelesaikan masalah nyata.	Pengamatan	Penyelesaian soal dalam kelompok saat diskusi

3. Instrumen Penilaian Hasil belajar

Penilaian Pembelajaran:

1. Penilaian Pengetahuan

Indikator: Dengan menggunakan konsep integral tak tentu sebagai kebalikan dari turunan fungsi, siswa dapat menentukan anti turunan dari fungsi aljabar.

Instrumen:

1. Tentukan integral dari fungsi berikut:

a. $f(x) = 4x^3 - 2x + 1$

b. $g(x) = 5x^{\frac{1}{3}} + x$

2. Tentukan anti turunan $f(x) = 12x^3 + 6x$ dengan memanfaatkan turunan fungsi $f(x) = x^4 + x^2$

Pedoman penskoran:

No	Penyelesaian	Skor
1.	a. $f(x) = 4x^3 - 2x + 1$ $\int f(x) dx = \int 4x^3 - 2x + 1 dx$ $= 4 \cdot \frac{1}{3+1} x^{3+1} - 2 \cdot \frac{1}{1+1} x^{1+1} + 1 \cdot \frac{1}{0+1} x^{0+1} + c$ $= 4 \cdot \frac{1}{4} x^4 - 2 \cdot \frac{1}{2} x^2 + 1 \cdot \frac{1}{1} x^1 + c$ $= x^4 - x^2 + x + c$	1 2 1 1 Jumlah skor 5
	b. $g(x) = 8x^{\frac{1}{3}} + 4x$ $\int g(x) dx = \int 8x^{\frac{1}{3}} + 4x dx$ $= 8 \cdot \frac{1}{\frac{1}{3}+1} x^{\frac{1}{3}+1} + 4 \cdot \frac{1}{1+1} x^{1+1} + c$ $= 8 \cdot \frac{3}{4} x^{\frac{4}{3}} + 4 \cdot \frac{1}{2} x^2 + c$ $= 6x^{\frac{4}{3}} + 2x^2 + c$ $= 6x^{\sqrt[3]{x}} + 2x^2 + c$	1 2 1 1 Jumlah skor 5
2.	turunan fungsi $f(x) = x^4 + x^2$ $f'(x) = 4x^{4-1} + 2x^{2-1}$ $f'(x) = 4x^3 + 2x$ anti turunan dari $f(x) = 12x^3 + 6x$ $\int f(x) dx = \int 12x^3 + 6x dx$ $= \int 3(4x^3 + 2x) dx$ $= 3 \left(4 \cdot \frac{1}{3+1} x^{3+1} + 2 \cdot \frac{1}{1+1} x^{1+1} \right) + c$ $= 3 \left(4 \cdot \frac{1}{4} x^4 + 2 \cdot \frac{1}{2} x^2 \right) + c$ $= 3(x^4 + x^2) + c$	1 1 1 2 1 1 Jumlah Skor 5 Total Skor 15

Semarang, Juli 2021

Mengetahui,
Kepala SMK Negeri 7 Semarang

Guru Mata Pelajaran

Drs. Samiran, M.T.
NIP. 19640206 198803 1 010

Annisa Kurniawati, S.Pd
NIP.19750324 200801 2 007

LEMBAR PENGAMATAN SIKAP

Mata Pelajaran : Matematika
 Kelas/Semester : XI / 4
 Tahun Pelajaran : 2021/2022
 Waktu Pengamatan :

Aspek-aspek sikap yang dinilai, meliputi: kerjasama, kritis dan bertanggung jawab.
 Rubrik penilaian sikap **Kerjasama** dapat disusun sebagai berikut:

Kriteria	Skor	Indikator
Sangat Baik (SB)	4	Selalu bekerjasama dalam proses pembelajaran baik individu atau dalam kelompok
Baik (B)	3	Sering bekerjasama dalam proses pembelajaran baik individu atau dalam kelompok
Cukup (C)	2	Kadang-kadang bekerjasama dalam proses pembelajaran baik individu atau dalam kelompok
Kurang (K)	1	Tidak pernah bekerjasama dalam proses pembelajaran baik individu atau dalam kelompok

No	Aspek yang diamati	Kriteria			
		1	2	3	4
1	Bekerjasama dalam menentukan turunan fungsi			v	
2	Bekerjasama dalam menghubungkan antara turunan fungsi dengan anti turunannya			v	
3	Bekerjasama dalam mengaitkan hubungan gradien garis singgung dengan turunan serta mengaitkan kembali dengan antit urunan.				v
4	Bekerjasama dalam menyimpulkan konsep integral tak tentu sebagai kebalikan dari turunan fungsi.			v	
5	Bekerjasama dalam mempresentasikan hasil diskusi kelompok			V	

Penilaian = $\frac{\text{jumlahskor}}{\text{skormaksimal}} \times 100$ Contoh: $\frac{18}{20} \times 100 = 90$

Rubrik penilaian sikap **kritis** dapat disusun sebagai berikut:

Kriteria	Skor	Indikator
Sangat Baik (SB)	4	Selalu kritis dalam proses pembelajaran baik di kelompok maupun individu
Baik (B)	3	Sering kritis dalam proses pembelajaran baik di kelompok maupun individu
Cukup (C)	2	Kadang-kadang kritis dalam proses pembelajaran baik di kelompok maupun individu
Kurang (K)	1	Tidak pernah kritis dalam proses pembelajaran baik di kelompok maupun individu

No	Aspek yang diamati	Kriteria			
		1	2	3	4
1	Bertanya dalam diskusi kelompok				
2	Menemukan kesalahan dari jawaban yang didapat				
3	Memberikan alternative jawaban yang benar				
4	Menanyakan apa yang belum bisa dikuasai terhadap guru				
5	Dapat menyimpulkan dari data yang telah diperoleh				

$$\text{Penilaian} = \frac{\text{jumlahskor}}{\text{skormaksimal}} \times 100 \quad \text{Contoh: } \frac{15}{20} \times 100 = 75$$

Rubrik penilaian sikap **bertanggungjawab** dapat disusun sebagai berikut:

Kriteria	Skor	Indikator
Sangat Baik (SB)	4	Selalu bertanggungjawab dalam proses pembelajaran baik di kelompok maupun individu
Baik (B)	3	Sering bertanggungjawab dalam proses pembelajaran baik di kelompok maupun individu
Cukup (C)	2	Kadang-kadang bertanggungjawab dalam proses pembelajaran baik di kelompok maupun individu
Kurang (K)	1	Tidak pernah bertanggungjawab dalam proses pembelajaran baik di kelompok maupun individu

No	Aspek yang diamati	Kriteria			
		1	2	3	4
1	Melaksanakan tugas yang dibebankan kelompok				
2	Melaksanakan tugas individu, dan menyelesaikannya				
3	Menerima kesalahan dari jawaban yang diberikan				
4	Melaksanakan aturan main dalam pembelajaran di kelas				
5	Berusaha memperbaiki jawaban yang tidak benar				

$$\text{Penilaian} = \frac{\text{jumlahskor}}{\text{skormaksimal}} \times 100 \quad \text{Contoh: } \frac{17}{20} \times 100 = 85$$

Selanjutnya guru membuat rekapitulasi hasil penilaian sikap peserta didik dalam format seperti contoh berikut.

No	Nama	Skor untuk sikap				Jml skor	Rata-rata Nilai	Pre-dikat
		Religius	Kerjasama	Kritis	Bertanggung jawab			
1								
2								

Keterangan

1. Nilai sikap dikualifikasikan menjadi predikat sebagai berikut:

SB = Sangat Baik = 80 – 100 C = Cukup = 60 - 69
 B = Baik = 70 – 79 K = Kurang = < 60

Lembar Kerja Siswa

HITUNG INTEGRAL

A. INTEGRAL TAK TENTU

Perhatikan fungsi $f(x) = 3x^2$, maka didapat turunan fungsi tsb adalah $F(x) = \dots\dots\dots$ sehingga dapat dikatakan bahwa :

Fungsi yang menjadi turunan dari $f(x) = 3x^2$, adalah;

➤ Fungsi yang menurunkan fungsi $F(x)$ adalah

Sehingga fungsi $f(x) = 3x^2$ disebut fungsi invers dari fungsi $F(x) = \dots\dots$ atau fungsi $f(x) = 3x^2$ disebut integral dari fungsi $F(x) = \dots\dots\dots$ dan ditulis $\int F(x) dx = 3x^2$

Dengan demikian untuk menentukan hasil dari $\int F(x) dx$ dapat menjawab pertanyaan “ manakah yang jika di adalah fungsi

Apakah hasil dari $\int F(x) dx$, hanya hasil tunggal $f(x) = 3x^2$, jelaskan :

Jadi hasil dari $\int F(x) dx = f(x) + c$, dan hasil ini **disebut Integral tak tentu**

Berdasar kesimpulan tersebut dapat diselesaikan integral sebagai berikut :

- a. $\int x^4 dx =$
- b. $\int x^5 dx =$
- c. $\int x^{10} dx =$
- d. $\int x^n dx =$

Disimpulan bahwa hasil dari

1. $\int x^n dx = \frac{1}{n+1} x^{n+1} + c$
2. sifat – sifat
 - $\int c \cdot f(x) dx = c \int f(x) dx$
 - $\int k dx = k \cdot x + c, \quad k = \text{constante}$
 - $\int (U(x) + V(x)) dx = \int U(x) dx + \int V(x) dx$
 - $\int (U(x) - V(x)) dx = \int U(x) dx - \int V(x) dx$

Soal soal,

1. Selesaikan setiap integral di bawah ini
 - a. $\int 5x^5 dx =$
 - b. $\int x^{-3} dx =$
 - c. $\int \sqrt[4]{x^3} dx =$
 - d. $\int \frac{1}{\sqrt[3]{x^2}} dx =$
 - e. $\int (8x^3 - 3x^2 + 4) dx =$
 - f. $\int (x - 4)^2 dx =$
 - g. $\int (12x^{11} - 4x^7 + 10x^4) dx =$
 - h. $\int (x + 1)(x - 3) dx =$
 - i. $\int 4x(\frac{1}{x} - 2x) dx =$
 - j. $\int x(x + 1)^2 dx =$
 - k. $\int (x + \frac{1}{x})^2 dx =$
 - l. $\int (\frac{x^5 - 1}{x^2})^2 dx =$
- m. Jika $f'(x) = 1 - 2x$ dan $f(3) = 4$, maka $f(x) = \dots$
- n. gradien garis singgung sebuah kurva pada setiap titik (x, y) dinyatakan oleh $\frac{dy}{dx} = 3x^2 - 6x + 1$. Kurva melalui titik $(2, -3)$, maka persamaan kurva adalah ...