

RENCANA PELAKSANAAN PEMBELAJARAN

Satuan Pendidikan	: SMK SABILILLA
Kelas / Semester	: XI / 1
Tema	: Matriks
Sub Tema 1	: Sifat-sifat Determinan dan Invers Matriks Berordo 2x2 dan 3x3
Tujuan pembelajaran	: Siswa dapat menganalisis sifat-sifat determinan dan invers matriks berordo 2x2 dan 3x3
Indikator	: Mengidentifikasi Sifat-sifat Determinan dan Invers Matriks Berordo 2x2 dan 3x3
Waktu	: 10 Menit

A. Pendahuluan (alokasi waktu 4 menit)

1. Guru melakukan pembukaan dengan salam dan dilanjutkan dengan membaca doa. (*Religius*)
2. Guru menanyakan kabar dan merekap absensi siswa.
3. Guru menyampaikan tujuan pembelajaran.
4. Mengaitkan materi sifat-sifat determinan dan invers matriks ordo 2x 2 dan 3x3 dengan materi sebelumnya.
5. Mengingatkan kembali materi prasyarat dengan bertanya.
6. Pembuatan kelompok kecil dengan menghitung satu sampai enam dan berkumpul sesuai kelompok

B. Inti (alokasi waktu 5 menit)

1. Guru menyampaikan materi pembelajaran Sifat-sifat Determinan dan Invers Matriks Berordo 2x2 dan 3x3. Siswa menyimak materi yang sampaikan oleh guru
2. Guru membagikan tugas lks dan pengerjaannya di diskusikan oleh kelompok
3. Perwakilan kelompok mempresentasikan dan memberi apresiasi
4. Guru memberi refleksi terhadap pekerjaan siswa dengan membahas dan menanyakan hal sulit
5. Siswa di minta kembali pada tempat duduk semula
6. Siswa di minta untuk menyampaikan hasil dari pembelajarannya secara acak dengan pertanyaan singkat dan bagaimana perasaan selama melaksanakan pembelajaran

C. Penutup (alokasi waktu 1 menit)

1. Memfasilitasi dalam membuat kesimpulan. Berkomunikasi dan bekerjasama dalam merumuskan kesimpulan, serta saling melengkapi untuk memperoleh konsep yang tepat tentang konsep Sifat-sifat Determinan dan Invers Matriks Berordo 2x2 dan 3x3
2. Guru mengakhiri kegiatan pembelajaran dengan salam.

D. Sumber & Media

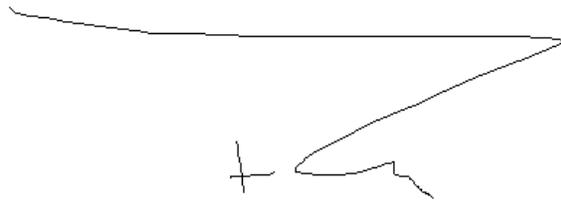
- Sumber : Buku MGMP Kota Pasuruan
Media : papan tulis dan LKS

Pasuruan, 07 Juli 2021

Kepala sekolah SMK SABILILLAH

Guru SMK SABILILLAH

Drs.HM.AFIFUDDIN, MM

A handwritten signature in black ink, consisting of a long horizontal stroke followed by a sharp downward curve and a small vertical tick mark.

Abdul rokhman, S.Pd

LEMBAR KERJA SISWA (LKS)

MATRIKS

A. ISTILAH-ISTILAH DALAM MATRIKS

1. Matrik A berordo 2×3 ditulis $A_{2 \times 3}$ yang berarti banyaknya baris dari matriks $A = 2$ dan banyaknya kolom matriks $A = 3$.

2. Transpos dari matriks $A = \begin{pmatrix} a & b & c \\ d & e & f \end{pmatrix}$ ditulis $A^t = \begin{pmatrix} a & d \\ b & e \\ c & f \end{pmatrix}$. Pada prinsipnya matriks

transpos merupakan matriks baru yang diperoleh dengan menukar elemen baris menjadi elemen kolom dan elemen kolom menjadi elemen baris.

3. Matriks A dan matriks B ($A=B$) dikatakan sama jika dan hanya jika:
 - a. ordo matriks A sama dengan ordo matriks B
 - b. elemen-elemen yang seletak mempunyai nilai yang sama

B. PENJUMLAHAN DAN PENGURANGAN MATRIKS

Sifat-sifat penjumlahan matriks:

1. Komutatif : $A + B = B + A$
2. Asosiatif : $(A + B) + C = A + (B + C)$
3. Terdapat matriks identitas yaitu matriks O yang bersifat: $A + O = O + A = A$
4. Untuk setiap matriks A , memiliki invers terhadap penjumlahan, yaitu $-A$ dan bersifat $A + (-A) = O$

Pengurangan matriks: $A - B = A + (-B)$.

C. PERKALIAN DAN PEMANGKATAN MATRIKS

1. Dua buah matriks dapat dikalikan jika banyaknya kolom pada matriks pertama sama dengan banyaknya baris pada matriks yang kedua.

Sifat-sifat perkalian matriks:

- a. Tidak komutatif : $AB \neq BA$
- b. Asosiatif : $(AB)C = A(BC)$
- c. Distributif : $A(B+C) = AB + AC$
- d. Terdapat matriks Identitas yang bersifat: $AI = IA = A$
- e. Jika A^t tranpos dari matriks A dan B^t tranpos dari matriks B, maka berlaku:
 $(AB)^t = B^t A^t$

2. Pemangkatan Matriks: $A^2 = AA$

D. DETERMINAN, INVERS DAN PERSAMAAN MATRIKS

1. Diketahui matriks $A = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$. Determinan matriks A ditulis $\det A$ dan ditentukan dengan:

$$\det A = \begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix} = ad - bc$$

2. Diketahui matriks $A = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$. Invers matriks A ditulis A^{-1} dan ditentukan dengan:

$$A^{-1} = \frac{1}{ad - bc} \begin{pmatrix} d & b \\ c & a \end{pmatrix}$$

dengan syarat $\det A = ad - bc \neq 0$.

3. Sifat-sifat Determinan :

- a. $|A^t| = |A|$
- b. $|A \cdot B| = |A| \cdot |B|$
- c. $|A^n| = |A|^n$
- d. $|A^{-1}| = \frac{1}{|A|}$
- e. $|k \cdot A_{m \times m}| = k^m \cdot |A|$

4. Sifat Invers Matriks:

- a. $(A^{-1})^{-1} = (A)$
- b. $A^{-1} \cdot A = I$
- c. $A \cdot B = I$ artinya A dan B saling Invers. $A = B^{-1}$ dan $B = A^{-1}$
- d. $(A \cdot B)^{-1} = B^{-1} \cdot A^{-1}$
- e. $(A^t)^{-1} = (A^{-1})^t$
- f. $A \cdot B = C$ maka $\begin{cases} A = C \cdot B^{-1} \\ B = A^{-1} \cdot C \end{cases}$

E. CONTOH

Kerjakan soal berikut !

1. Diketahui matriks $A = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 4 & 7 \end{bmatrix}$ dan $B = \begin{bmatrix} 8 & -5 \\ -3 & 2 \end{bmatrix}$ tentukan nilai dari
- $|A|$ dan $|B|$
 - $|A^t|$
 - $|A \cdot B|$
 - $|A^5|$
 - $|A^{-1}|$
 - $|3A|$

Penyelesaian :

Kita selesaikan dengan menggunakan sifat-sifat determinan:

Dari matriks $A = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 4 & 7 \end{bmatrix}$ dan $B = \begin{bmatrix} 8 & -5 \\ -3 & 2 \end{bmatrix}$ bisa kita tentukan :

- $|A|$ dan $|B|$ yaitu :
 $|A| = 2 \cdot 7 - 4 \cdot 3 = 14 - 12 = 2$ dan
 $|B| = 8 \cdot 2 - (-3) \cdot (-5) = 16 - 15 = 1$
- $|A^t| = |A| = 2$
- $|A \cdot B| = |A| \cdot |B| = 2 \cdot 1 = 2$
- $|A^5| = |A|^5 = 2^5 = 32$
- $|A^{-1}| = \frac{1}{|A|} = \frac{1}{2}$

2. Diketahui Matriks $A = \begin{bmatrix} 3 & 2 \\ 5 & 4 \end{bmatrix}$. Tunjukanlah bahwa berlaku sifat invers di bawah :

- $(A^{-1})^{-1} = (A)$
- $A^{-1} \cdot A = I$
- $(A^t)^{-1} = (A^{-1})^t$

Penyelesaian :

$$a. A^{-1} = \frac{1}{3 \cdot 4 - 5 \cdot 2} \begin{bmatrix} 4 & -2 \\ -5 & 3 \end{bmatrix}$$

$$A^{-1} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 4 & -2 \\ -5 & 3 \end{bmatrix}$$

$$A^{-1} = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ -\frac{5}{2} & \frac{3}{2} \end{bmatrix}$$

$$(A^{-1})^{-1} = \frac{1}{2 \cdot (\frac{3}{2}) - (-\frac{5}{2}) \cdot (-1)} \begin{bmatrix} 3/2 & 1 \\ 5/2 & 2 \end{bmatrix}$$

$$= \frac{1}{3 - (\frac{5}{2})} \begin{bmatrix} 3/2 & 1 \\ 5/2 & 2 \end{bmatrix}$$

$$= \frac{1}{(\frac{1}{2})} \begin{bmatrix} \frac{3}{2} & 1 \\ \frac{5}{2} & 2 \end{bmatrix} = 2 \cdot \begin{bmatrix} 3/2 & 1 \\ 5/2 & 2 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 3 & 2 \\ 5 & 4 \end{bmatrix} = A. \text{ Terbukti}$$

b. $A^{-1} \cdot A = I$

$$= \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ -\frac{5}{2} & \frac{3}{2} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 3 & 2 \\ 5 & 4 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 2 \cdot 3 + (-1) \cdot 5 & 2 \cdot 2 + (-1) \cdot 4 \\ (-\frac{5}{2}) \cdot 3 + (\frac{3}{2}) \cdot 5 & (-\frac{5}{2}) \cdot 2 + (\frac{3}{2}) \cdot 4 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 6 - 5 & 4 - 4 \\ (-\frac{15}{2}) + (\frac{15}{2}) & (-\frac{10}{2}) + (\frac{12}{2}) \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = I$$

c. $(A^t)^{-1} = (A^{-1})^t$

$$A^t = \begin{bmatrix} 3 & 5 \\ 2 & 4 \end{bmatrix}$$

$$(A^t)^{-1} = \frac{1}{3 \cdot 4 - 2 \cdot 5} \begin{bmatrix} 4 & -5 \\ -2 & 3 \end{bmatrix}$$

$$(A^t)^{-1} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 4 & -5 \\ -2 & 3 \end{bmatrix}$$

$$(A^t)^{-1} = \begin{bmatrix} 2 & -5/2 \\ -1 & 3/2 \end{bmatrix} \dots\dots\dots(1)$$

$$A^{-1} = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ -\frac{5}{2} & \frac{3}{2} \end{bmatrix}$$

$$(A^{-1})^t = \begin{bmatrix} 2 & -5/2 \\ -1 & \frac{3}{2} \end{bmatrix} \dots\dots\dots(2)$$

Dari persamaan (1) dan (2) dapat ditunjukkan bahwa:

$$(A^t)^{-1} = (A^{-1})^t$$

F. LATIHAN

Pilihlah salah satu jawaban yang benar !

1. Diketahui matriks $A = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 3 \end{bmatrix}$ dan matriks $C = \begin{bmatrix} 3 & 5 \\ 7 & 15 \end{bmatrix}$ jika B matriks berordo 2x2 sehingga berlaku $A \cdot B = C$ maka tentukanlah matriks B.

Jawab :

.....

.....

.....

.....

2. Jika $A = \begin{pmatrix} 3 & -5 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$, dan B matriks yang saling invers dengan A. Tentukanlah determinan dari matriks B

Jawab :

.....
.....
.....
.....

3. Tunjukkan bahwa $|A^t| = |A|$ berlaku untuk sembarang matriks ber ordo 2x2 dan 3x3 !

Jawab :

.....
.....
.....
.....

4. Tunjukkan bahwa $|A^3| = |A|^3$ untuk matriks $A = \begin{pmatrix} 5 & -4 \\ -6 & 1 \end{pmatrix}$

Jawab :

.....
.....
.....
.....

5. Diketahui matriks $P = \begin{pmatrix} 2 & 5 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}$ dan $Q = \begin{pmatrix} 5 & 4 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$. Jika P^{-1} adalah invers matriks P dan Q^{-1} adalah invers matriks Q, maka determinan matriks $P^{-1}Q^{-1}$ adalah

Jawab :

.....
.....
.....
.....

6. Jika $A = \begin{pmatrix} 7 & k \\ 6 & 5 \end{pmatrix}$, A^{-1} merupakan matriks invers A. A dan A^{-1} mempunyai determinan yang sama dan positif, maka k sama dengan

Jawab :

.....
.....
.....
.....

7. Tranpos matriks $A = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$ adalah $A^t = \begin{pmatrix} a & c \\ b & d \end{pmatrix}$. Jika $A^t = A^{-1}$, maka $ad - bc =$

....

Jawab :

.....
.....
.....
.....

8. Dari matriks $B = \begin{bmatrix} 1 & 6 & 5 \\ 0 & 3 & -2 \\ 0 & -2 & 2 \end{bmatrix}$

Tentukan nilai dari $b_{13} \times \det B$

Jawab :

.....
.....
.....
.....