

RENCANA PELAKSANAAN PEMBELAJARAN (RPP)

Nama Guru : Ahmad Fathoni Abas, S.Si, M.Pd.
Sekolah : SMK Negeri Klakah
Mata Pelajaran : Matematika
Kelas/Semester : XI / Ganjil
Materi Pokok : **Matriks**
Alokasi Waktu : 1 Minggu x 4 Jam Pelajaran @45 Menit

A. Kompetensi Inti

- **KI-1 dan KI-2:** Menghayati dan mengamalkan ajaran agama yang dianutnya. Menghayati dan mengamalkan perilaku jujur, disiplin, santun, peduli (gotong royong, kerjasama, toleran, damai), bertanggung jawab, responsif, dan pro-aktif dalam berinteraksi secara efektif sesuai dengan perkembangan anak di lingkungan, keluarga, sekolah, masyarakat dan lingkungan alam sekitar, bangsa, negara, kawasan regional, dan kawasan internasional”.
- **KI 3:** Memahami, menerapkan, dan menganalisis pengetahuan faktual, konseptual, prosedural, dan metakognitif berdasarkan rasa ingin tahunya tentang ilmu pengetahuan, teknologi, seni, budaya, dan humaniora dengan wawasan kemanusiaan, kebangsaan, kenegaraan, dan peradaban terkait penyebab fenomena dan kejadian, serta menerapkan pengetahuan prosedural pada bidang kajian yang spesifik sesuai dengan bakat dan minatnya untuk memecahkan masalah
- **KI4:** Mengolah, menalar, dan menyaji dalam ranah konkret dan ranah abstrak terkait dengan pengembangan dari yang dipelajarinya di sekolah secara mandiri, bertindak secara efektif dan kreatif, serta mampu menggunakan metode sesuai kaidah keilmuan

B. Kompetensi Dasar dan Indikator Pencapaian Kompetensi

Kompetensi Dasar	Indikator
3.4 Menganalisis sifat-sifat determinan dan invers matriks berordo 2×2 dan 3×3	<ul style="list-style-type: none">• Menghitung determinan dan invers matriks berordo 2×2 dan 3×3 baik secara manual maupun dengan program computer.• Menemukan sifat-sifat determinan dan invers matriks berordo 2×2 dan 3×3• Menyimpulkan sifat-sifat determinan dan invers matriks 2×2 dan 3×3• Menggunakan prosedur untuk menyelesaikan masalah kontekstual yang berkaitan dengan determinan dan invers matriks berordo 2×2 dan 3×3

C. Tujuan Pembelajaran

- ✓ Setelah memperhatikan materi dan contoh pada LKPD serta memperhatikan guru menghitung Determinan dan Invers siswa dapat Menghitung determinan dan invers matriks berordo 2×2 dan 3×3
- ✓ Setelah mengerjakan soal-soal terkait dengan determinan dan invers siswa dapat menemukan keunikan keunikan yang terjadi pada determinan dan invers matriks berordo 2×2 dan 3×3
- ✓ Setelah menemukan keunikan-keunikan operasi perhitungan determinan dan invers siswa dapat menyimpulkan sifat-sifat determinan dan invers matriks berordo 2×2 dan 3×3
- ✓ Setelah menemukan sifat-sifat determinan dan invers matriks berordo 2×2 dan 3×3 siswa dapat menganalisa syarat-syarat keberlakuan sifat tersebut.
- ✓ Setelah memahami sifat-sifat determinan dan invers matriks berordo 2×2 dan 3×3 siswa dapat menggunakannya untuk menyelesaikan masalah kontekstual yang berkaitan dengan matriks determinan dan invers matriks berordo 2×2 dan 3×3

D. Materi Pembelajaran

Matriks

- Operasi pada Matriks
- Determinan dan invers matriks berordo 2×2 dan 3×3

FAKTA

- Matriks dan Operasi matriks

KONSEP

- Pengertian matriks
- Operasi matriks

- Determinan matriks berordo 2×2 dan 3×3
- Invers matriks berordo 2×2 dan 3×3

PRINSIP

- operasi pada matriks
- sifat-sifat determinan dan invers matriks berordo 2×2 dan 3×3

PROSEDUR

- Menghitung determinan dan invers matriks berordo 2×2 dan 3×3
- Menyelesaikan masalah kontekstual yang berkaitan dengan matriks determinan dan invers matriks berordo 2×2 dan 3×3

E. Metode Pembelajaran

Pendekatan : Scientific Learning
 Model Pembelajaran : Discovery Learning (Pembelajaran Penemuan)

F. Media Pembelajaran

Media/Alat:

- ❖ Worksheet atau lembar kerja (siswa)
- ❖ Lembar penilaian
- ❖ Penggaris, spidol, papan tulis
- ❖ Laptop & infocus
- ❖ Komputer/Android
- ❖ Cetak: buku paket matematika

Bahan :

- ❖ Spidol

G. Sumber Belajar

- ❖ Buku penunjang kurikulum 2013 mata pelajaran Matematika Wajib Kelas XI Kemendikbud, Tahun 2016
- ❖ Pengalaman peserta didik dan guru
- ❖ Aplikasi photomath

H. Langkah-Langkah Pembelajaran

1. Pertemuan Ke-1 (2 x 45 Menit)
Kegiatan Pendahuluan (15 Menit)
<p>Guru :</p> <p>Orientasi</p> <ul style="list-style-type: none"> • Melakukan pembukaan dengan salam pembuka, memanjatkan <i>syukur</i> kepada Tuhan YME dan berdoa untuk memulai pembelajaran • Memeriksa kehadiran peserta didik sebagai sikap disiplin • Menyiapkan fisik dan psikis peserta didik dalam mengawali kegiatan pembelajaran. <p>Aperpepsi</p> <ul style="list-style-type: none"> • Mengaitkan materi/tema/kegiatan pembelajaran yang akan dilakukan dengan pengalaman peserta didik dengan materi/tema/kegiatan sebelumnya • Bertanya kepada siswa bagaimana cara menghitung determinan matriks $\begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 5 & 3 \end{bmatrix}$ dan $\begin{bmatrix} 1 & -2 & 4 \\ 2 & -4 & 8 \\ 3 & 4 & 1 \end{bmatrix}$ <p>Motivasi</p> <ul style="list-style-type: none"> • Menantang siswa untuk menghitung determinan matriks $\begin{bmatrix} 1 & -2 & 4 \\ 2 & -4 & 8 \\ 3 & 4 & 1 \end{bmatrix}$ dalam waktu 5 detik • Mengajak siswa untuk memikirkan solusi menghitung determinan matriks tersebut dengan teknologi program android misalnya photomath • Mengajukan pertanyaan apakah mungkin program hitung berbasis android tersebut bisa menghitung dalam 5 detik? • Menjanjikan cara menghitung determinan matriks tersebut dalam waktu 5 detik pada akhir sesi.

Pemberian Acuan	
<ul style="list-style-type: none"> ● Memberitahukan kepada siswa bahwa untuk memahami determinan dan menemukan jawaban dengan cepat, perlu belajar sifat-sifat determinan matriks ● Memberitahukan indikator pada pertemuan yang berlangsung ● Menjelaskan mekanisme pelaksanaan sesuai dengan langkah-langkah pembelajaran ● Pembagian kelompok belajar 	
Kegiatan Inti (60 Menit)	
Sintak Model Pembelajaran	Kegiatan Pembelajaran
Stimulation (stimulasi/ pemberian rangsangan)	<p><u>KEGIATAN LITERASI</u></p> <p>Peserta didik diberi motivasi atau rangsangan untuk memusatkan perhatian pada topik materi Pengertian Matriks dengan cara :</p> <p>→ Melihat</p> <p>Guru menunjukkan cara menghitung determinan matriks baik secara manual maupun dengan program photomath</p> <p>→ Mengamati</p> <p>Lembar kerja menghitung determinan matriks dari bermacam macam contoh</p> <p>→ Membaca.</p> <p>Langkah langkah menghitung determinan matriks baik sera manual maupun dari perhitungan photomath</p>
Problem statemen (pertanyaan/ identifikasi masalah)	<p><u>CRITICAL THINKING (BERPIKIR KRITIK)</u></p> <p>Guru memberikan kesempatan pada peserta didik untuk mengidentifikasi sebanyak mungkin pertanyaan yang berkaitan dengan gambar yang disajikan dan akan dijawab melalui kegiatan belajar,</p> <p>→ Mengajukan pertanyaan yang berkaitan dengan determinan matriks misalnya:</p> <p><i>Apabila terdapat Matriks A, B dan C, dimana $C = AB$, berapakah determinan matrik C? berapakah determinan matrik AB? apakah determinan C sama dengan determinan AB?</i></p>
Data collection (pengumpulan data)	<p><u>KEGIATAN LITERASI</u></p> <p>Peserta didik mengumpulkan informasi yang relevan untuk menjawab pertanyaan yang telah diidentifikasi melalui kegiatan:</p> <p>→ Mengamati obyek/kejadian</p> <p>Menghitung determinan matriks berordo 2×2 dan 3×3, yang sudah disediakan pada LK sesuai dengan kelompok dengan menggunakan program photomath</p> <p><u>COLLABORATION (KERJASAMA)</u></p> <p>Peserta didik dibentuk dalam beberapa kelompok untuk:</p> <p>→ Mendiskusikan</p> <p>Kecenderungan hasil penghitungan determinan matriks yang tersedia pada LK masing masing kelompok</p> <p>→ Mengumpulkan informasi</p> <p>Memperkirakan sifat-sifat yang dapat dimunculkan pada pekerjaan Lembar kerja sesuai dengan kelompok</p> <p>→ Mempresentasikan ulang</p> <p>Setiap kelompok menyajikan perkiraan perkiraan sifat sifat operasi determinan matriks</p> <p>→ Saling tukar informasi tentang materi :</p> <p>sifat-sifat determinan berordo 2×2 dan 3×3</p>
Data	<u>COLLABORATION (KERJASAMA)</u> dan <u>CRITICAL THINKING (BERPIKIR</u>

processing (pengolahan Data)	<u>KRITIK)</u> Peserta didik dalam kelompoknya berdiskusi mengolah data hasil pengamatan dengan cara : → Berdiskusi tentang data dari Materi : sifat-sifat determinan berordo 2×2 dan 3×3
Verification (pembuktian)	<u>CRITICAL THINKING (BERPIKIR KRITIK)</u> Peserta didik mendiskusikan hasil pengamatannya dan memverifikasi hasil pengamatannya dengan data-data atau teori pada buku sumber melalui kegiatan : → Apakah perkiraan tentang aturan atau sifat-sifat determinan dan invers matriks berordo 2×2 dan 3×3 berlaku umum? bagaimanakah batasan batasannya?
Generalization (menarik kesimpulan)	<u>COMMUNICATION (BERKOMUNIKASI)</u> Peserta didik berdiskusi untuk menyimpulkan → sifat-sifat determinan berordo 2×2 dan 3×3 <u>CREATIVITY (KREATIVITAS)</u> → Menyimpulkan tentang point-point penting yang muncul dalam kegiatan pembelajaran yang baru dilakukan berupa : Laporan hasil pengamatan secara <i>tertulis</i> tentang materi : sifat-sifat determinan berordo 2×2 dan 3×3
Catatan : Selama pembelajaran sifat-sifat determinan berordo 2×2 dan 3×3 berlangsung, guru mengamati sikap siswa dalam pembelajaran yang meliputi sikap: nasionalisme, disiplin, rasa percaya diri, berperilaku jujur, tangguh menghadapi masalah tanggungjawab, rasa ingin tahu, peduli lingkungan	
Kegiatan Penutup (15 Menit)	
Peserta didik : <ul style="list-style-type: none"> Membuat resume (CREATIVITY) dengan bimbingan guru tentang point-point penting yang muncul dalam kegiatan pembelajaran yang baru dilakukan. Guru : <ul style="list-style-type: none"> Memeriksa pekerjaan siswa yang selesai langsung diperiksa Memberikan koreksi secara klasikal atas miskonsepsi yang terjadi (apabila ada) Memberikan penghargaan untuk materi pelajaran Pengertian Matriks kepada kelompok yang memiliki kinerja dan kerjasama yang baik. 	

2. Pertemuan Ke-2 (2 x 45 Menit)
Kegiatan Pendahuluan (15 Menit)
Guru : Orientasi <ul style="list-style-type: none"> Melakukan pembukaan dengan salam pembuka, memanjatkan <i>syukur</i> kepada Tuhan YME dan berdoa untuk memulai pembelajaran Memeriksa kehadiran peserta didik sebagai sikap disiplin Menyiapkan fisik dan psikis peserta didik dalam mengawali kegiatan pembelajaran. Aperpepsi <ul style="list-style-type: none"> Mengaitkan materi/tema/kegiatan pembelajaran yang akan dilakukan dengan pengalaman peserta didik dengan materi/tema/kegiatan sebelumnya Bertanya kepada siswa bagaimana cara menghitung invers matriks $\begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 5 & 3 \end{bmatrix}$ Motivasi <ul style="list-style-type: none"> Menantang siswa untuk menghitung invers matriks $\begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 5 & 3 \end{bmatrix}^{-1}$ dalam waktu 5 detik Menjanjikan cara menghitung invers matriks tersebut dalam waktu 5 detik pada akhir sesi. Pemberian Acuan <ul style="list-style-type: none"> Memberitahukan kepada siswa bahwa untuk memahami invers dan menemukan jawaban dengan cepat, perlu belajar sifat-sifat invers matriks

- Memberitahukan indikator pada pertemuan yang berlangsung
- Menjelaskan mekanisme pelaksanaan sesuai dengan langkah-langkah pembelajaran
- Pembagian kelompok belajar

Kegiatan Inti (60 Menit)

Sintak Model Pembelajaran	Kegiatan Pembelajaran
Stimulation (stimulasi/ pemberian rangsangan)	<p><u>KEGIATAN LITERASI</u></p> <p>Peserta didik diberi motivasi atau rangsangan untuk memusatkan perhatian pada topik materi Pengertian Matriks dengan cara :</p> <p>→ Melihat</p> <p>Guru menunjukkan cara menghitung invers matriks baik secara manual maupun dengan program photomath</p> <p>→ Mengamati</p> <p>Lembar kerja menghitung invers matriks dari bermacam macam contoh</p> <p>→ Membaca.</p> <p>Langkah langkah menghitung invers matriks baik secara manual maupun dari perhitungan program</p>
Problem statemen (pertanyaan/ identifikasi masalah)	<p><u>CRITICAL THINKING (BERPIKIR KRITIK)</u></p> <p>Guru memberikan kesempatan pada peserta didik untuk mengidentifikasi sebanyak mungkin pertanyaan yang berkaitan dengan gambar yang disajikan dan akan dijawab melalui kegiatan belajar,</p> <p>→ Mengajukan pertanyaan yang berkaitan dengan determinan matriks misalnya:</p> <p><i>Apabila terdapat Matriks A, bagaimanakah A^{-1}</i></p>
Data collection (pengumpulan data)	<p><u>KEGIATAN LITERASI</u></p> <p>Peserta didik mengumpulkan informasi yang relevan untuk menjawab pertanyaan yang telah diidentifikasi melalui kegiatan:</p> <p>→ Mengamati obyek/kejadian</p> <p>Menghitung invers matriks berordo 2×2 dan 3×3, yang sudah disediakan pada LK sesuai dengan kelompok dengan menggunakan program photomath</p> <p><u>COLLABORATION (KERJASAMA)</u></p> <p>Peserta didik dibentuk dalam beberapa kelompok untuk:</p> <p>→ Mendiskusikan</p> <p>Kecenderungan hasil penghitungan invers matriks yang tersedia pada LK masing masing kelompok</p> <p>→ Mengumpulkan informasi</p> <p>Memperkirakan sifat-sifat yang dapat dimunculkan pada pekerjaan Lembar kerja sesuai dengan kelompok</p> <p>→ Mempresentasikan ulang</p> <p>Setiap kelompok menyajikan perkiraan perkiraan sifat sifat operasi determinan matriks</p> <p>→ Saling tukar informasi tentang materi :</p> <p>sifat-sifat invers matriks berordo 2×2 dan 3×3</p>
Data processing (pengolahan Data)	<p><u>COLLABORATION (KERJASAMA) dan CRITICAL THINKING (BERPIKIR KRITIK)</u></p> <p>Peserta didik dalam kelompoknya berdiskusi mengolah data hasil pengamatan dengan cara :</p> <p>→ Berdiskusi tentang data dari Materi :</p> <p>sifat-sifat invers matriks berordo 2×2 dan 3×3</p>
Verification (pembuktian)	<p><u>CRITICAL THINKING (BERPIKIR KRITIK)</u></p> <p>Peserta didik mendiskusikan hasil pengamatannya dan memverifikasi hasil pengamatannya</p>

	dengan data-data atau teori pada buku sumber melalui kegiatan : → Apakah perkiraan tentang aturan atau sifat-sifat invers matriks berordo 2×2 dan 3×3 berlaku umum? bagaimanakah batasan batasannya?
Generalization (menarik kesimpulan)	COMMUNICATION (BERKOMUNIKASI) Peserta didik berdiskusi untuk menyimpulkan → sifat-sifat invers matriks berordo 2×2 dan 3×3 CREATIVITY (KREATIVITAS) → Menyimpulkan tentang point-point penting yang muncul dalam kegiatan pembelajaran yang baru dilakukan berupa : Laporan hasil pengamatan secara <i>tertulis</i> tentang materi : sifat-sifat invers matriks berordo 2×2 dan 3×3
Catatan : Selama pembelajaran sifat-sifat invers matriks berordo 2×2 dan 3×3 berlangsung, guru mengamati sikap siswa dalam pembelajaran yang meliputi sikap: nasionalisme, disiplin, rasa percaya diri, berperilaku jujur, tangguh menghadapi masalah tanggungjawab, rasa ingin tahu, peduli lingkungan	
Kegiatan Penutup (15 Menit)	
Peserta didik :	
<ul style="list-style-type: none"> Membuat resume (CREATIVITY) dengan bimbingan guru tentang point-point penting yang muncul dalam kegiatan pembelajaran yang baru dilakukan. 	
Guru :	
<ul style="list-style-type: none"> Memeriksa pekerjaan siswa yang selesai langsung diperiksa Memberikan koreksi secara klasikal atas miskonsepsi yang terjadi (apabila ada) Memberikan penghargaan untuk materi pelajaran Pengertian Matriks kepada kelompok yang memiliki kinerja dan kerjasama yang baik. 	

I. Penilaian, Pembelajaran Remedial dan Pengayaan

1. Teknik Penilaian (terlampir)

a. Sikap

- Penilaian Observasi

Penilaian observasi berdasarkan pengamatan sikap dan perilaku peserta didik sehari-hari, baik terkait dalam proses pembelajaran maupun secara umum. Pengamatan langsung dilakukan oleh guru. Berikut contoh instrumen penilaian sikap

No	Nama Siswa	Aspek Perilaku yang Dinilai				Jumlah Skor	Skor Sikap	Kode Nilai
		BS	JJ	TJ	DS			
1	Soenarto	75	75	50	75	275	68,75	C
2	

Keterangan :

- BS : Bekerja Sama
- JJ : Jujur
- TJ : Tanggun Jawab
- DS : Disiplin

Catatan :

- Aspek perilaku dinilai dengan kriteria:
100 = Sangat Baik
75 = Baik
50 = Cukup
25 = Kurang
- Skor maksimal = jumlah sikap yang dinilai dikalikan jumlah kriteria = $100 \times 4 = 400$
- Skor sikap = jumlah skor dibagi jumlah sikap yang dinilai = $275 : 4 = 68,75$
- Kode nilai / predikat :
75,01 – 100,00 = Sangat Baik (SB)
50,01 – 75,00 = Baik (B)
25,01 – 50,00 = Cukup (C)
00,00 – 25,00 = Kurang (K)

5. Format di atas dapat diubah sesuai dengan aspek perilaku yang ingin dinilai
- b. Pengetahuan**
- **Tertulis Uraian (hasil LKPD)**
 - **Tes Lisan/Observasi Terhadap Diskusi, Tanya Jawab dan Percakapan**
Praktek Monolog atau Dialog
- Penilaian Aspek Percakapan**

No	Aspek yang Dinilai	Skala				Jumlah Skor	Skor Sikap	Kode Nilai
		25	50	75	100			
1	Intonasi							
2	Pelafalan							
3	Kelancaran							
4	Ekspresi							
5	Penampilan							
6	Gestur							

c. Keterampilan

Instrumen Penilaian Diskusi

No	Aspek yang Dinilai	100	75	50	25
1	Penguasaan materi diskusi				
2	Kemampuan menjawab pertanyaan				
3	Kemampuan mengolah kata				
4	Kemampuan menyelesaikan masalah				

Keterangan :

- 100 = Sangat Baik
 75 = Baik
 50 = Kurang Baik
 25 = Tidak Baik

2. Instrumen Penilaian (terlampir)

- a. Pertemuan Pertama
- b. Pertemuan Kedua

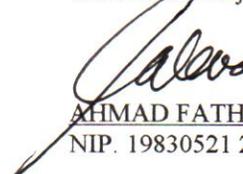
Lumajang, 1 Januari 2022

Mengetahui
 Kepala SMK Negeri Klakah



Drs WIDODO SUDIYONO,MM
 NIP. 19621116 198603 1 012

Guru Mata Pelajaran



AHMAD FATHONI ABAS, S.Si. M.Pd
 NIP. 19830521 200903 1 008

Catatan Kepala Sekolah

.....

.....

.....

.....

LEMBAR KEGIATAN PESERTA DIDIK (LKPD)

SIFAT-SIFAT DETERMINAN MATRIKS

NAMA KELOMPOK:

ANGGOTA:

- 1.
- 2.
- 3.
- 4.
- 5.

Kompetensi Dasar :

3.4 Menganalisis sifat-sifat determinan dan invers matriks berordo 2×2 dan 3×3

Indikator Pencapaian Kompetensi :

- ✓ Menghitung determinan dan invers matriks berordo 2×2 dan 3×3 baik secara manual maupun dengan program computer.
- ✓ Menemukan sifat-sifat determinan dan invers matriks berordo 2×2 dan 3×3
- ✓ Menyimpulkan sifat-sifat determinan dan invers matriks 2×2 dan 3×3
- ✓ Menggunakan prosedur untuk menyelesaikan masalah kontekstual yang berkaitan dengan determinan dan invers matriks berordo 2×2 dan 3×3

Tujuan Pembelajaran

- ❖ Setelah memperhatikan materi dan contoh pada LKPD serta memperhatikan guru menghitung Determinan dan Invers siswa dapat Menghitung determinan dan invers matriks berordo 2×2 dan 3×3
- ❖ Setelah mengerjakan soa-soal terkait dengan determinan dan invers siswa dapat menemukan sifat-sifat determinan dan invers matriks berordo 2×2 dan 3×3
- ❖ Setelah memperkirakan keunikan-keunikan operasi perhitungan determinan dan invers siswa dapat menyimpulkan sifat-sifat determinan dan invers matriks berordo 2×2 dan 3×3
- ❖ Setelah memahami sifat-sifat determinan dan invers matriks berordo 2×2 dan 3×3 siswa dapat menggunakannya untuk menyelesaikan masalah kontekstual yang berkaitan dengan matriks determinan dan invers matriks berordo 2×2 dan 3×3

PERTEMUAN 1

Petunjuk belajar

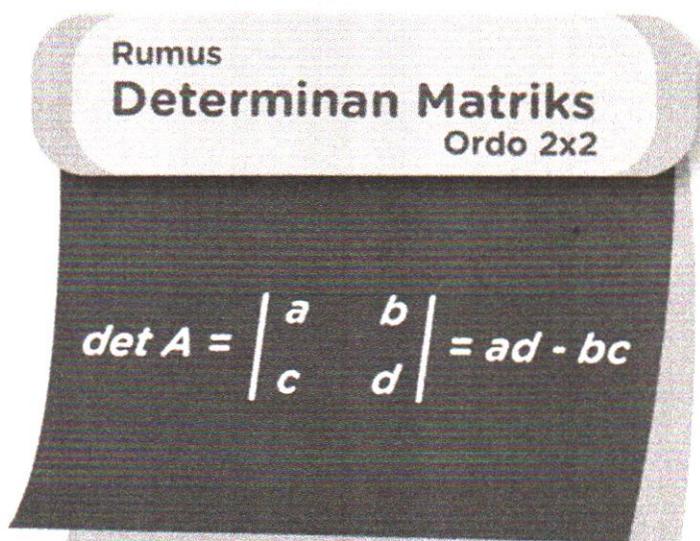
1. Perhatikan langkah-langkah menghitung Determinan Matriks pada Materi
2. Perhatikan langkah-langkah menghitung Determinan Matriks yang ditunjukkan oleh guru
3. Perhatikan langkah-langkah menghitung Determinan Matriks yang ditunjukkan oleh guru dengan menggunakan aplikasi
4. Instal aplikasi photomath
5. Selesaikan soal soal pada LKPD ini sesuai kelompok
6. Buat media presentasi
7. Presentasikan hasilnya didepan kelas

Kegiatan 1

Langkah-Langkah Menghitung Determinan Matriks

A. Determinan Matriks Ordo 2x2

Misalkan, $A = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$ adalah matriks berordo 2x2. Elemen a dan d terletak pada diagonal utama, sedangkan elemen b dan c terletak pada diagonal kedua. Determinan matriks A dapat diperoleh dengan mengurangkan hasil kali elemen-elemen diagonal utama dengan hasil kali elemen-elemen diagonal kedua.



Rumus
Determinan Matriks
Ordo 2x2

$$\det A = \begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix} = ad - bc$$

Contoh soal

Tentukanlah determinan matriks berikut!

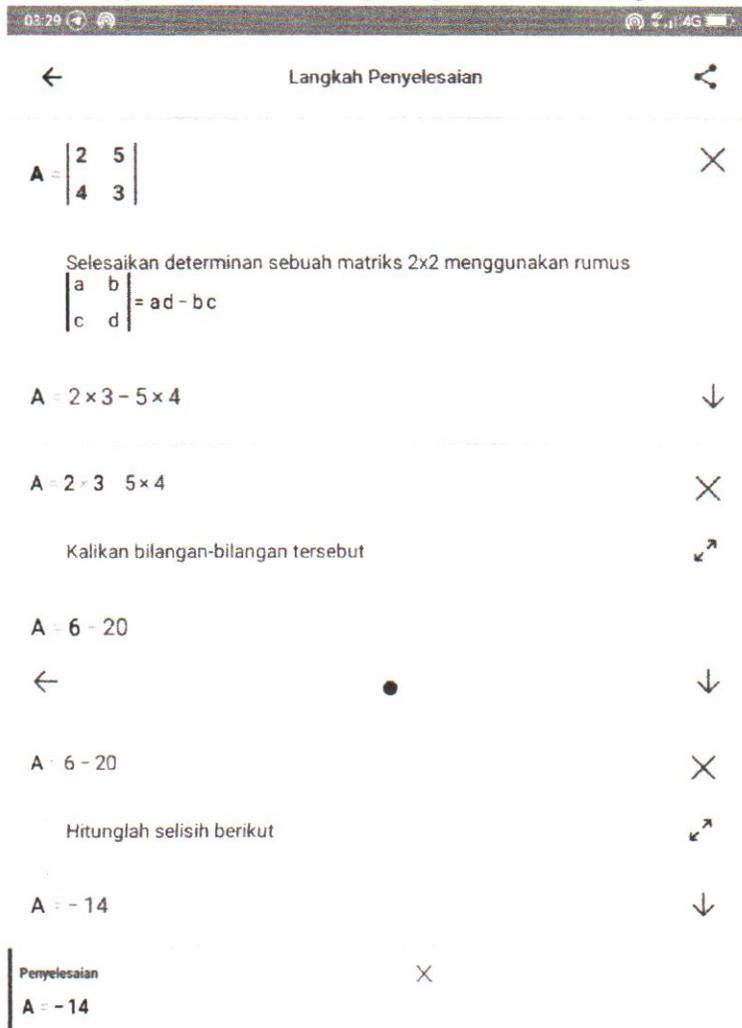
$$A = \begin{pmatrix} 2 & 5 \\ 4 & 3 \end{pmatrix}$$

Pembahasan:

$$\det A = \begin{vmatrix} 2 & 5 \\ 4 & 3 \end{vmatrix} = (2 \times 3) - (5 \times 4) = 6 - 20 = -14$$

Soal tersebut dapat dikerjakan dengan menggunakan aplikasi photomath, langkah-langkahnya sebagai berikut:

1. Instal aplikasi photomath
2. Buka aplikasinya
3. Foto pada bagian $\det A = \begin{vmatrix} 2 & 5 \\ 4 & 3 \end{vmatrix}$
4. Langsung muncul jawaban
5. Klik langkah penyelesaian
6. Hasil langkah penyelesaian pada photomath sebagai berikut:



C. b. Determinan Matriks Ordo 3x3

$$A = \begin{pmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & i \end{pmatrix}$$

Misalkan, adalah matriks berordo 3x3. Terdapat dua cara yang bisa dilakukan untuk mencari determinannya, yaitu menggunakan aturan *Sarrus* dan metode minor-kofaktor.



Rumus Determinan Matriks Ordo 3x3

1 Aturan Sarrus

$$\det A = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix}$$

Tulis kembali kolom ke-1 dan ke-2 di sebelah kanan matriks A.

$$\begin{matrix} a_{11} & a_{12} & & & & \\ a_{21} & a_{22} & & & & \\ a_{31} & a_{32} & & & & \\ & & a_{11} & a_{12} & & \\ & & a_{21} & a_{22} & & \\ & & a_{31} & a_{32} & & \end{matrix}$$

Kalikan elemen-elemen matriks tersebut sesuai dengan pola garis putus-putus yang digambarkan. Perhatikan nomor urutan serta tanda (+) dan (-) nya.

$$\begin{matrix} - & - & - & + & + & + \\ 4 & 5 & 6 & 1 & 2 & 3 \end{matrix}$$

Sehingga, diperoleh rumus determinan Matriks A, yaitu:

$$\det A = a_{11} a_{22} a_{33} + a_{12} a_{23} a_{31} + a_{13} a_{21} a_{32} - a_{13} a_{22} a_{31} - a_{11} a_{23} a_{32} - a_{12} a_{21} a_{33}$$

2 Metode Minor-Kofaktor

Misalkan, A_{ij} merupakan matriks bagian dari matriks A yang diperoleh dengan cara menghilangkan baris ke- i dan kolom ke- j .

Minor matriks A_{ij} diberi notasi M_{ij} , dengan $M_{ij} = \det A_{ij}$.
 Kofaktor matriks A_{ij} diberi notasi C_{ij} , dengan $C_{ij} = (-1)^{i+j} M_{ij}$

Sehingga, diperoleh rumus determinan Matriks A, yaitu:

$$\det A = \sum_{j=1}^n a_{ij} \cdot C_{ij} \text{ , untuk sembarang kolom } j (j = 1, 2, \dots, n)$$

Atau

$$\det A = \sum_{i=1}^n a_{ij} \cdot C_{ij} \text{ , untuk sembarang baris } i (i = 1, 2, \dots, n)$$

dengan a_{ij} = elemen matriks A_{ij}

Contoh Soal

Tentukan determinan matriks berikut ini menggunakan aturan Sarrus dan metode minor-kofaktor!

$$A = \begin{pmatrix} 4 & 2 & 8 \\ 2 & 1 & 5 \\ 3 & 2 & 4 \end{pmatrix}$$

Pembahasan:

- **Aturan Sarrus**

Agar lebih mudah, kita tulis kembali elemen-elemen pada kolom ke-1 dan ke-2 di sebelah kanan matriks A sebagai berikut:

$$\begin{matrix} 4 & 2 & & & & \\ 2 & 1 & & & & \\ 3 & 2 & & & & \\ & & 4 & 2 & & \\ & & 2 & 1 & & \end{matrix}$$

menghilangkan baris ke-i dan kolom ke-j. Maksudnya bagaimana? Oke, coba kamu perhatikan baik-baik ya.

Sebelumnya, kita telah memilih elemen-elemen pada baris ke-1, yaitu a_{11} , a_{12} , dan a_{13} . Oleh karena itu, matriks bagian dari matriks A nya adalah A_{11} , A_{12} , dan A_{13} .

- A_{11} diperoleh dengan menghilangkan elemen-elemen pada baris ke-1 dan kolom ke-1.

$$A_{11} = \begin{pmatrix} \boxed{4} & \boxed{2} & \boxed{8} \\ 2 & 1 & 5 \\ 3 & 2 & 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 5 \\ 2 & 4 \end{pmatrix} \text{ maka } M_{11} = \begin{vmatrix} 1 & 5 \\ 2 & 4 \end{vmatrix}$$

- A_{12} diperoleh dengan menghilangkan elemen-elemen pada baris ke-1 dan kolom ke-2.

$$A_{12} = \begin{pmatrix} \boxed{4} & \boxed{2} & \boxed{8} \\ 2 & \boxed{1} & \boxed{5} \\ 3 & \boxed{2} & \boxed{4} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 5 \\ 3 & 4 \end{pmatrix} \text{ maka } M_{12} = \begin{vmatrix} 2 & 5 \\ 3 & 4 \end{vmatrix}$$

- A_{13} diperoleh dengan menghilangkan elemen-elemen pada baris ke-1 dan kolom ke-3.

$$A_{13} = \begin{pmatrix} \boxed{4} & \boxed{2} & \boxed{8} \\ 2 & 1 & \boxed{5} \\ 3 & 2 & \boxed{4} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 2 \end{pmatrix} \text{ maka } M_{13} = \begin{vmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 2 \end{vmatrix}$$

Sehingga,

$$\begin{aligned} \det A &= a_{11} \cdot C_{11} + a_{12} \cdot C_{12} + a_{13} \cdot C_{13} \\ &= 4 \cdot (-1)^{1+1} \begin{vmatrix} 1 & 5 \\ 2 & 4 \end{vmatrix} + 2 \cdot (-1)^{1+2} \begin{vmatrix} 2 & 5 \\ 3 & 4 \end{vmatrix} + 8 \cdot (-1)^{1+3} \begin{vmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 2 \end{vmatrix} \\ &= 4 \cdot (4 - 10) - 2 \cdot (8 - 15) + 8 \cdot (4 - 3) \\ &= -24 + 14 + 8 = -2 \end{aligned}$$

Sedangkan pada aplikasi photomath didapat hasil sebagai berikut

$$|A| = \begin{vmatrix} 4 & 2 & 8 \\ 2 & 1 & 5 \\ 3 & 2 & 4 \end{vmatrix} \quad \times$$

Salin dua kolom pertama dan tuliskanlah ke kanan determinannya

$$|A| = \begin{vmatrix} 4 & 2 & 8 & 4 & 2 \\ 2 & 1 & 5 & 2 & 1 \\ 3 & 2 & 4 & 3 & 2 \end{vmatrix} \quad \downarrow$$

$$|A| = 4 \times 1 \times 4 + 2 \times 5 \times 3 + 8 \times 2 \times 2 - (3 \times 1 \times 8 + 2 \times 5 \times 4 + 4 \times 2 \times 2) \quad \times$$

Hitunglah hasil kali tersebut

$$|A| = 16 + 30 + 32 - (24 + 40 + 16) \quad \downarrow$$

←

$$|A| = \begin{vmatrix} 4 & 2 & 8 & 4 & 2 \\ 2 & 1 & 5 & 2 & 1 \\ 3 & 2 & 4 & 3 & 2 \end{vmatrix} \quad \times$$

Menggunakan aturan Sarrus, tambahkan hasil kali diagonal utama dari atas ke bawah dan kurangkan hasil kali diagonal dari bawah ke atas

$$|A| = 4 \times 1 \times 4 + 2 \times 5 \times 3 + 8 \times 2 \times 2 - (3 \times 1 \times 8 + 2 \times 5 \times 4 + 4 \times 2 \times 2) \quad \downarrow$$

$$|A| = 16 + 30 + 32 - (24 + 40 + 16) \quad \times$$

Hitunglah penjumlahan dari bilangan-bilangan positif

$$|A| = 16 + 30 + 32 - 80 \quad \downarrow$$

$$|A| = 16 + 30 + 32 - 80 \quad \times$$

Hitunglah jumlah atau selisihnya

$$|A| = -2 \quad \downarrow$$

Kegiatan 2

Kerja Kelompok Menemukan Sifat-Sifat Determinan Matriks

- ❖ Diskusikan dengan teman kelompokmu sesuai soal yang dibagikan perkelompok
- ❖ Amati dan temukan ciri-ciri khusus determinan yang dihitung sesuai soal pada kelompok masing masing
- ❖ Buat perkiraan aturan-aturan (sifat-sifat) yang muncul setelah kalian lakukan perhitungan.
- ❖ Presentasikan hasil temuanmu didepan kelas supaya dapat dipahami oleh kelompok yang lain.

A. Tugas untuk kelompok 1

1. Diketahui matriks $A = \begin{bmatrix} -3 & -7 \\ 4 & 5 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} 4 & 0 \\ -2 & 1 \end{bmatrix}$ dan $C = \begin{bmatrix} 2 & -7 \\ -2 & 5 \end{bmatrix}$, diketahui juga bahwa $AB = C$, hitunglah
 - a. Determinan Matriks A
 - b. Determinan Matriks B
 - c. Determinan Matriks C
 - d. Hasil kali determinan matriks A dengan determinan matriks B
 - e. Menurut kelompok anda apakah terdapat keunikan pada hasil C dan hasil D?

2. Diketahui matriks $A = \begin{pmatrix} 6 & 1 & 3 \\ -1 & 1 & 2 \\ 4 & 1 & 3 \end{pmatrix}$ dan $B = \begin{pmatrix} 1 & 5 & 2 \\ -1 & 0 & 1 \\ 3 & 2 & 4 \end{pmatrix}$

Hitunglah

- a. Matriks $C = AB$
 - b. determinan matriks A
 - c. determinan matriks B
 - d. hasil kali dari determinan matriks A dengan determinan matriks B
 - e. Determinan matriks C
 - f. Bandingkan hasil poin D dengan hasil pada poin E
3. Dari soal nomor 1 dan nomor 2, tentukan keunikan yang terjadi, kemudian buatlah rumus atau aturan yang berkaitan dengan determinan matriks, dengan bahasamu sendiri.

B. Tugas untuk kelompok 2

$$A = \begin{pmatrix} 4 & 2 \\ 5 & 3 \end{pmatrix}$$

4. Diketahui matriks $A = \begin{pmatrix} 4 & 2 \\ 5 & 3 \end{pmatrix}$, hitunglah
- Matriks A^T
 - Hitung nilai determinan matriks A
 - Hitung nilai determinan matriks A^T
 - Bandungkan hasil poin B dengan hasil pada poin C, apakah terdapat keunikan?

$$M = \begin{pmatrix} 6 & 1 & 3 \\ -1 & 1 & 2 \\ 4 & 1 & 3 \end{pmatrix}$$

5. Diketahui matriks $M = \begin{pmatrix} 6 & 1 & 3 \\ -1 & 1 & 2 \\ 4 & 1 & 3 \end{pmatrix}$, hitunglah
- Matriks M^T
 - Hitung nilai determinan matriks M
 - Hitung nilai determinan matriks M^T
 - Bandungkan hasil poin B dengan hasil pada poin C, apakah terdapat keunikan
6. Dari soal nomor 4 dan nomor 5, tentukan keunikan yang terjadi, kemudian buatlah rumus atau aturan yang berkaitan dengan determinan matriks dengan bahasamu sendiri.

C. Tugas untuk kelompok 3

7. Diketahui matriks $A = \begin{bmatrix} -3 & -7 \\ 4 & 5 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} 4 & 0 \\ -2 & 1 \end{bmatrix}$ dan $C = \begin{bmatrix} 2 & -7 \\ -2 & 5 \end{bmatrix}$ apabila terdapat $k = 3$ hitunglah
- Determinan Matriks A
 - Determinan Matriks B
 - Determinan Matriks C
 - Susunlah matriks $M = kA$, $N = kB$ dan $R = kC$
 - Determinan Matriks M
 - Determinan Matriks N
 - Determinan Matriks R
 - Bandungkan nilai determinan matriks A dengan Determinan Matriks M

12. Dari soal nomor 10 dan nomor 11, tentukan keunikan yang terjadi, kemudian buatlah rumus atau aturan yang berkaitan dengan determinan matriks dengan bahasamu sendiri.

E. Tugas untuk kelompok 5

13. Diketahui matriks $A = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ -4 & -2 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} 3 & 5 \\ 9 & 15 \end{bmatrix}$, $C = \begin{bmatrix} -1 & -7 \\ 2 & 14 \end{bmatrix}$ dan $D = \begin{bmatrix} 5 & -5 \\ -5 & 5 \end{bmatrix}$ hitunglah:

- Determinan Matriks A
- Determinan Matriks B
- Determinan Matriks C
- Determinan Matriks D
- Adakah yang unik dari determinan matriks2 tersebut? Sebutkan?
- Mengapa hal itu bisa terjadi?

14. Diketahui matriks $A = \begin{pmatrix} 4 & 2 & 2 \\ 4 & 5 & 6 \\ 2 & 1 & 1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 5 & -2 & -1 \\ 4 & 12 & 6 \\ 7 & 2 & 1 \end{pmatrix}$, $C = \begin{pmatrix} 2 & 0 & -1 \\ 4 & 0 & -2 \\ 2 & 3 & 1 \end{pmatrix}$ dan

$$D = \begin{pmatrix} 1 & 4 & -1 \\ 3 & 12 & 6 \\ 5 & 20 & 1 \end{pmatrix} \text{ hitunglah}$$

- Determinan Matriks A
- Determinan Matriks B
- Determinan Matriks C
- Determinan Matriks D
- Adakah yang unik dari determinan matriks2 tersebut? Sebutkan?
- Mengapa hal itu bisa terjadi?

15. Dari soal nomor 10 dan nomor 11, tentukan keunikan yang terjadi, kemudian buatlah rumus atau aturan yang berkaitan dengan determinan matriks dengan bahasamu sendiri.