

RENCANA PELAKSANAAN PEMBELAJARAN (RPP)

Satuan Pendidikan : SMA Swasta Ir. H. Djuanda
Mata Pelajaran : Matematika (Peminatan)
Kelas /Semester : XI/Ganjil
Materi Pokok : Rumus Jumlah dan Selisih Sinus dan Cosinus
Tahun Pelajaran : 2020/2021
Pertemuan ke- : 1 (satu)
Alokasi Waktu : 2 x 45 menit

A. Kompetensi Inti :

- KI – 1 :** Menghayati dan mengamalkan ajaran agama yang dianutnya
- KI – 2 :** Menghayati dan mengamalkan perilaku jujur, disiplin, tanggung jawab, peduli (gotong royong, kerjasama, toleran damai), santun, responsive dan pro-aktif dan menunjukkan sikap sebagai bagian dari solusi atas berbagai permasalahan dalam berinteraksi secara efektif dengan lingkungan social dan alam serta dalam menempatkan diri sebagai cerminan bangsa dalam pergaulan dunia
- KI – 3 :** Memahami, menerapkan, dan menganalisis pengetahuan faktual, konseptual, prosedural berdasarkan rasa ingintahunya tentang ilmu pengetahuan, teknologi, seni, budaya, dan humaniora dengan wawasan kemanusiaan, kebangsaan, kenegaraan, dan peradaban terkait penyebab fenomena dan kejadian, serta menerapkan pengetahuan prosedural pada bidang kajian yang spesifik sesuai dengan bakat dan minatnya untuk memecahkan masalah
- KI – 4 :** Mengolah, menalar, dan menyaji dalam ranah konkret dan ranah abstrak terkait dengan pengembangan dari yang dipelajarinya di sekolah secara mandiri, dan mampu menggunakan metoda sesuai kaidah keilmuan.

B. Kompetensi Dasar dan Indikator Pencapaian Kompetensi (IPK) :

Kompetensi Dasar (KD)	Indikator Pencapaian Kompetensi (IPK)
3.2. Membedakan penggunaan jumlah dan selisih sinus dan cosinus	3.2.1 Memahami konsep sinus jumlah dua sudut
	3.2.2 Memahami konsep sinus selisih dua sudut
	3.2.3 Memahami hubungan antara fungsi sinus yang dinyatakan dalam rumus sinus jumlah dan selisih dua sudut
	3.2.4 Membedakan rumus sinus jumlah dan selisih dua sudut untuk menentukan nilai sinus jumlah dua sudut tertentu
	3.2.5 Menggunakan rumus sinus jumlah dua sudut untuk menentukan nilai sinus jumlah dua sudut tertentu
	3.2.6 Menggunakan rumus sinus selisih dua sudut untuk menentukan nilai sinus selisih dua sudut

	tertentu
4.2 Menyelesaikan masalah yang berkaitan dengan rumus jumlah dan selisih sinus dan cosinus	4.2.1 Menyelesaikan masalah yang berkaitan dengan konsep sinus jumlah dua sudut
	4.2.2 Menyelesaikan masalah yang berkaitan dengan konsep sinus selisih dua sudut
	4.2.3 Menyelesaikan masalah yang berkaitan dengan memahami hubungan antara fungsi sinus yang dinyatakan dalam rumus sinus jumlah dan selisih dua sudut
	4.2.4 Menyelesaikan masalah yang berkaitan dengan membedakan rumus sinus jumlah dan selisih dua sudut untuk menentukan nilai sinus jumlah dua sudut tertentu
	4.2.5 Menyelesaikan masalah yang berkaitan dengan rumus sinus jumlah dua sudut untuk menentukan nilai sinus jumlah dua sudut tertentu
	4.2.6 Menyelesaikan masalah yang berkaitan dengan rumus sinus selisih dua sudut untuk menentukan nilai sinus selisih dua sudut tertentu

C. Tujuan Pembelajaran :

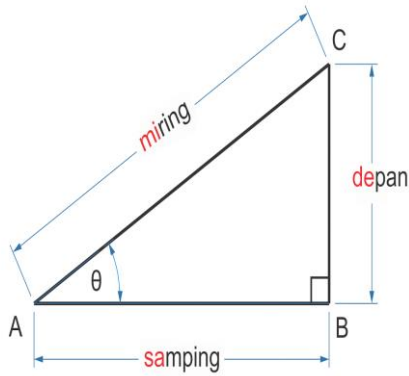
1. Melalui tanya jawab, siswa secara aktif mampu memahami konsep sinus jumlah dua sudut
2. Melalui tanya jawab, siswa secara aktif mampu memahami konsep sinus selisih dua sudut
3. Melalui kegiatan pengamatan video pembelajaran berbantuan pengerjaan LKPD, siswa secara teliti mampu memahami hubungan antara fungsi sinus yang dinyatakan dalam rumus sinus jumlah dan selisih dua sudut
4. Melalui kegiatan pengamatan video pembelajaran berbantuan pengerjaan LKPD, siswa secara teliti mampu membedakan hubungan antara fungsi sinus yang dinyatakan dalam rumus sinus jumlah dan selisih dua sudut
5. Melalui kegiatan pengamatan video pembelajaran berbantuan pengerjaan LKPD, siswa secara teliti mampu menggunakan rumus sinus jumlah dua sudut untuk menentukan nilai sinus jumlah dua sudut tertentu
6. Melalui kegiatan pengamatan video pembelajaran berbantuan pengerjaan LKPD, siswa secara teliti mampu menggunakan rumus sinus selisih dua sudut untuk menentukan nilai sinus selisih dua sudut tertentu.

D. Materi Pembelajaran :

Rumus Jumlah dan Selisih Sinus dan Cosinus

1. Faktual:

Perbandingan trigonometri, luas segitiga sebarang



$$\sin \alpha = \frac{BC}{AC} = \frac{\text{depan}}{\text{miring}} \quad (\text{dikenal sebagai "sin-de-mi"})$$

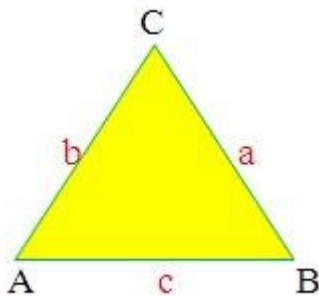
$$\cos \alpha = \frac{AB}{AC} = \frac{\text{sa-mping}}{\text{mi-ring}} \quad (\text{dikenal sebagai "cos-sa-mi"})$$

$$\tan \alpha = \frac{BC}{AB} = \frac{\text{depan}}{\text{sa-mping}} \quad (\text{dikenal sebagai "tan-de-sa"})$$

$$\csc \alpha = \frac{1}{\sin \alpha} = \frac{1}{BC/AC} = \frac{AC}{BC}$$

$$\sec \alpha = \frac{1}{\cos \alpha} = \frac{1}{AB/AC} = \frac{AC}{AB}$$

$$\cot \alpha = \frac{1}{\tan \alpha} = \frac{1}{BC/AB} = \frac{AB}{BC}$$



$$L = \frac{1}{2}bc \sin A$$

$$L = \frac{1}{2}ac \sin B$$

$$L = \frac{1}{2}ab \sin C$$

2. Konseptual :

Rumus sinus jumlah dan selisih dua sudut

$$\sin(A + B) = \sin A \cdot \cos B + \cos A \cdot \sin B$$

$$\sin(A - B) = \sin A \cdot \cos B - \cos A \cdot \sin B$$

3. Prosedural :

- Memahami konsep rumus sinus jumlah dua sudut
- Memahami konsep rumus sinus selisih dua sudut
- Memahami hubungan antara fungsi sinus yang dinyatakan dalam rumus sinus jumlah dan selisih dua sudut
- Membedakan rumus sinus jumlah dan selisih dua sudut untuk menentukan nilai sinus jumlah dua sudut tertentu
- Menggunakan rumus sinus jumlah dua sudut untuk menentukan nilai sinus jumlah dua sudut tertentu
- Menggunakan rumus sinus selisih dua sudut untuk menentukan nilai sinus selisih dua sudut tertentu.

E. Pendekatan, Model, dan Metode Pembelajaran :

1. Pendekatan Pembelajaran : *Scientific*

2. Model Pembelajaran : *Blended Learning berbasis Discovery Learning*

3. Metode Pembelajaran : Pengamatan, Tanya Jawab, dan Penugasan

F. Media dan Alat/Bahan Pembelajaran :

1. Media :

- Video pembelajaran

- LKPD
- Zoom
- Google Classroom (GC)
- WhatsApp Messenger (WA)

2. Alat/Bahan :

- Smartphone
- Laptop
- Internet

G. Sumber Belajar :

1. Priatna, Nanang dan Tito Sukamto. 2016. *Buku Siswa Aktif dan Kreatif Matematika Peminatan Kelas XI*. Bandung : Grafindo Media Pratama.
2. Suryonoto, M. Ikhwan dan Sukisno. 2019. *Mandiri (Mengasah Kemampuan Diri) Matematika Kelompok Peminatan Kelas XI*. Jakarta : Penerbit Erlangga.
3. Suprijanto, H. Sigit, dkk. 2016. *Matematika 2 Untuk SMA Kelas XI IPA*. Jakarta : Yudhistira.
4. Ari, Y. Rosihan dan Indriyastuti. 2016. *Perspektif Matematika 2 Untuk Kelas XI.SOLO* : Platinum.
5. Kurnia, Novianto, dkk. 2017. *Jelajah Matematika SMA Kelas XI Peminatan MIPA*. Jakarta : Yudhistira.
6. Bimbingan Belajar Ganesha Operation. 2020. *Revolusi Belajar Koding (Konsep Dasar dan The King) XI IPA Peminatan*. Bandung : Ganesha Operation.

H. Langkah-langkah Pembelajaran :

Kegiatan	Deskripsi Kegiatan	Jenis Kegiatan	Alokasi Waktu
Pendahuluan			
Komunikasi	1. Guru memberikan link untuk Zoom kepada siswa	Offline (WA)	15 menit
	2. Siswa dicek kehadiran dengan melakukan presensi oleh guru	Offline (GC)	
	3. Melalui aplikasi Zoom , guru mengucapkan salam, menanyakan keadaan siswa, dan menyampaikan pentingnya untuk tetap di rumah di masa pandemi covid-19	Online (Zoom)	
	4. Guru meminta siswa yang paling awal joint pada Zoom untuk memimpin doa		
Apersepsi	5. Siswa bersama guru melakukan review pada pembelajaran sebelumnya		
	6. Guru menyampaikan tujuan pembelajaran		
Motivasi	7. Siswa bersama guru menyanyikan lagu		

	<p>Indonesia Raya dan mendengarkan penjelasan guru tentang pentingnya menanamkan rasa Nasionalisme</p> <p>8. Siswa menyimak gambaran tentang pentingnya memahami rumus dan nilai sinus jumlah dua sudut dalam kehidupan sehari-hari.</p> <p><i>“Tahukah kamu bahwa untuk mengantisipasi segala keadaan darurat yang mengancam meutuhan negara kita, prajurit TNI khususnya pasukan khusus seperti Kopassus selalu melakukan latihan setiap hari. Salah satu latihan yang mereka lakukan adalah latihan menenmbak dengan peluncur roket anti tank. Latihan tersebut juga digunakan untuk mengetahui sudut serang yang paling optimal dari peluncur agar mampu melontarkan projektil sejauh mungkin. Dengan mempelajari trigonometri kita bisa menghitung berapa sudut ideal dari peluncur roket anti tank yang dapat melontarkan projektil sejauh mungkin”.</i></p>		
Kegiatan Inti			
Fase 1 Stimulation (Pemberian Rangsangan)	9. Siswa mengamati video pembelajaran terkait pengenalan rumus sinus jumlah dan selisih dua sudut (mengamati)	Online (Zoom)	65 menit
	10. Siswa mengamati video pembelajaran terkait penggunaan rumus sinus jumlah dan selisih dua sudut (mengamati)		
	11. Siswa secara aktif bertanya terkait hal-hal yang belum dipahami dalam video pembelajaran (mengkomunikasikan)		
Fase 2 Statement (Identifikasi Masalah)	12. Siswa mengamati permasalahan baru di LKPD yang dikirimkan oleh guru melalui Google Classroom (mengamati)	Offline (Guru memantau melalui GC)	
	13. Siswa diarahkan untuk menemukan rumus sinus jumlah dan selisih dua sudut dengan menggunakan luas segitiga sebarang berdasarkan pemberian informasi oleh guru pada LKPD dengan sikap kemandirian agar mampu membedakan rumus sinus jumlah dan selisih dua sudut		
	14. Siswa diarahkan oleh guru untuk membuat tugas dengan menentukan nilai sinus jumlah dan selisih dua sudut berdasarkan pemberian informasi oleh		

	guru pada LKPD .		
	15. Siswa mengidentifikasi rumus dan nilai sinus jumlah dan selisih dua sudut (menalar)		
Fase 3 Data Collection (Pengumpulan Data)	16. Siswa mencoba untuk memecahkan masalah berdasarkan video pembelajaran yang diberikan guru, LKPD , dan buku siswa (mencoba dan mengumpulkan informasi)		
	17. Siswa bersama - sama dengan guru membuat kalimat tanya yang tepat berdasarkan rumus dari video pembelajaran		
Fase 4 Data Processing (Pengolahan Data)	18. Siswa secara aktif menganalisis permasalahan pada LKPD dan menanyakan hal-hal yang belum dipahami kepada guru melalui Google Classroom (mengeksplorasi dan menanya)		
Fase 5 Verification (Pembuktian)	19. Siswa mempersilahkan dua orang siswa untuk melakukan presentase terkait pemecahan masalah pada LKPD nya (mengkomunikasikan)	Online (Zoom)	
	20. Siswa dipersilahkan untuk menanggapi hasil presentase temannya (menanya)		
	21. Siswa menyimak penguatan guru dan tanggapan guru untuk meluruskan kembali pemahaman yang kurang tepat		
	22. Guru memberikan penugasan, dikerjakan oleh individu secara jujur , kemudian siswa mengirimkan jawaban test evaluasinya kepada guru melalui Google Classroom dalam bentuk foto	Offline (GC)	
Fase 6 Generalization (Menarik Kesimpulan)	23. Sebelum pelajaran ditutup guru meminta siswa melakukan refleksi kesimpulan kegiatan hari ini Kegiatan refleksi berikut ini : <ul style="list-style-type: none"> • Apa yang telah kamu pelajari hari ini? • Apa yang paling kalian sukai dari pelajaran ini? • Apa yang belum kalian pahami dari pembelajaran hari ini? 	Online (Zoom dan GC)	
	24. Siswa bersama guru menarik kesimpulan terkait materi rumus dan nilai sinus jumlah dan selisih dua sudut		
Penutup	25. Siswa diberikan penilaian pada hasil presentase dan pengerjaan LKPD yang sudah dilakukan dan akan diberikan pada pertemuan berikutnya	Online (Zoom)	10 menit

	26. Guru menginformasikan topik pelajaran yang akan dipelajari dipertemuan berikutnya		
	27. Guru menutup pelajaran dan berdoa serta memberikan salam penutup.		

I. Teknik dan Instrumen Penilaian :

1. Teknik Penilaian

- a. Sikap
 - Penilaian Observasi
- b. Pengetahuan
 - Tes Tertulis
- c. Keterampilan
 - Unjuk Kerja

2. Prosedur Penilaian

No.	Aspek yang Dinilai	Teknik Penilaian	Waktu Penilaian
1.	Sikap a. Rasa ingin tahu b. Teliti c. Tanggungjawab	Observasi / Pengamatan	Selama proses pembelajaran
2.	Pengetahuan	Penugasan	Penyelesaian individu
3.	Keterampilan	Unjuk Kerja	Saat proses pembelajaran / mempresentasikan hasil pengerjaan LKPD

Mengetahui,
Kepala Sekolah

Tebing Tinggi, 24 September 2020

Guru Mata Pelajaran

SAHAT PERANGINANGIN, S.Pd
NIP.

AMELISA ARIANTHY, S.Pd
NIP.

RENCANA PELAKSANAAN PEMBELAJARAN (RPP)

Satuan Pendidikan : SMA Swasta Ir. H. Djuanda
Mata Pelajaran : Matematika (Peminatan)
Kelas /Semester : XI/Ganjil
Materi Pokok : Rumus Jumlah dan Selisih Sinus dan Cosinus
Tahun Pelajaran : 2020/2021
Pertemuan ke- : 2 (dua)
Alokasi Waktu : 2 x 45 menit

A. Kompetensi Inti :

- KI – 1 :** Menghayati dan mengamalkan ajaran agama yang dianutnya
- KI – 2 :** Menghayati dan mengamalkan perilaku jujur, disiplin, tanggung jawab, peduli (gotong royong, kerjasama, toleran damai), santun, responsive dan pro-aktif dan menunjukkan sikap sebagai bagian dari solusi atas berbagai permasalahan dalam berintegrasi secara efektif dengan lingkungan social dan alam serta dalam menempatkan diri sebagai cerminan bangsa dalam pergaulan dunia
- KI – 3 :** Memahami, menerapkan, dan menganalisis pengetahuan faktual, konseptual, prosedural berdasarkan rasa ingin tahunya tentang ilmu pengetahuan, teknologi, seni, budaya, dan humaniora dengan wawasan kemanusiaan, kebangsaan, kenegaraan, dan peradaban terkait penyebab fenomena dan kejadian, serta menerapkan pengetahuan prosedural pada bidang kajian yang spesifik sesuai dengan bakat dan minatnya untuk memecahkan masalah
- KI – 4 :** Mengolah, menalar, dan menyaji dalam ranah konkret dan ranah abstrak terkait dengan pengembangan dari yang dipelajarinya di sekolah secara mandiri, dan mampu menggunakan metoda sesuai kaidah keilmuan.

B. Kompetensi Dasar dan Indikator Pencapaian Kompetensi (IPK) :

Kompetensi Dasar (KD)	Indikator Pencapaian Kompetensi (IPK)
3.2. Membedakan penggunaan jumlah dan selisih sinus dan cosinus	3.2.1 Memahami konsep cosinus jumlah dua sudut
	3.2.2 Memahami konsep cosinus selisih dua sudut
	3.2.3 Memahami hubungan antara fungsi cosinus yang dinyatakan dalam rumus cosinus jumlah dan selisih dua sudut
	3.2.4 Membedakan rumus cosinus jumlah dan selisih dua sudut untuk menentukan nilai cosinus jumlah dua sudut tertentu
	3.2.5 Menggunakan rumus cosinus jumlah dua sudut untuk menentukan nilai cosinus jumlah dua sudut tertentu
	3.2.6 Menggunakan rumus cosinus selisih dua sudut untuk menentukan nilai cosinus selisih dua

	sudut tertentu
4.2 Menyelesaikan masalah yang berkaitan dengan rumus jumlah dan selisih sinus dan cosinus	4.2.1 Menyelesaikan masalah yang berkaitan dengan konsep cosinus jumlah dua sudut
	4.2.2 Menyelesaikan masalah yang berkaitan dengan konsep cosinus selisih dua sudut
	4.2.3 Menyelesaikan masalah yang berkaitan dengan memahami hubungan antara fungsi cosinus yang dinyatakan dalam rumus cosinus jumlah dan selisih dua sudut
	4.2.4 Menyelesaikan masalah yang berkaitan dengan membedakan rumus cosinus jumlah dan selisih dua sudut untuk menentukan nilai cosinus jumlah dua sudut tertentu
	4.2.5 Menyelesaikan masalah yang berkaitan dengan rumus cosinus jumlah dua sudut untuk menentukan nilai cosinus jumlah dua sudut tertentu
	4.2.6 Menyelesaikan masalah yang berkaitan dengan rumus cosinus selisih dua sudut untuk menentukan nilai cosinus selisih dua sudut tertentu

C. Tujuan Pembelajaran :

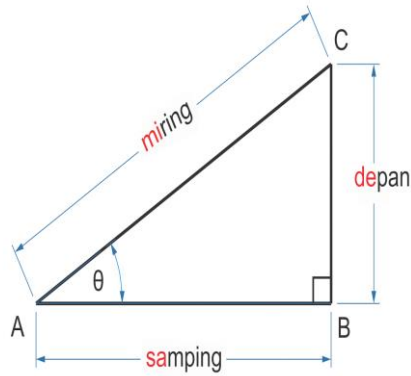
1. Melalui tanya jawab, siswa secara aktif mampu memahami konsep cosinus jumlah dua sudut
2. Melalui tanya jawab, siswa secara aktif mampu memahami konsep cosinus selisih dua sudut
3. Melalui kegiatan pengamatan video pembelajaran berbantuan pengerjaan LKPD, siswa secara teliti mampu memahami hubungan antara fungsi cosinus yang dinyatakan dalam rumus cosinus jumlah dan selisih dua sudut
4. Melalui kegiatan pengamatan video pembelajaran berbantuan pengerjaan LKPD, siswa secara teliti mampu membedakan hubungan antara fungsi cosinus yang dinyatakan dalam rumus cosinus jumlah dan selisih dua sudut
5. Melalui kegiatan pengamatan video pembelajaran berbantuan pengerjaan LKPD, siswa secara teliti mampu menggunakan rumus cosinus jumlah dua sudut untuk menentukan nilai cosinus jumlah dua sudut tertentu
6. Melalui kegiatan pengamatan video pembelajaran berbantuan pengerjaan LKPD, siswa secara teliti mampu menggunakan rumus cosinus selisih dua sudut untuk menentukan nilai cosinus selisih dua sudut tertentu.

D. Materi Pembelajaran :

Rumus Jumlah dan Selisih Sinus dan Cosinus

1. Faktual:

Perbandingan trigonometri, luas segitiga sebarang



$$\sin \alpha = \frac{BC}{AC} = \frac{\text{depan}}{\text{miring}} \quad (\text{dikenal sebagai "sin-de-mi"})$$

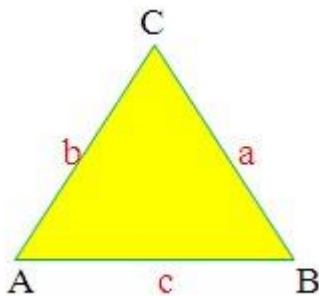
$$\cos \alpha = \frac{AB}{AC} = \frac{\text{sa-mping}}{\text{mi-ring}} \quad (\text{dikenal sebagai "cos-sa-mi"})$$

$$\tan \alpha = \frac{BC}{AB} = \frac{\text{depan}}{\text{sa-mping}} \quad (\text{dikenal sebagai "tan-de-sa"})$$

$$\csc \alpha = \frac{1}{\sin \alpha} = \frac{1}{BC/AC} = \frac{AC}{BC}$$

$$\sec \alpha = \frac{1}{\cos \alpha} = \frac{1}{AB/AC} = \frac{AC}{AB}$$

$$\cot \alpha = \frac{1}{\tan \alpha} = \frac{1}{BC/AB} = \frac{AB}{BC}$$



$$L = \frac{1}{2}bc \sin A$$

$$L = \frac{1}{2}ac \sin B$$

$$L = \frac{1}{2}ab \sin C$$

2. Konseptual :

Rumus cosinus jumlah dan selisih dua sudut

$$\cos(A + B) = \cos A \cdot \cos B - \sin A \cdot \sin B$$

$$\cos(A - B) = \cos A \cdot \cos B + \sin A \cdot \sin B$$

3. Prosedural :

- Memahami konsep rumus cosinus jumlah dua sudut
- Memahami konsep rumus cosinus selisih dua sudut
- Memahami hubungan antara fungsi cosinus yang dinyatakan dalam rumus cosinus jumlah dan selisih dua sudut
- Membedakan rumus cosinus jumlah dan selisih dua sudut untuk menentukan nilai cosinus jumlah dua sudut tertentu
- Menggunakan rumus cosinus jumlah dua sudut untuk menentukan nilai cosinus jumlah dua sudut tertentu
- Menggunakan rumus cosinus selisih dua sudut untuk menentukan nilai cosinus selisih dua sudut tertentu.

E. Pendekatan, Model, dan Metode Pembelajaran :

- Pendekatan Pembelajaran** : Scientific
- Model Pembelajaran** : Blended Learning berbasis Discovery Learning
- Metode Pembelajaran** : Pengamatan, Tanya Jawab, dan Penugasan

F. Media dan Alat/Bahan Pembelajaran :

- Media** :
 - Video pembelajaran

- LKPD
- Zoom
- Google Classroom (GC)
- WhatsApp Messenger (WA)

2. Alat/Bahan :

- Smartphone
- Laptop
- Internet

G. Sumber Belajar :

1. Priatna, Nanang dan Tito Sukamto. 2016. Buku Siswa Aktif dan Kreatif Matematika Peminatan Kelas XI. Bandung : Grafindo Media Pratama.
2. Suryonoto, M. Ikhwan dan Sukisno. 2019. Mandiri (Mengasah Kemampuan Diri) Matematika Kelompok Peminatan Kelas XI. Jakarta : Penerbit Erlangga.
3. Suprijanto, H. Sigit, dkk. 2016. *Matematika 2 Untuk SMA Kelas XI IPA*. Jakarta : Yudhistira.
4. Ari, Y. Rosihan dan Indriyastuti. 2016. *Perspektif Matematika 2 Untuk Kelas XI.SOLO* : Platinum.
5. Kurnia, Novianto, dkk. 2017. *Jelajah Matematika SMA Kelas XI Peminatan MIPA*. Jakarta : Yudhistira.
6. Bimbingan Belajar Ganesha Operation. 2020. *Revolusi Belajar Koding (Konsep Dasar dan The King) XI IPA Peminatan*. Bandung : Ganesha Operation.

H. Langkah-langkah Pembelajaran :

Kegiatan	Deskripsi Kegiatan	Jenis Kegiatan	Alokasi Waktu
Pendahuluan			
Komunikasi	1. Guru memberikan link untuk Zoom kepada siswa	Offline (WA)	15 menit
	2. Siswa dicek kehadiran dengan melakukan presensi oleh guru	Offline (GC)	
	3. Siswa diberikan penilaian pada hasil presentase dan pengerjaan LKPD yang sudah dilakukan sebelumnya		
	4. Melalui aplikasi Zoom , guru mengucapkan salam, menanyakan keadaan siswa, dan menyampaikan pentingnya untuk tetap di rumah di masa pandemi covid-19	Online (Zoom)	
	5. Guru meminta siswa yang paling awal joint pada Zoom untuk memimpin doa		
Apersepsi	6. Siswa bersama guru melakukan review pada pembelajaran sebelumnya		

	7. Guru menyampaikan tujuan pembelajaran			
Motivasi	8. Siswa bersama guru menyanyikan lagu Indonesia Raya dan mendengarkan penjelasan guru tentang pentingnya menanamkan rasa Nasionalisme			
	9. Siswa menyimak gambaran tentang pentingnya memahami rumus dan nilai cosinus jumlah dan selisih dua sudut dalam kehidupan sehari-hari seperti pada pertemuan sebelumnya.			
Kegiatan Inti				
Fase 1 Stimulation (Pemberian Rangsangan)	10. Siswa mengamati video pembelajaran terkait pengenalan rumus cosinus jumlah dan selisih dua sudut (mengamati)	Online (Zoom)	65 menit	
	11. Siswa mengamati video pembelajaran terkait penggunaan rumus cosinus jumlah dan selisih dua sudut (mengamati)			
	12. Siswa secara aktif bertanya terkait hal-hal yang belum dipahami dalam video pembelajaran (mengkomunikasikan)			
Fase 2 Statement (Identifikasi Masalah)	13. Siswa mengamati permasalahan baru di LKPD yang dikirimkan oleh guru melalui Google Classroom (mengamati)	Offline (Guru memantau melalui GC)		
	14. Siswa diarahkan untuk menemukan rumus cosinus jumlah dan selisih dua sudut dengan menggunakan luas segitiga sebarang berdasarkan pemberian informasi oleh guru pada LKPD dengan sikap kemandirian agar mampu membedakan rumus cosinus jumlah dan selisih dua sudut			
	15. Siswa diarahkan oleh guru untuk membuat tugas dengan menentukan nilai cosinus jumlah dan selisih dua sudut berdasarkan pemberian informasi oleh guru pada LKPD .			
Fase 3 Data Collection (Pengumpulan Data)	16. Siswa mengidentifikasi rumus dan nilai cosinus jumlah dan selisih dua sudut (menalar)			
	17. Siswa mencoba untuk memecahkan masalah berdasarkan video pembelajaran yang diberikan guru, LKPD , dan buku siswa (mencoba dan mengumpulkan informasi)			
	18. Siswa bersama - sama dengan guru membuat kalimat tanya yang tepat berdasarkan rumus dari video pembelajaran			

<p>Fase 4 Data Processing (Pengolahan Data)</p>	<p>19. Siswa secara aktif menganalisis permasalahan pada LKPD dan menanyakan hal-hal yang belum dipahami kepada guru melalui Google Classroom (mengeksplorasi dan menanya)</p>		
<p>Fase 5 Verification (Pembuktian)</p>	<p>20. Siswa mempersilahkan dua orang siswa untuk melakukan presentase terkait pemecahan masalah pada LKPD nya (mengkomunikasikan)</p>	<p>Online (Zoom)</p>	
<p>21. Siswa dipersilahkan untuk menanggapi hasil presentase temannya (menanya)</p>	<p>22. Siswa menyimak penguatan guru dan tanggapan guru untuk meluruskan kembali pemahaman yang kurang tepat</p>		
<p>23. Guru memberikan penugasan, dikerjakan oleh individu secara jujur, kemudian siswa mengirimkan jawaban test evaluasinya kepada guru melalui Google Classroom dalam bentuk foto</p>	<p>Offline (GC)</p>		
<p>Fase 6 Generalization (Menarik Kesimpulan)</p>	<p>24. Sebelum pelajaran ditutup guru meminta siswa melakukan refleksi kesimpulan kegiatan hari ini Kegiatan refleksi berikut ini :</p> <ul style="list-style-type: none"> • Apa yang telah kamu pelajari hari ini? • Apa yang paling kalian sukai dari pelajaran ini? • Apa yang belum kalian pahami dari pembelajaran hari ini? 	<p>Online (Zoom dan GC)</p>	
<p>25. Siswa bersama guru menarik kesimpulan terkait materi rumus dan nilai cosinus jumlah dan selisih dua sudut</p>	<p>Penutup</p>		
<p>26. Siswa diberikan penilaian pada hasil presentase dan pengerjaan LKPD yang sudah dilakukan dan akan diberikan pada pertemuan berikutnya</p>	<p>27. Guru menginformasikan topik pelajaran yang akan dipelajari dipertemuan berikutnya</p>		
<p>28. Guru menutup pelajaran dan berdoa serta memberikan salam penutup.</p>			

I. Teknik dan Instrumen Penilaian :

1. Teknik Penilaian

- a. Sikap
 - Penilaian Observasi
- b. Pengetahuan
 - Tes Tertulis
- c. Keterampilan

- Unjuk Kerja

2. Prosedur Penilaian

No.	Aspek yang Dinilai	Teknik Penilaian	Waktu Penilaian
1.	Sikap a. Rasa ingin tahu b. Teliti c. Tanggungjawab	Observasi / Pengamatan	Selama proses pembelajaran
2.	Pengetahuan	Penugasan	Penyelesaian individu
3.	Keterampilan	Unjuk Kerja	Saat proses pembelajaran / mempresentasikan hasil pengerjaan LKPD

Mengetahui,
Kepala Sekolah

SAHAT PERANGINANGIN, S.Pd
NIP.

Tebing Tinggi, 24 September 2020

Guru Mata Pelajaran

AMELISA ARIANTHY, S.Pd
NIP.

RENCANA PELAKSANAAN PEMBELAJARAN (RPP)

Satuan Pendidikan : SMA Swasta Ir. H. Djuanda
Mata Pelajaran : Matematika (Peminatan)
Kelas /Semester : XI/Ganjil
Materi Pokok : Rumus Jumlah dan Selisih Sinus dan Cosinus
Tahun Pelajaran : 2020/2021
Pertemuan ke- : 3 (tiga)
Alokasi Waktu : 2 x 45 menit

A. Kompetensi Inti :

- KI – 1 :** Menghayati dan mengamalkan ajaran agama yang dianutnya
- KI – 2 :** Menghayati dan mengamalkan perilaku jujur, disiplin, tanggung jawab, peduli (gotong royong, kerjasama, toleran damai), santun, responsive dan pro-aktif dan menunjukkan sikap sebagai bagian dari solusi atas berbagai permasalahan dalam berinteraksi secara efektif dengan lingkungan social dan alam serta dalam menempatkan diri sebagai cerminan bangsa dalam pergaulan dunia
- KI – 3 :** Memahami, menerapkan, dan menganalisis pengetahuan faktual, konseptual, prosedural berdasarkan rasa ingintahunya tentang ilmu pengetahuan, teknologi, seni, budaya, dan humaniora dengan wawasan kemanusiaan, kebangsaan, kenegaraan, dan peradaban terkait penyebab fenomena dan kejadian, serta menerapkan pengetahuan prosedural pada bidang kajian yang spesifik sesuai dengan bakat dan minatnya untuk memecahkan masalah
- KI – 4 :** Mengolah, menalar, dan menyaji dalam ranah konkret dan ranah abstrak terkait dengan pengembangan dari yang dipelajarinya di sekolah secara mandiri, dan mampu menggunakan metoda sesuai kaidah keilmuan.

B. Kompetensi Dasar dan Indikator Pencapaian Kompetensi (IPK) :

Kompetensi Dasar (KD)	Indikator Pencapaian Kompetensi (IPK)
3.2. Membedakan penggunaan jumlah dan selisih sinus dan cosinus	3.2.1 Memahami konsep tangen jumlah dua sudut
	3.2.2 Memahami konsep tangen selisih dua sudut
	3.2.3 Memahami hubungan antara fungsi tangen yang dinyatakan dalam rumus tangen jumlah dan selisih dua sudut
	3.2.4 Membedakan rumus tangen jumlah dan selisih dua sudut untuk menentukan nilai tangen jumlah dua sudut tertentu
	3.2.5 Menggunakan rumus tangen jumlah dua sudut untuk menentukan nilai tangen jumlah dua sudut tertentu
	3.2.6 Menggunakan rumus tangen selisih dua sudut untuk menentukan nilai tangen selisih dua sudut

	tertentu
4.2 Menyelesaikan masalah yang berkaitan dengan rumus jumlah dan selisih sinus dan cosinus	4.2.1 Menyelesaikan masalah yang berkaitan dengan konsep tangen jumlah dua sudut
	4.2.2 Menyelesaikan masalah yang berkaitan dengan konsep tangen selisih dua sudut
	4.2.3 Menyelesaikan masalah yang berkaitan dengan memahami hubungan antara fungsi tangen yang dinyatakan dalam rumus tangen jumlah dan selisih dua sudut
	4.2.4 Menyelesaikan masalah yang berkaitan dengan membedakan rumus tangen jumlah dan selisih dua sudut untuk menentukan nilai tangen jumlah dua sudut tertentu
	4.2.5 Menyelesaikan masalah yang berkaitan dengan rumus tangen jumlah dua sudut untuk menentukan nilai tangen jumlah dua sudut tertentu
	4.2.6 Menyelesaikan masalah yang berkaitan dengan rumus tangen selisih dua sudut untuk menentukan nilai tangen selisih dua sudut tertentu

C. Tujuan Pembelajaran :

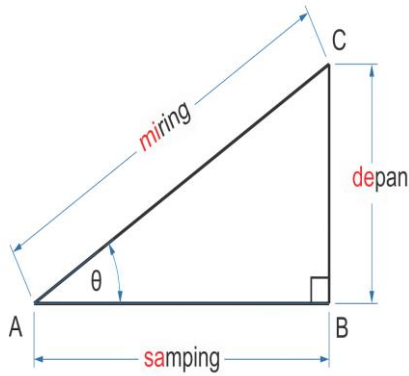
1. Melalui tanya jawab, siswa secara aktif mampu memahami konsep tangen jumlah dua sudut
2. Melalui tanya jawab, siswa secara aktif mampu memahami konsep tangen selisih dua sudut
3. Melalui kegiatan pengamatan video pembelajaran berbantuan pengerjaan LKPD, siswa secara teliti mampu memahami hubungan antara fungsi tangen yang dinyatakan dalam rumus tangen jumlah dan selisih dua sudut
4. Melalui kegiatan pengamatan video pembelajaran berbantuan pengerjaan LKPD, siswa secara teliti mampu membedakan hubungan antara fungsi tangen yang dinyatakan dalam rumus tangen jumlah dan selisih dua sudut
5. Melalui kegiatan pengamatan video pembelajaran berbantuan pengerjaan LKPD, siswa secara teliti mampu menggunakan rumus tangen jumlah dua sudut untuk menentukan nilai tangen jumlah dua sudut tertentu
6. Melalui kegiatan pengamatan video pembelajaran berbantuan pengerjaan LKPD, siswa secara teliti mampu menggunakan rumus tangen selisih dua sudut untuk menentukan nilai tangen selisih dua sudut tertentu.

D. Materi Pembelajaran :

Rumus Jumlah dan Selisih Sinus dan Cosinus

1. Faktual:

Perbandingan trigonometri, luas segitiga sebarang



$$\sin \alpha = \frac{BC}{AC} = \frac{\text{depan}}{\text{miring}} \quad (\text{dikenal sebagai "sin-de-mi"})$$

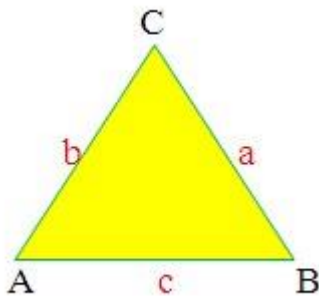
$$\cos \alpha = \frac{AB}{AC} = \frac{\text{sa-mping}}{\text{mi-ring}} \quad (\text{dikenal sebagai "cos-sa-mi"})$$

$$\tan \alpha = \frac{BC}{AB} = \frac{\text{depan}}{\text{sa-mping}} \quad (\text{dikenal sebagai "tan-de-sa"})$$

$$\csc \alpha = \frac{1}{\sin \alpha} = \frac{1}{BC/AC} = \frac{AC}{BC}$$

$$\sec \alpha = \frac{1}{\cos \alpha} = \frac{1}{AB/AC} = \frac{AC}{AB}$$

$$\cot \alpha = \frac{1}{\tan \alpha} = \frac{1}{BC/AB} = \frac{AB}{BC}$$



$$L = \frac{1}{2}bc \sin A$$

$$L = \frac{1}{2}ac \sin B$$

$$L = \frac{1}{2}ab \sin C$$

2. Konseptual :

Rumus tangen jumlah dua sudut

$$\tan(A + B) = \frac{\tan A + \tan B}{1 - \tan A \cdot \tan B}$$

$$\tan(A - B) = \frac{\tan A - \tan B}{1 + \tan A \cdot \tan B}$$

3. Prosedural :

- Memahami konsep rumus tangen jumlah dua sudut
- Memahami konsep rumus tangen selisih dua sudut
- Memahami hubungan antara fungsi tangen yang dinyatakan dalam rumus tangen jumlah dan selisih dua sudut
- Membedakan rumus tangen jumlah dan selisih dua sudut untuk menentukan nilai tangen jumlah dua sudut tertentu
- Menggunakan rumus tangen jumlah dua sudut untuk menentukan nilai tangen jumlah dua sudut tertentu
- Menggunakan rumus tangen selisih dua sudut untuk menentukan nilai tangen selisih dua sudut tertentu.

E. Pendekatan, Model, dan Metode Pembelajaran :

- Pendekatan Pembelajaran** : Scientific
- Model Pembelajaran** : Blended Learning berbasis Discovery Learning
- Metode Pembelajaran** : Pengamatan, Tanya Jawab, dan Penugasan

F. Media dan Alat/Bahan Pembelajaran :

1. Media :

- Video pembelajaran
- LKPD
- Zoom
- Google Classroom (GC)
- WhatsApp Messenger (WA)

2. Alat/Bahan :

- Smartphone
- Laptop
- Internet

G. Sumber Belajar :

1. Priatna, Nanang dan Tito Sukamto. 2016. Buku Siswa Aktif dan Kreatif Matematika Peminatan Kelas XI. Bandung : Grafindo Media Pratama.
2. Suryonoto, M. Ikhwan dan Sukisno. 2019. Mandiri (Mengasah Kemampuan Diri) Matematika Kelompok Peminatan Kelas XI. Jakarta : Penerbit Erlangga.
3. Suprijanto, H. Sigit, dkk. 2016. *Matematika 2 Untuk SMA Kelas XI IPA*. Jakarta : Yudhistira.
4. Ari, Y. Rosihan dan Indriyastuti. 2016. *Perspektif Matematika 2 Untuk Kelas XI.SOLO* : Platinum.
5. Kurnia, Novianto, dkk. 2017. *Jelajah Matematika SMA Kelas XI Peminatan MIPA*. Jakarta : Yudhistira.
6. Bimbingan Belajar Ganesha Operation. 2020. *Revolusi Belajar Koding (Konsep Dasar dan The King) XI IPA Peminatan*. Bandung : Ganesha Operation.

H. Langkah-langkah Pembelajaran :

Kegiatan	Deskripsi Kegiatan	Jenis Kegiatan	Alokasi Waktu
Pendahuluan			
Komunikasi	1. Guru memberikan link untuk Zoom kepada siswa	Offline (WA)	15 menit
	2. Siswa dicek kehadiran dengan melakukan presensi oleh guru	Offline (GC)	
	3. Siswa diberikan penilaian pada hasil presentase dan pengerjaan LKPD yang sudah dilakukan sebelumnya		
	4. Melalui aplikasi Zoom , guru mengucapkan salam, menanyakan keadaan siswa, dan menyampaikan pentingnya untuk tetap di rumah di masa pandemi covid-19	Online (Zoom)	
	5. Guru meminta siswa yang paling awal		

	joint pada Zoom untuk memimpin doa		
Apersepsi	6. Siswa bersama guru melakukan review pada pembelajaran sebelumnya		
	7. Guru menyampaikan tujuan pembelajaran		
Motivasi	8. Siswa bersama guru menyanyikan lagu Indonesia Raya dan mendengarkan penjelasan guru tentang pentingnya menanamkan rasa Nasionalisme		
	9. Siswa menyimak gambaran tentang pentingnya memahami rumus dan nilai cosinus jumlah dua sudut dalam kehidupan sehari-hari berdasarkan pembelajaran sebelumnya		
Kegiatan Inti			
Fase 1 Stimulation (Pemberian Rangsangan)	10. Siswa mengamati video pembelajaran terkait pengenalan rumus tangen jumlah dan selisih dua sudut (mengamati)	Online (Zoom)	65 menit
	11. Siswa mengamati video pembelajaran terkait penggunaan rumus tangen jumlah dan selisih dua sudut (mengamati)		
	12. Siswa secara aktif bertanya terkait hal-hal yang belum dipahami dalam video pembelajaran (mengkomunikasikan)		
Fase 2 Statement (Identifikasi Masalah)	13. Siswa mengamati permasalahan baru di LKPD yang dikirimkan oleh guru melalui Google Classroom (mengamati)	Offline (Guru memantau melalui GC)	
	14. Siswa diarahkan untuk menemukan rumus tangen jumlah dan selisih dua sudut dengan menggunakan luas segitiga sebarang berdasarkan pemberian informasi oleh guru pada LKPD dengan sikap kemandirian agar mampu membedakan rumus tangen jumlah dan selisih dua sudut		
	15. Siswa diarahkan oleh guru untuk membuat tugas dengan menentukan nilai tangen jumlah dan selisih dua sudut berdasarkan pemberian informasi oleh guru pada LKPD .		
Fase 3 Data Collection (Pengumpulan Data)	16. Siswa mengidentifikasi rumus dan nilai tangen jumlah dan selisih dua sudut (menalar)		
	17. Siswa mencoba untuk memecahkan masalah berdasarkan video pembelajaran yang diberikan guru, LKPD , dan buku siswa (mencoba dan mengumpulkan informasi)		

	18. Siswa bersama - sama dengan guru membuat kalimat tanya yang tepat berdasarkan rumus dari video pembelajaran		
Fase 4 Data Processing (Pengolahan Data)	19. Siswa secara aktif menganalisis permasalahan pada LKPD dan menanyakan hal-hal yang belum dipahami kepada guru melalui Google Classroom (mengeksplorasi dan menanya)		
Fase 5 Verification (Pembuktian)	20. Siswa mempersilahkan dua orang siswa untuk melakukan presentase terkait pemecahan masalah pada LKPD nya (mengkomunikasikan)	Online (Zoom)	
	21. Siswa dipersilahkan untuk menanggapi hasil presentase temannya (menanya)		
	22. Siswa menyimak penguatan guru dan tanggapan guru untuk meluruskan kembali pemahaman yang kurang tepat		
	23. Guru memberikan penugasan, dikerjakan oleh individu secara jujur, kemudian siswa mengirimkan jawaban test evaluasinya kepada guru melalui Google Classroom dalam bentuk foto	Offline (GC)	
Fase 6 Generalization (Menarik Kesimpulan)	24. Sebelum pelajaran ditutup guru meminta siswa melakukan refleksi kesimpulan kegiatan hari ini Kegiatan refleksi berikut ini : <ul style="list-style-type: none"> • Apa yang telah kamu pelajari hari ini? • Apa yang paling kalian sukai dari pelajaran ini? • Apa yang belum kalian pahami dari pembelajaran hari ini? 	Online (Zoom dan GC)	
	25. Siswa bersama guru menarik kesimpulan terkait materi rumus dan nilai tangen jumlah dan selisih dua sudut		
Penutup	26. Siswa diberikan penilaian pada hasil presentase dan pengerjaan LKPD yang sudah dilakukan dan akan diberikan pada pertemuan berikutnya	Online (Zoom)	10 menit
	27. Guru menginformasikan topik pelajaran yang akan dipelajari dipertemuan berikutnya		
	28. Guru menutup pelajaran dan berdoa serta memberikan salam penutup.		

I. Teknik dan Instrumen Penilaian :

1. Teknik Penilaian

a. Sikap

- Penilaian Observasi
- b. Pengetahuan
 - Tes Tertulis
- c. Keterampilan
 - Unjuk Kerja

2. Prosedur Penilaian

No.	Aspek yang Dinilai	Teknik Penilaian	Waktu Penilaian
1.	Sikap a. Rasa ingin tahu b. Teliti c. Tanggungjawab	Observasi / Pengamatan	Selama proses pembelajaran
2.	Pengetahuan	Penugasan	Penyelesaian individu
3.	Keterampilan	Unjuk Kerja	Saat proses pembelajaran / mempresentasikan hasil pengerjaan LKPD

Mengetahui,
Kepala Sekolah

SAHAT PERANGINANGIN, S.Pd
NIP.

Tebing Tinggi, 24 September 2020

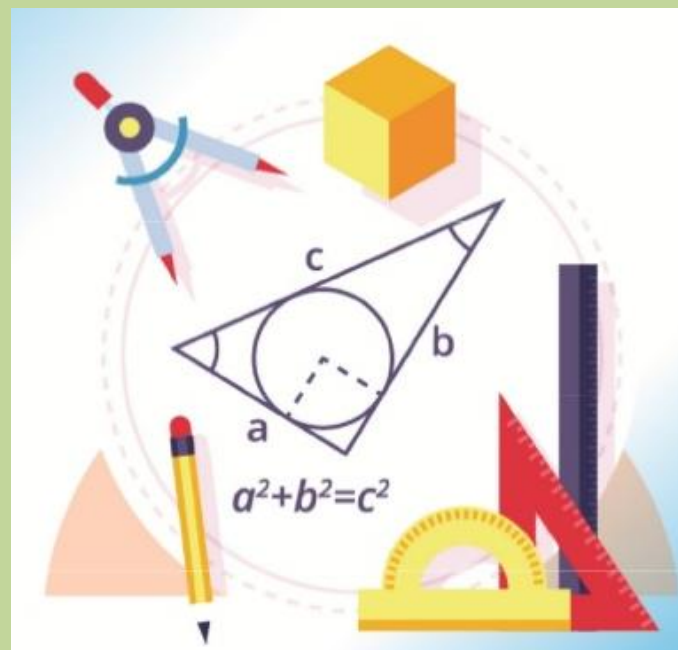
Guru Mata Pelajaran

AMELISA ARIANTHY, S.Pd
NIP.

BAHAN AJAR

AMELISA ARIANTHY, S.Pd
SMA Ir. H. DJUANDA TEBING TINGGI

RUMUS JUMLAH DAN SELISIH SINUS DAN COSINUS



PPGJ DALJAB ANGGKATAN I
UNIVERSITAS NEGERI PADANG
TAHUN 2020



9

RUMUS JUMLAH DAN SELISIH SINUS DAN COSINUS

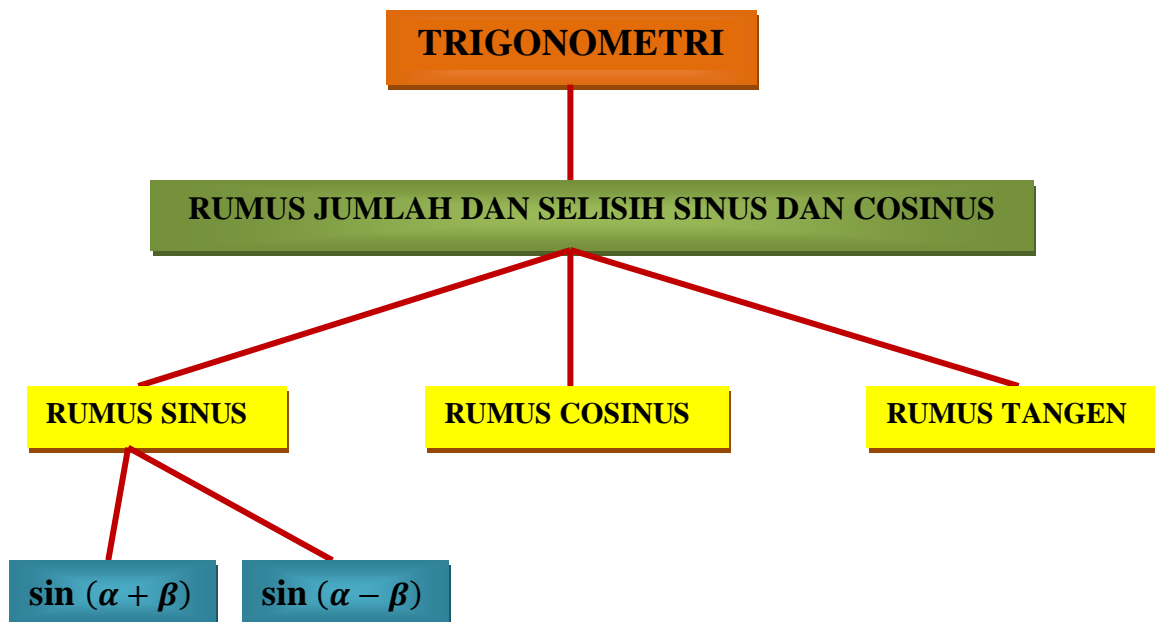
TUJUAN PEMBELAJARAN

Setelah mempelajari materi ini, siswa diharapkan :

7. Melalui tanya jawab, siswa secara aktif mampu memahami konsep sinus jumlah dua sudut
8. Melalui tanya jawab, siswa secara aktif mampu memahami konsep sinus selisih dua sudut
9. Melalui kegiatan pengamatan video pembelajaran berbantuan pengerjaan LKPD, siswa secara teliti mampu memahami hubungan antara fungsi sinus yang dinyatakan dalam rumus sinus jumlah dan selisih dua sudut
10. Melalui kegiatan pengamatan video pembelajaran berbantuan pengerjaan LKPD, siswa secara teliti mampu membedakan hubungan antara fungsi sinus yang dinyatakan dalam rumus sinus jumlah dan selisih dua sudut
11. Melalui kegiatan pengamatan video pembelajaran berbantuan pengerjaan LKPD, siswa secara teliti mampu menggunakan rumus sinus jumlah dua sudut untuk menentukan nilai sinus jumlah dua sudut tertentu
12. Melalui kegiatan pengamatan video pembelajaran berbantuan pengerjaan LKPD, siswa secara teliti mampu menggunakan rumus sinus selisih dua sudut untuk menentukan nilai sinus selisih dua sudut tertentu.

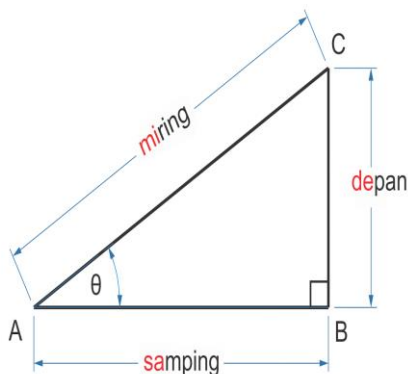
MATERI 1

PETA KONSEP



A. Rumus Trigonometri untuk Jumlah dan Selisih Dua Sudut

Pada pembelajaran sebelumnya, kamu sudah mengetahui bagaimana cara menentukan sinus, cosinus, tangen, cosecan, secan, dan cotangen suatu sudut pada penjelasan materi Rumus Dasar Perhitungan Trigonometri saat kelas X. Berikut penjelasannya kembali, agar kamu senantiasa mengingatkannya.



$$\sin \alpha = \frac{BC}{AC} = \frac{\text{depan}}{\text{miring}} \quad (\text{dikenal sebagai "sin-de-mi"})$$

$$\cos \alpha = \frac{AB}{AC} = \frac{\text{sa-mping}}{\text{miring}} \quad (\text{dikenal sebagai "cos-sa-mi"})$$

$$\tan \alpha = \frac{BC}{AB} = \frac{\text{depan}}{\text{sa-mping}} \quad (\text{dikenal sebagai "tan-de-sa"})$$

$$\csc \alpha = \frac{1}{\sin \alpha} = \frac{1}{BC/AC} = \frac{AC}{BC}$$

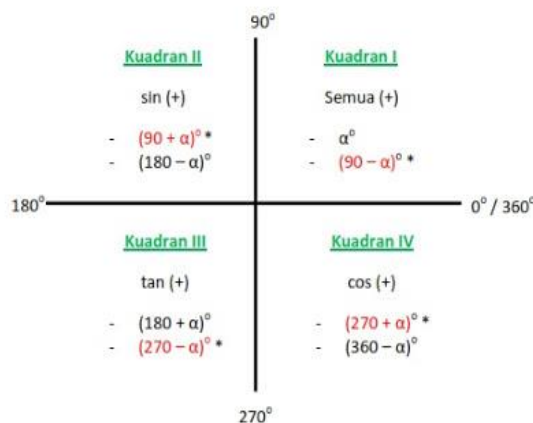
$$\sec \alpha = \frac{1}{\cos \alpha} = \frac{1}{AB/AC} = \frac{AC}{AB}$$

$$\cot \alpha = \frac{1}{\tan \alpha} = \frac{1}{BC/AB} = \frac{AB}{BC}$$

Begitu juga dengan nilai-nilai sudut istimewa, kamu juga sudah mengetahuinya melalui tabel sudut istimewa setelah mempelajari rumus dasar perhitungan trigonometri. Berikut tabel sudut istimewa tersebut.

	0°	30°	45°	60°	90°
sin	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}\sqrt{2}$	$\frac{1}{2}\sqrt{3}$	1
cos	1	$\frac{1}{2}\sqrt{3}$	$\frac{1}{2}\sqrt{2}$	$\frac{1}{2}$	0
tan	0	$\frac{1}{3}\sqrt{3}$	1	$\sqrt{3}$	~

Saat menentukan nilai sinus, cosinus, tangen, cosecan, secan, dan cotangen suatu sudut agar tetap memperhatikan aturan yang berlaku pada Sudut-sudut Berelasi. Berikut penjelasannya.



Jika menggunakan yang ditandai bintang (merah) terjadi perubahan :

SIN → COS

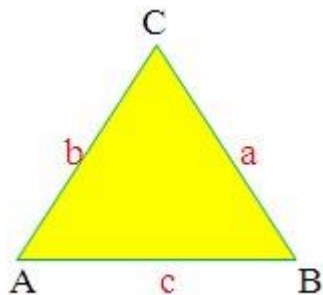
COS → SIN

TAN → COT

Dan tidak lupa pula untuk memperhatikan sudut positif dan sudut negatif nya. Jika diberikan sudut negatif, maka dapat diubah menjadi sudut positif dengan aturan sebagai berikut.

$$\begin{aligned} \sin(-\alpha) &= -\sin \alpha & \operatorname{cosec}(-\alpha) &= -\operatorname{cosec} \alpha \\ \cos(-\alpha) &= \cos \alpha & \operatorname{secan}(-\alpha) &= \operatorname{secan} \alpha \\ \tan(-\alpha) &= -\tan \alpha & \operatorname{cotan}(-\alpha) &= -\operatorname{cotan} \alpha \end{aligned}$$

Dan untuk menemukan rumus jumlah dan selisih sinus dua sudut juga diperlukan rumus Luas Segitiga, sebagai pengantar untuk pengerjaan LKPD kamu berikutnya.



$$\begin{aligned} L &= \frac{1}{2}bc \sin A \\ L &= \frac{1}{2}ac \sin B \\ L &= \frac{1}{2}ab \sin C \end{aligned}$$

Setelah mengetahui semua aturan yang berlaku pada trigonometri, mengetahui nilai sinus, cosinus, dan tangen sudut-sudut istimewa, misalnya $\sin 30^\circ = \frac{1}{2}$ dan $\sin 45^\circ = \frac{1}{2}\sqrt{2}$. Bisakah kamu menghitung nilai $\sin 75^\circ$ yang merupakan penjumlahan dari 30° dan 45° ? Atau $\sin 15^\circ$ yang merupakan pengurangan dari 45° dan 30° ? Ayo, kita temukan formulanya pada sub materi berikut.

1. Rumus $\sin(\alpha + \beta)$

Perhatikan gambar dua sudut yang berhimpit berikut. Misalkan diketahui

$$\angle AOQ = \alpha \text{ dan } \angle QOP = \beta.$$

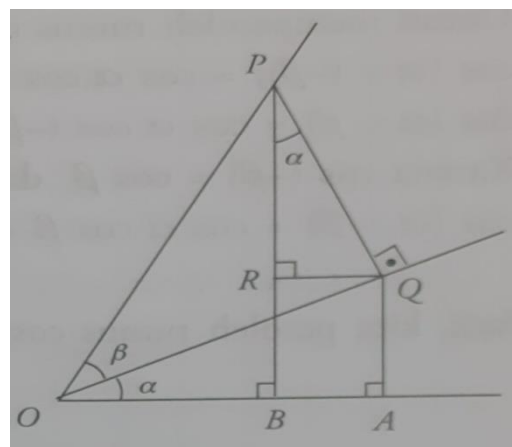
$$\begin{aligned} \angle RPQ &= \frac{\pi}{2} - \angle RQP \\ &= \frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{2} - \angle RQO \\ &= \angle RQO \\ &= \alpha \end{aligned}$$

Misalkan $OP = 1$, maka

$$\sin \beta = \frac{PQ}{OP} = \frac{PQ}{1} = PQ$$

$$\cos \beta = \frac{OQ}{OP} = \frac{OQ}{1} = OQ$$

$$\sin \alpha = \frac{AQ}{OQ} \text{ maka } AQ = \sin \alpha \times OQ = \sin \alpha \cos \beta$$



$$\cos \alpha = \frac{PR}{PQ} \text{ maka } PR = \cos \alpha \times PQ = \cos \alpha \sin \beta$$

Jadi,

$$\begin{aligned} \sin(\alpha + \beta) &= \frac{PB}{OP} \\ &= \frac{PB}{1} \\ &= PB \\ &= RB + PR \\ &= AQ + PR \\ &= \sin \alpha \cos \beta + \cos \alpha \sin \beta \end{aligned}$$

Sehingga, $\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cos \beta + \cos \alpha \sin \beta$

Contoh :

Tanpa menggunakan kalkulator, tentukan nilai trigonometri berikut.

1. $\sin(30^\circ + 45^\circ)$
2. $\sin 75^\circ$
3. $\sin(-225^\circ)$

Penyelesaian :

1. $\sin(30^\circ + 45^\circ)$

$$\begin{aligned} \sin(\alpha + \beta) &= \sin \alpha \cos \beta + \cos \alpha \sin \beta \\ &= \sin 30^\circ \cos 45^\circ + \cos 30^\circ \sin 45^\circ \\ &= \frac{1}{2} \left(\frac{1}{2} \sqrt{2} \right) + \left(\frac{1}{2} \sqrt{3} \right) \left(\frac{1}{2} \sqrt{2} \right) \\ &= \frac{1}{4} \sqrt{2} + \frac{1}{4} \sqrt{6} \\ &= \frac{1}{4} (\sqrt{2} + \sqrt{6}) \end{aligned}$$

2. $\sin 75^\circ$

$$\begin{aligned} \sin 75^\circ &= \sin(30^\circ + 45^\circ) \\ &= \sin \alpha \cos \beta + \cos \alpha \sin \beta \\ &= \sin 30^\circ \cos 45^\circ + \cos 30^\circ \sin 45^\circ \\ &= \frac{1}{2} \left(\frac{1}{2} \sqrt{2} \right) + \left(\frac{1}{2} \sqrt{3} \right) \left(\frac{1}{2} \sqrt{2} \right) \\ &= \frac{1}{4} \sqrt{2} + \frac{1}{4} \sqrt{6} \\ &= \frac{1}{4} (\sqrt{2} + \sqrt{6}) \end{aligned}$$

3. $\sin(-225^\circ)$

$$\begin{aligned} \sin(-225^\circ) &= -\sin 225^\circ \\ &= -\sin(180^\circ + 45^\circ) \\ &= -(\sin(180^\circ + 45^\circ)) \\ &= -(-\sin 45^\circ) \\ &= \sin 45^\circ \end{aligned}$$

$$= \frac{1}{2}\sqrt{2}$$

2. Rumus $\sin(\alpha - \beta)$

Untuk memperoleh rumus $\sin(\alpha - \beta)$, kita dapat mengganti β dengan $-\beta$ pada rumus $\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cos \beta + \cos \alpha \sin \beta$ di atas, maka diperoleh

$$\begin{aligned}\sin(\alpha + \beta) &= \sin \alpha \cos \beta + \cos \alpha \sin \beta \\ \sin(\alpha + (-\beta)) &= \sin \alpha \cos(-\beta) + \cos \alpha \sin(-\beta) \\ \sin(\alpha - \beta) &= \sin \alpha \cos(-\beta) + \cos \alpha \sin(-\beta) \\ \text{Karena } \cos(-\beta) &= \cos \beta \text{ dan } \sin(-\beta) = -\sin \beta \text{ maka} \\ \sin(\alpha - \beta) &= \sin \alpha \cos \beta - \cos \alpha \sin \beta \\ \text{Sehingga, } \sin(\alpha - \beta) &= \sin \alpha \cos \beta - \cos \alpha \sin \beta\end{aligned}$$

Contoh :

Tanpa menggunakan kalkulator, tentukan nilai trigonometri berikut.

1. $\sin(60^\circ - 45^\circ)$
2. $\sin 15^\circ$
3. $\sin(-135^\circ)$

Penyelesaian :

1. $\sin(60^\circ - 45^\circ)$
$$\begin{aligned}\sin(\alpha - \beta) &= \sin \alpha \cos \beta - \cos \alpha \sin \beta \\ &= \sin 60^\circ \cos 45^\circ - \cos 60^\circ \sin 45^\circ \\ &= \frac{1}{2}\sqrt{3} \left(\frac{1}{2}\sqrt{2}\right) - \left(\frac{1}{2}\right) \left(\frac{1}{2}\sqrt{2}\right) \\ &= \frac{1}{4}\sqrt{6} - \frac{1}{4}\sqrt{2} \\ &= \frac{1}{4}(\sqrt{6} - \sqrt{2})\end{aligned}$$

2. $\sin 15^\circ$
$$\begin{aligned}\sin 15^\circ &= \sin(60^\circ - 45^\circ) \\ &= \sin \alpha \cos \beta - \cos \alpha \sin \beta \\ &= \sin 60^\circ \cos 45^\circ - \cos 60^\circ \sin 45^\circ \\ &= \frac{1}{2}\sqrt{3} \left(\frac{1}{2}\sqrt{2}\right) - \left(\frac{1}{2}\right) \left(\frac{1}{2}\sqrt{2}\right) \\ &= \frac{1}{4}\sqrt{6} - \frac{1}{4}\sqrt{2} \\ &= \frac{1}{4}(\sqrt{6} - \sqrt{2})\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
3. \sin(-135^\circ) \\
\sin(-135^\circ) &= -\sin 135^\circ \\
&= -\sin(180^\circ - 45^\circ) \\
&= -(\sin(180^\circ - 45^\circ)) \\
&= -(\sin 45^\circ) \\
&= -\sin 45^\circ \\
&= -\frac{1}{2}\sqrt{2}
\end{aligned}$$

Berdasarkan penjabaran rumus dan contoh soal di atas, maka kita peroleh rumus $\sin(\alpha \pm \beta)$ sebagai berikut

$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cos \beta + \cos \alpha \sin \beta$$

$$\sin(\alpha - \beta) = \sin \alpha \cos \beta - \cos \alpha \sin \beta$$

Latihan

Tanpa menggunakan kalkulator, hitunglah nilai :

1. $\sin 105^\circ$
2. $\sin(-285^\circ)$
3. $\sin 300^\circ$



RUMUS JUMLAH DAN SELISIH SINUS DAN COSINUS

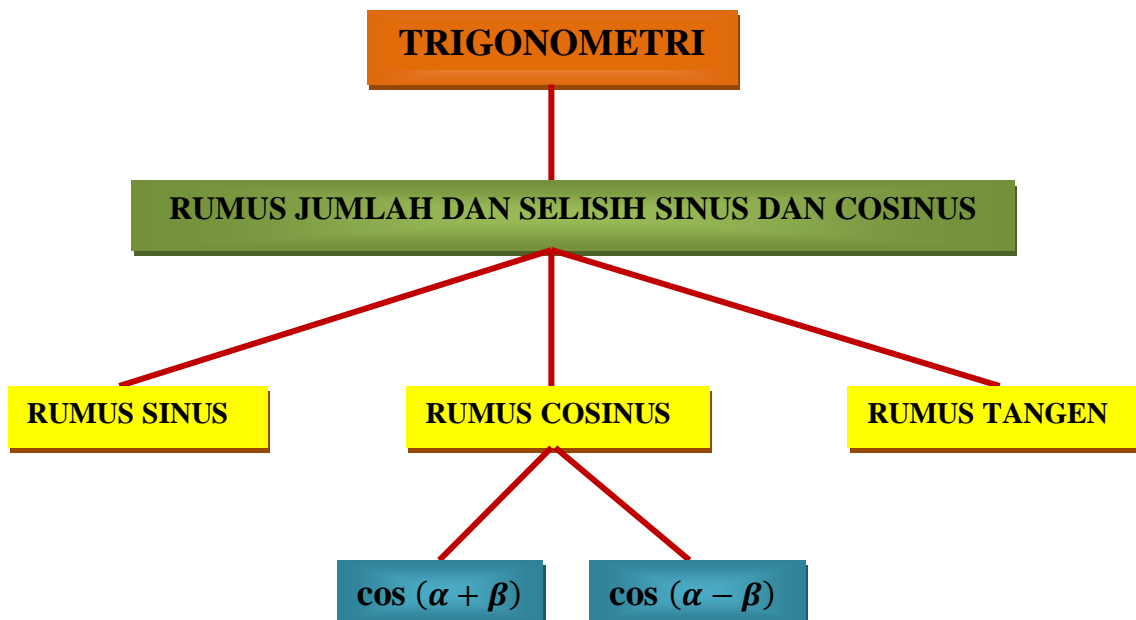
TUJUAN PEMBELAJARAN

Setelah mempelajari materi ini, siswa diharapkan :

1. Melalui tanya jawab, siswa secara aktif mampu memahami konsep cosinus jumlah dua sudut
2. Melalui tanya jawab, siswa secara aktif mampu memahami konsep cosinus selisih dua sudut
3. Melalui kegiatan pengamatan video pembelajaran berbantuan pengerjaan LKPD, siswa secara teliti mampu memahami hubungan antara fungsi cosinus yang dinyatakan dalam rumus cosinus jumlah dan selisih dua sudut
4. Melalui kegiatan pengamatan video pembelajaran berbantuan pengerjaan LKPD, siswa secara teliti mampu membedakan hubungan antara fungsi cosinus yang dinyatakan dalam rumus cosinus jumlah dan selisih dua sudut
5. Melalui kegiatan pengamatan video pembelajaran berbantuan pengerjaan LKPD, siswa secara teliti mampu menggunakan rumus cosinus jumlah dua sudut untuk menentukan nilai cosinus jumlah dua sudut tertentu
6. Melalui kegiatan pengamatan video pembelajaran berbantuan pengerjaan LKPD, siswa secara teliti mampu menggunakan rumus cosinus selisih dua sudut untuk menentukan nilai cosinus selisih dua sudut tertentu.

MATERI 2

PETA KONSEP



Setelah mempelajari materi sebelumnya tentang Rumus $\sin(\alpha + \beta)$ dan $\sin(\alpha - \beta)$, sekarang kita akan mempelajari Rumus $\cos(\alpha + \beta)$ dan $\cos(\alpha - \beta)$.

3. Rumus $\cos(\alpha + \beta)$

Perhatikan kembali gambar dua sudut yang berhimpit berikut.

Misalkan $OP = 1$, maka

$$\sin \beta = \frac{PQ}{OP} = \frac{PQ}{1} = PQ$$

$$\cos \beta = \frac{OQ}{OP} = \frac{OQ}{1} = OQ$$

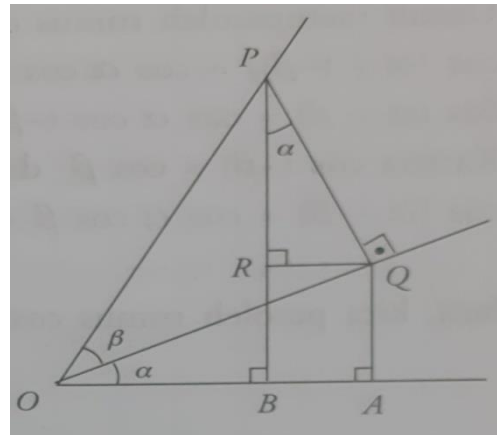
$$\cos \alpha = \frac{OA}{OQ} \text{ maka } OA = \cos \alpha \times OQ = \cos \alpha \cos \beta$$

$$\sin \alpha = \frac{RQ}{PQ} \text{ maka } RQ = \sin \alpha \times PQ = \sin \alpha \sin \beta$$

Jadi,

$$\begin{aligned} \cos(\alpha + \beta) &= \frac{OB}{OP} \\ &= \frac{OB}{1} \\ &= OB \\ &= OA - AB \\ &= OA - RQ \\ &= \cos \alpha \cos \beta - \sin \alpha \sin \beta \end{aligned}$$

Sehingga, $\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cos \beta - \sin \alpha \sin \beta$



Contoh :

Tanpa menggunakan kalkulator, tentukan nilai trigonometri berikut.

1. $\cos(30^\circ + 45^\circ)$
2. $\cos 75^\circ$
3. $\cos(-225^\circ)$

Penyelesaian :

1. $\cos(30^\circ + 45^\circ)$

$$\begin{aligned} \cos(\alpha + \beta) &= \cos \alpha \cos \beta - \sin \alpha \sin \beta \\ &= \cos 30^\circ \cos 45^\circ - \sin 30^\circ \sin 45^\circ \\ &= \left(\frac{1}{2}\sqrt{3}\right)\left(\frac{1}{2}\sqrt{2}\right) - \frac{1}{2}\left(\frac{1}{2}\sqrt{2}\right) \\ &= \frac{1}{4}\sqrt{6} - \frac{1}{4}\sqrt{2} \\ &= \frac{1}{4}(\sqrt{6} - \sqrt{2}) \end{aligned}$$

2. $\cos 75^\circ$

$$\begin{aligned}\cos 75^\circ &= \cos(30^\circ + 45^\circ) \\ &= \cos \alpha \cos \beta - \sin \alpha \sin \beta \\ &= \cos 30^\circ \cos 45^\circ - \sin 30^\circ \sin 45^\circ \\ &= \left(\frac{1}{2}\sqrt{3}\right)\left(\frac{1}{2}\sqrt{2}\right) - \frac{1}{2}\left(\frac{1}{2}\sqrt{2}\right) \\ &= \frac{1}{4}\sqrt{6} - \frac{1}{4}\sqrt{2} \\ &= \frac{1}{4}(\sqrt{6} - \sqrt{2})\end{aligned}$$

3. $\cos(-225^\circ)$

$$\begin{aligned}\cos(-225^\circ) &= \cos 225^\circ \\ &= \cos(180^\circ + 45^\circ) \\ &= -\cos 45^\circ \\ &= -\frac{1}{2}\sqrt{2}\end{aligned}$$

4. Rumus $\cos(\alpha - \beta)$

Untuk memperoleh rumus $\cos(\alpha - \beta)$, kita dapat mengganti β dengan $-\beta$ pada rumus $\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cos \beta - \sin \alpha \sin \beta$ di atas, maka diperoleh

$$\begin{aligned}\cos(\alpha + \beta) &= \cos \alpha \cos \beta - \sin \alpha \sin \beta \\ \cos(\alpha + (-\beta)) &= \cos \alpha \cos(-\beta) - \sin \alpha \sin(-\beta) \\ \cos(\alpha - \beta) &= \cos \alpha \cos(-\beta) - \sin \alpha \sin(-\beta)\end{aligned}$$

Karena $\cos(-\beta) = \cos \beta$ dan $\sin(-\beta) = -\sin \beta$ maka

$$\cos(\alpha - \beta) = \cos \alpha \cos \beta + \sin \alpha \sin \beta$$

Sehingga, $\cos(\alpha - \beta) = \cos \alpha \cos \beta + \sin \alpha \sin \beta$

Contoh :

Tanpa menggunakan kalkulator, tentukan nilai trigonometri berikut.

1. $\cos(60^\circ - 45^\circ)$

2. $\cos 15^\circ$

3. $\cos(-135^\circ)$

Penyelesaian :

1. $\cos(60^\circ - 45^\circ)$

$$\begin{aligned}\cos(\alpha - \beta) &= \cos \alpha \cos \beta + \sin \alpha \sin \beta \\ &= \cos 60^\circ \cos 45^\circ + \sin 60^\circ \sin 45^\circ \\ &= \frac{1}{2}\left(\frac{1}{2}\sqrt{2}\right) + \left(\frac{1}{2}\sqrt{3}\right)\left(\frac{1}{2}\sqrt{2}\right) \\ &= \frac{1}{4}\sqrt{2} + \frac{1}{4}\sqrt{6}\end{aligned}$$

$$= \frac{1}{4}(\sqrt{2} + \sqrt{6})$$

2. $\cos 15^\circ$

$$\begin{aligned}\cos 15^\circ &= \cos(60^\circ - 45^\circ) \\ &= \cos \alpha \cos \beta + \sin \alpha \sin \beta \\ &= \cos 60^\circ \cos 45^\circ + \sin 60^\circ \sin 45^\circ \\ &= \frac{1}{2} \left(\frac{1}{2} \sqrt{2} \right) + \left(\frac{1}{2} \sqrt{3} \right) \left(\frac{1}{2} \sqrt{2} \right) \\ &= \frac{1}{4} \sqrt{2} + \frac{1}{4} \sqrt{6} \\ &= \frac{1}{4}(\sqrt{2} + \sqrt{6})\end{aligned}$$

3. $\cos(-135^\circ)$

$$\begin{aligned}\cos(-135^\circ) &= \cos 135^\circ \\ &= \cos(180^\circ - 45^\circ) \\ &= -\cos 45^\circ \\ &= -\frac{1}{2} \sqrt{2}\end{aligned}$$

Berdasarkan penjabaran rumus dan contoh soal di atas, maka kita peroleh rumus $\cos(\alpha \pm \beta)$ sebagai berikut

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cos \beta - \sin \alpha \sin \beta$$

$$\cos(\alpha - \beta) = \cos \alpha \cos \beta + \sin \alpha \sin \beta$$

Latihan

Tanpa menggunakan kalkulator, hitunglah nilai :

1. $\cos 105^\circ$

2. $\cos(-285^\circ)$

3. $\cos 300^\circ$



RUMUS JUMLAH DAN SELISIH SINUS DAN COSINUS

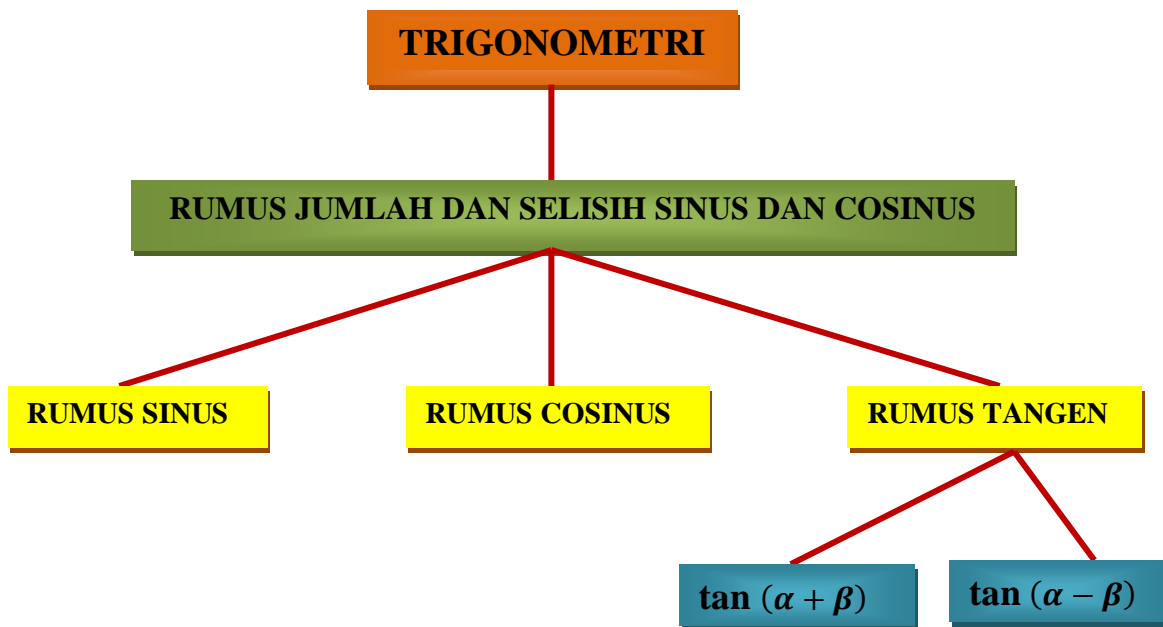
TUJUAN PEMBELAJARAN

Setelah mempelajari materi ini, siswa diharapkan :

1. Melalui tanya jawab, siswa secara aktif mampu memahami konsep tangen jumlah dua sudut
2. Melalui tanya jawab, siswa secara aktif mampu memahami konsep tangen selisih dua sudut
3. Melalui kegiatan pengamatan video pembelajaran berbantuan pengerjaan LKPD, siswa secara teliti mampu memahami hubungan antara fungsi tangen yang dinyatakan dalam rumus tangen jumlah dan selisih dua sudut
4. Melalui kegiatan pengamatan video pembelajaran berbantuan pengerjaan LKPD, siswa secara teliti mampu membedakan hubungan antara fungsi tangen yang dinyatakan dalam rumus tangen jumlah dan selisih dua sudut
5. Melalui kegiatan pengamatan video pembelajaran berbantuan pengerjaan LKPD, siswa secara teliti mampu menggunakan rumus tangen jumlah dua sudut untuk menentukan nilai tangen jumlah dua sudut tertentu
6. Melalui kegiatan pengamatan video pembelajaran berbantuan pengerjaan LKPD, siswa secara teliti mampu menggunakan rumus tangen selisih dua sudut untuk menentukan nilai tangen selisih dua sudut tertentu.

MATERI 3

PETA KONSEP



Setelah memahami tentang penjabaran Rumus $\sin(\alpha + \beta)$, $\sin(\alpha - \beta)$, $\cos(\alpha + \beta)$ dan $\cos(\alpha - \beta)$, sekarang kita akan menemukan Rumus $\tan(\alpha + \beta)$ dan $\tan(\alpha - \beta)$. Adapaun penjelasannya sebagai berikut.

5. Rumus $\tan(\alpha + \beta)$

Pada kelas sebelumnya, kamu sudah mempelajari beberapa identitas trigonometri. Salah satunya adalah tangen merupakan hasil bagi sinus dan cosinus. Untuk menemukan rumus jumlah dan selisih tangen dua sudut, kamu sendiri yang akan menemukannya pada Lembar Kegiatan Peserta Didik. Yuk perhatikan rumus jumlah tangen dua sudut berikut.

$$\tan(\alpha + \beta) = \frac{\tan \alpha + \tan \beta}{1 - \tan \alpha \tan \beta}$$

Contoh :

Tanpa menggunakan kalkulator, tentukan nilai trigonometri berikut.

1. $\tan(30^\circ + 45^\circ)$
2. $\tan 75^\circ$
3. $\tan(-225^\circ)$

Penyelesaian :

1. $\tan(30^\circ + 45^\circ)$

$$\begin{aligned} \tan(\alpha + \beta) &= \frac{\tan \alpha + \tan \beta}{1 - \tan \alpha \tan \beta} \\ &= \frac{\tan 30^\circ + \tan 45^\circ}{1 - \tan 30^\circ \tan 45^\circ} \\ &= \frac{\frac{1}{3}\sqrt{3} + 1}{1 - \frac{1}{3}\sqrt{3} \cdot 1} \\ &= \frac{1 + \frac{1}{3}\sqrt{3}}{1 - \frac{1}{3}\sqrt{3}} \\ &= \frac{1 + \frac{1}{3}\sqrt{3}}{1 - \frac{1}{3}\sqrt{3}} \times \frac{1 + \frac{1}{3}\sqrt{3}}{1 + \frac{1}{3}\sqrt{3}} \\ &= \frac{1 + \frac{2}{3}\sqrt{3} + \frac{1}{3}}{1 - \frac{1}{3}} \\ &= \frac{\frac{4}{3} + \frac{2}{3}\sqrt{3}}{\frac{2}{3}} \\ &= \frac{4 + 2\sqrt{3}}{2} \end{aligned}$$

$$= 2 + \sqrt{3}$$

2. $\tan 75^\circ$

$$\begin{aligned} \tan 75^\circ &= \tan(30^\circ + 45^\circ) \\ &= \frac{\tan \alpha + \tan \beta}{1 - \tan \alpha \tan \beta} \\ &= \frac{\tan 30^\circ + \tan 45^\circ}{1 - \tan 30^\circ \tan 45^\circ} \\ &= \frac{\frac{1}{3}\sqrt{3} + 1}{1 - \frac{1}{3}\sqrt{3} \cdot 1} \\ &= \frac{1 + \frac{1}{3}\sqrt{3}}{1 - \frac{1}{3}\sqrt{3}} \\ &= \frac{1 + \frac{1}{3}\sqrt{3}}{1 - \frac{1}{3}\sqrt{3}} \times \frac{1 + \frac{1}{3}\sqrt{3}}{1 + \frac{1}{3}\sqrt{3}} \\ &= \frac{1 + \frac{2}{3}\sqrt{3} + \frac{1}{3}}{1 - \frac{1}{3}} \\ &= \frac{\frac{4}{3} + \frac{2}{3}\sqrt{3}}{\frac{2}{3}} \\ &= \frac{4 + 2\sqrt{3}}{2} \\ &= 2 + \sqrt{3} \end{aligned}$$

3. $\tan(-225^\circ)$

$$\begin{aligned} \tan(-225^\circ) &= -\tan 225^\circ \\ &= -\tan(180^\circ + 45^\circ) \\ &= -(\tan(180^\circ + 45^\circ)) \\ &= -\tan 45^\circ \\ &= -1 \end{aligned}$$

6. Rumus $\tan(\alpha - \beta)$

Untuk memperoleh rumus $\tan(\alpha - \beta)$, kita dapat mengganti β dengan $-\beta$ pada rumus $\tan(\alpha + \beta)$ di atas. Untuk menemukan rumus jumlah dan selisih tangen dua sudut, kamu sendiri yang akan menemukannya pada Lembar Kegiatan Peserta Didik seperti pada rumus $\tan(\alpha + \beta)$. Yuk perhatikan rumus selisih tangen dua sudut berikut.

$$\tan(\alpha - \beta) = \frac{\tan \alpha - \tan \beta}{1 + \tan \alpha \tan \beta}$$

Contoh :

Tanpa menggunakan kalkulator, tentukan nilai trigonometri berikut.

1. $\tan(60^\circ - 45^\circ)$
2. $\tan 15^\circ$
3. $\tan(-135^\circ)$

Penyelesaian :

1. $\tan(60^\circ - 45^\circ)$

$$\begin{aligned}\tan(\alpha - \beta) &= \frac{\tan \alpha - \tan \beta}{1 + \tan \alpha \tan \beta} \\ &= \frac{\tan 60^\circ - \tan 45^\circ}{1 + \tan 60^\circ \tan 45^\circ} \\ &= \frac{\sqrt{3} - 1}{1 + \sqrt{3} \cdot 1} \\ &= \frac{\sqrt{3} - 1}{\sqrt{3} + 1} \\ &= \frac{\sqrt{3} - 1}{\sqrt{3} + 1} \times \frac{\sqrt{3} - 1}{\sqrt{3} - 1} \\ &= \frac{3 - 2\sqrt{3} + 1}{3 - 1} \\ &= \frac{4 - 2\sqrt{3}}{2} \\ &= 2 - \sqrt{3}\end{aligned}$$

2. $\tan 15^\circ$

$$\begin{aligned}\tan 15^\circ &= \tan(60^\circ - 45^\circ) \\ &= \frac{\tan \alpha - \tan \beta}{1 + \tan \alpha \tan \beta} \\ &= \frac{\tan 60^\circ - \tan 45^\circ}{1 + \tan 60^\circ \tan 45^\circ} \\ &= \frac{\sqrt{3} - 1}{1 + \sqrt{3} \cdot 1} \\ &= \frac{\sqrt{3} - 1}{\sqrt{3} + 1} \\ &= \frac{\sqrt{3} - 1}{\sqrt{3} + 1} \times \frac{\sqrt{3} - 1}{\sqrt{3} - 1} \\ &= \frac{3 - 2\sqrt{3} + 1}{3 - 1} \\ &= \frac{4 - 2\sqrt{3}}{2}\end{aligned}$$

$$= 2 - \sqrt{3}$$

3. $\tan(-135^\circ)$

$$\begin{aligned}\tan(-135^\circ) &= -\tan 135^\circ \\ &= -\tan(180^\circ - 45^\circ) \\ &= -(\tan(180^\circ - 45^\circ)) \\ &= -(-\tan 45^\circ) \\ &= \tan 45^\circ \\ &= 1\end{aligned}$$

Berdasarkan penjabaran rumus dan contoh soal di atas, maka kita peroleh rumus $\tan(\alpha \pm \beta)$ sebagai berikut

$$\begin{aligned}\tan(\alpha + \beta) &= \frac{\tan \alpha + \tan \beta}{1 - \tan \alpha \tan \beta} \\ \tan(\alpha - \beta) &= \frac{\tan \alpha - \tan \beta}{1 + \tan \alpha \tan \beta}\end{aligned}$$

Latihan

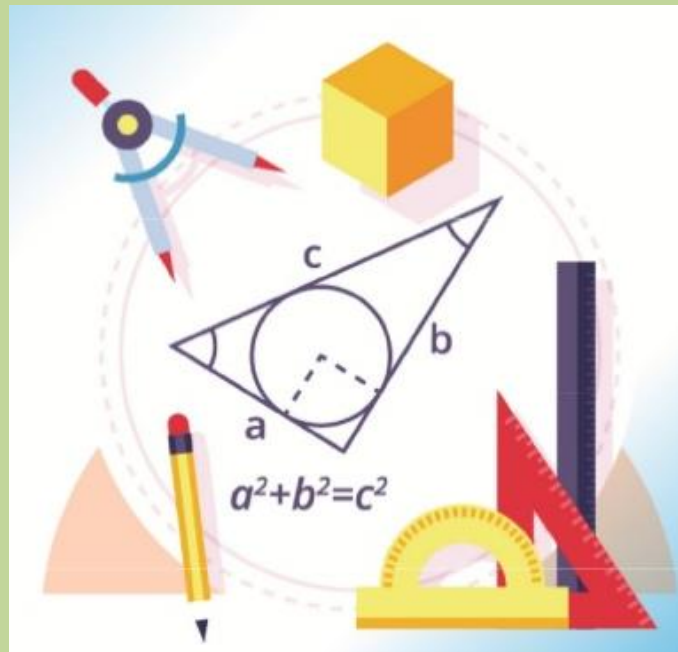
Tanpa menggunakan kalkulator, hitunglah nilai :

1. $\tan 105^\circ$
2. $\tan(-285^\circ)$
3. $\tan 300^\circ$

LEMBAR KERJA PESERTA DIDIK

AMELISA ARIANTHY, S.Pd
SMA Ir. H. DJUANDA TEBING TINGGI

RUMUS JUMLAH DAN SELISIH SINUS DAN COSINUS



Nama :
Kelas :
No. Urut :
Mata Pelajaran :

**PPGJ DALJAB ANGGKATAN I
UNIVERSITAS NEGERI PADANG
TAHUN 2020**



PERTEMUAN 1

RUMUS JUMLAH DAN SELISIH SINUS DAN COSINUS

TUJUAN PEMBELAJARAN

Setelah mempelajari materi ini, siswa diharapkan :

1. Melalui tanya jawab, siswa secara aktif mampu memahami konsep sinus jumlah dua sudut
2. Melalui tanya jawab, siswa secara aktif mampu memahami konsep sinus selisih dua sudut
3. Melalui kegiatan pengamatan video pembelajaran berbantuan pengerjaan LKPD, siswa secara teliti mampu memahami hubungan antara fungsi sinus yang dinyatakan dalam rumus sinus jumlah dan selisih dua sudut
4. Melalui kegiatan pengamatan video pembelajaran berbantuan pengerjaan LKPD, siswa secara teliti mampu membedakan hubungan antara fungsi sinus yang dinyatakan dalam rumus sinus jumlah dan selisih dua sudut
5. Melalui kegiatan pengamatan video pembelajaran berbantuan pengerjaan LKPD, siswa secara teliti mampu menggunakan rumus sinus jumlah dua sudut untuk menentukan nilai sinus jumlah dua sudut tertentu
6. Melalui kegiatan pengamatan video pembelajaran berbantuan pengerjaan LKPD, siswa secara teliti mampu menggunakan rumus sinus selisih dua sudut untuk menentukan nilai sinus selisih dua sudut tertentu.

PETUNJUK :

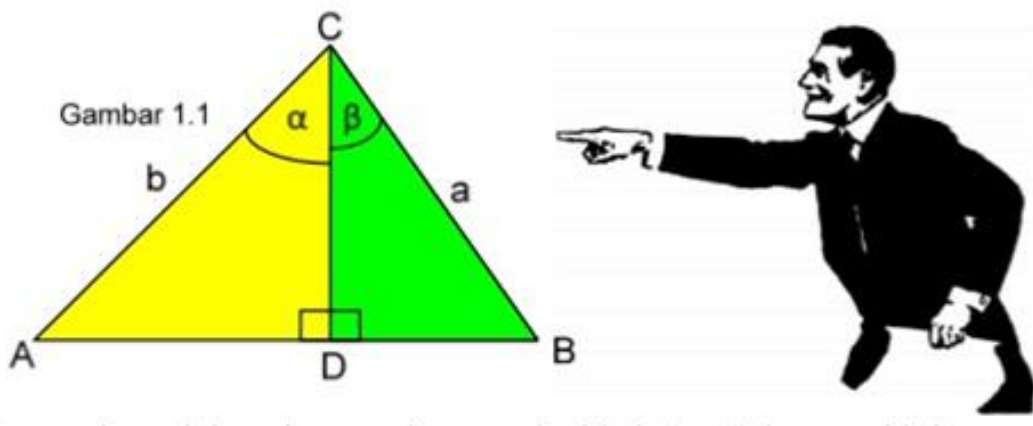
1. Isikan data diri pada tempat yang disediakan
2. Bacalah LKPD dengan cermat
3. Cermati Informasi pendukung yang diberikan
4. Kerjakan semua soal sesuai instruksi yang diberikan, dan tanyakan pada guru apabila ada yang kurang dipahami
5. Waktu pengerjaan selama jam pembelajaran berlangsung

A. Rumus Trigonometri untuk Jumlah dan Selisih Dua Sudut

1. Rumus $\sin(\alpha + \beta)$

Rumus $\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cos \beta + \cos \alpha \sin \beta$

Ayo.. Kita Temukan



Temukan rumus jumlah $\sin(\alpha + \beta)$ dengan melakukan kegiatan berikut.

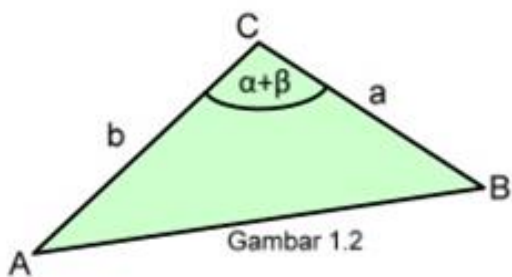
1. Perhatikan segitiga siku-siku BCD (gambar 1.1). Dengan menggunakan rumus perbandingan trigonometri, tentukan panjang CD (nyatakan dalam a dan sudut β)

Perhatikan segitiga siku-siku ADC. Dengan menggunakan rumus perbandingan trigonometri, tentukan panjang AD (nyatakan dalam b dan sudut α)

2. Perhatikan segitiga siku-siku ADC (gambar 1.1). Dengan menggunakan rumus perbandingan trigonometri, tentukan panjang CD (nyatakan dalam b dan sudut α)

Perhatikan segitiga siku-siku BCD . Dengan menggunakan rumus perbandingan trigonometri, tentukan panjang BD (nyatakan dalam a dan sudut β)

3. Dengan menggunakan nilai AD dan CD pada *Langkah 1*, tentukan luas ΔADC
4. Dengan menggunakan nilai BD dan CD pada *Langkah 2*, tentukan luas ΔBDC
5. Tentukan luas ΔABC (gambar 1.1) dengan menjumlahkan luas ΔADC dari *Langkah 3* dan luas ΔBDC dari *Langkah 4*
6. Dengan menggunakan rumus luas segitiga sembarang yang mengandung $\sin(\alpha + \beta)$, tentukan luas ΔABC pada gambar 1.2 berikut



7. Samakan ΔABC dari *Langkah 6* dan *Langkah 5* untuk memperoleh rumus sinus jumlah dua sudut

Sehingga diperoleh,

2. Rumus $\sin(\alpha - \beta)$

Setelah kalian menemukan rumus sinus jumlah dua sudut, coba untuk menemukan rumus sinus selisih dua sudut.

1. Amati kembali rumus sinus jumlah dua sudut pada kegiatan sebelumnya
 $\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cos \beta + \cos \alpha \sin \beta$
2. Berdasarkan *Langkah 1*, substitusi β dengan $-\beta$
3. Dari *Langkah 2*, diperoleh rumus $\sin(\alpha - \beta)$ dengan sudut $-\beta$
4. Amati kembali rumus sudut negatif trigonometri berikut dengan cermat
 $\cos(-\beta) = \cos \beta$ dan $\sin(-\beta) = -\sin \beta$
5. Dengan menggunakan rumus pada langkah 4, maka temukan $\sin(\alpha - \beta)$ pada *Langkah 3*
6. Sehingga diperoleh rumus

Mari Menyimpulkan

Dari hasil yang sudah kamu temukan, maka buatlah kesimpulan tentang rumus sinus jumlah dan selisih dua sudut

Ayo.. Latihan

1. Tanpa menggunakan kalkulator, hitunglah nilai $\sin 105^\circ$ dengan rumus sinus jumlah dua sudut.

Jawab :

2. Dengan menyatakan $15^\circ = (45^\circ - 30^\circ)$, hitunglah nilai $\sin 15^\circ$.

Jawab :

3. Jika $\sin \alpha = \frac{6}{10}$ dan $\cos \beta = \frac{12}{13}$ dengan α dan β sudut lancip. Hitunglah :
- $\sin(\alpha + \beta)$
 - $\sin(\alpha - \beta)$

Jawab :



PERTEMUAN 2

RUMUS JUMLAH DAN SELISIH SINUS DAN COSINUS

TUJUAN PEMBELAJARAN

Setelah mempelajari materi ini, siswa diharapkan :

1. Melalui tanya jawab, siswa secara aktif mampu memahami konsep cosinus jumlah dua sudut
2. Melalui tanya jawab, siswa secara aktif mampu memahami konsep cosinus selisih dua sudut
3. Melalui kegiatan pengamatan video pembelajaran berbantuan pengerjaan LKPD, siswa secara teliti mampu memahami hubungan antara fungsi cosinus yang dinyatakan dalam rumus cosinus jumlah dan selisih dua sudut
4. Melalui kegiatan pengamatan video pembelajaran berbantuan pengerjaan LKPD, siswa secara teliti mampu membedakan hubungan antara fungsi cosinus yang dinyatakan dalam rumus cosinus jumlah dan selisih dua sudut
5. Melalui kegiatan pengamatan video pembelajaran berbantuan pengerjaan LKPD, siswa secara teliti mampu menggunakan rumus cosinus jumlah dua sudut untuk menentukan nilai cosinus jumlah dua sudut tertentu
6. Melalui kegiatan pengamatan video pembelajaran berbantuan pengerjaan LKPD, siswa secara teliti mampu menggunakan rumus cosinus selisih dua sudut untuk menentukan nilai cosinus selisih dua sudut tertentu.

PETUNJUK :

1. Isikan data diri pada tempat yang disediakan
2. Bacalah LKPD dengan cermat
3. Cermati Informasi pendukung yang diberikan
4. Kerjakan semua soal sesuai instruksi yang diberikan, dan tanyakan pada guru apabila ada yang kurang dipahami
5. Waktu pengerjaan selama jam pembelajaran berlangsung

A. Rumus Trigonometri untuk Jumlah dan Selisih Dua Sudut

3. Rumus $\cos(\alpha + \beta)$

$$\text{Rumus } \cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cos \beta - \sin \alpha \sin \beta$$

Ayo.. Kita Temukan

Jika $\cos \alpha = \sin(90^\circ - \alpha)$ dan $\sin \alpha = \cos(90^\circ - \alpha)$, maka temukan $\cos(\alpha + \beta)$.

1. Amati kembali rumus perbandingan trigonometri sudut berelasi berikut dengan cermat.

$$\cos \alpha = \sin(90^\circ - \alpha)$$

2. Dengan menggunakan rumus pada *Langkah 1*, maka tentukan $\cos(\alpha + \beta)$

3. Perhatikan kembali rumus sinus selisih dua sudut

$$\sin(\alpha - \beta) = \sin \alpha \cos \beta - \cos \alpha \sin \beta$$

4. Dengan menggunakan rumus pada *Langkah 3*, maka tentukan $\cos(\alpha + \beta)$

5. Berdasarkan langkah-langkah di atas, diperoleh rumus cosinus jumlah dua sudut sebagai berikut

4. Rumus $\cos(\alpha - \beta)$

Setelah kalian menemukan rumus cosinus jumlah dua sudut, coba untuk menemukan rumus cosinus selisih dua sudut.

1. Amati kembali rumus cosinus jumlah dua sudut pada kegiatan sebelumnya
 $\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cos \beta - \sin \alpha \sin \beta$
2. Berdasarkan *Langkah 1*, substitusi β dengan $-\beta$
3. Dari *Langkah 2*, diperoleh rumus $\cos(\alpha - \beta)$ dengan sudut $-\beta$
4. Amati kembali rumus sudut negatif trigonometri berikut dengan cermat
 $\cos(-\beta) = \cos \beta$ dan $\sin(-\beta) = -\sin \beta$
5. Dengan menggunakan rumus pada langkah 4, maka temukan $\cos(\alpha - \beta)$ pada *Langkah 3*
6. Sehingga diperoleh rumus

Mari Menyimpulkan

Dari hasil yang sudah kamu temukan, maka buatlah kesimpulan tentang rumus cosinus jumlah dan selisih dua sudut

Ayo.. Latihan

1. Tanpa menggunakan kalkulator, hitunglah nilai $\cos 105^\circ$ dengan rumus cosinus jumlah dua sudut.

Jawab :

2. Dengan menyatakan $15^\circ = (45^\circ - 30^\circ)$, hitunglah nilai $\cos 15^\circ$.

Jawab :

3. Jika $\sin \alpha = \frac{6}{10}$ dan $\cos \beta = \frac{12}{13}$ dengan α dan β sudut lancip. Hitunglah :
- c. $\cos(\alpha + \beta)$
 - d. $\cos(\alpha - \beta)$

Jawab :



PERTEMUAN 3

RUMUS JUMLAH DAN SELISIH SINUS DAN COSINUS

TUJUAN PEMBELAJARAN

Setelah mempelajari materi ini, siswa diharapkan :

1. Melalui tanya jawab, siswa secara aktif mampu memahami konsep tangen jumlah dua sudut
2. Melalui tanya jawab, siswa secara aktif mampu memahami konsep tangen selisih dua sudut
3. Melalui kegiatan pengamatan video pembelajaran berbantuan pengerjaan LKPD, siswa secara teliti mampu memahami hubungan antara fungsi tangen yang dinyatakan dalam rumus tangen jumlah dan selisih dua sudut
4. Melalui kegiatan pengamatan video pembelajaran berbantuan pengerjaan LKPD, siswa secara teliti mampu membedakan hubungan antara fungsi tangen yang dinyatakan dalam rumus tangen jumlah dan selisih dua sudut
5. Melalui kegiatan pengamatan video pembelajaran berbantuan pengerjaan LKPD, siswa secara teliti mampu menggunakan rumus tangen jumlah dua sudut untuk menentukan nilai tangen jumlah dua sudut tertentu
6. Melalui kegiatan pengamatan video pembelajaran berbantuan pengerjaan LKPD, siswa secara teliti mampu menggunakan rumus tangen selisih dua sudut untuk menentukan nilai tangen selisih dua sudut tertentu.

PETUNJUK :

1. Isikan data diri pada tempat yang disediakan
2. Bacalah LKPD dengan cermat
3. Cermati Informasi pendukung yang diberikan
4. Kerjakan semua soal sesuai instruksi yang diberikan, dan tanyakan pada guru apabila ada yang kurang dipahami
5. Waktu pengerjaan selama jam pembelajaran berlangsung

A. Rumus Trigonometri untuk Jumlah dan Selisih Dua Sudut

5. Rumus $\tan(\alpha + \beta)$

$$\text{Rumus } \tan(\alpha + \beta) = \frac{\sin(\alpha + \beta)}{\cos(\alpha + \beta)}$$

Ayo.. Kita Temukan

Jika $\tan \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}$ maka temukan $\tan(\alpha + \beta)$

1. Amati rumus $\tan \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}$
2. Dengan mensubstitusikan rumus sinus dan cosinus jumlah dua sudut ke dalam *Langkah 1*, maka tentukan rumus $\tan(\alpha + \beta)$
3. Berdasarkan *Langkah 2*, buatlah penjabaran rumus sinus dan cosinus jumlah dua sudutnya
4. Berdasarkan *Langkah 3*, bagikan masing-masing pembilang dan penyebut dengan $\cos \alpha \cos \beta$
5. Berdasarkan *Langkah 4*, sederhanakan masing-masing pembilang dan penyebutnya

6. Perhatikan kembali *Langkah 5*, gunakan *Langkah 1* untuk menyederhanakannya

7. Jadi, diperoleh rumus

6. Rumus $\tan(\alpha - \beta)$

Setelah kalian menemukan rumus tangen jumlah dua sudut, coba untuk menemukan rumus tangen selisih dua sudut.

1. Amati kembali rumus tangen jumlah dua sudut pada kegiatan sebelumnya

$$\tan(\alpha + \beta) = \frac{\tan \alpha + \tan \beta}{1 - \tan \alpha \tan \beta}$$

2. Berdasarkan *Langkah 1*, substitusi β dengan $-\beta$

3. Dari *Langkah 2*, diperoleh rumus $\tan(\alpha - \beta)$ dengan sudut $-\beta$

4. Amati kembali rumus sudut negatif trigonometri berikut dengan cermat

$$\tan(-\beta) = -\tan \beta$$

5. Dengan menggunakan rumus pada langkah 4, maka temukan $\tan(\alpha - \beta)$ pada *Langkah 3*

6. Sehingga diperoleh rumus

Mari Menyimpulkan

Dari hasil yang sudah kamu temukan, maka buatlah kesimpulan tentang rumus tangen jumlah dan selisih dua sudut

Ayo.. Latihan

1. Tanpa menggunakan kalkulator, hitunglah nilai $\tan 105^\circ$ dengan rumus tangen jumlah dua sudut.

Jawab :

2. Dengan menyatakan $15^\circ = (45^\circ - 30^\circ)$, hitunglah nilai $\tan 15^\circ$.

Jawab :

3. Jika $\sin \alpha = \frac{6}{10}$ dan $\cos \beta = \frac{12}{13}$ dengan α dan β sudut lancip. Hitunglah :
- $\tan(\alpha + \beta)$
 - $\tan(\alpha - \beta)$

Jawab :

