

KOMPETENSI DASAR

- 3.4 Menjelaskan dan menentukan penyelesaian sistem pertidaksamaan dua variabel (linear-kuadrat dan kuadrat-kuadrat)
- 4.4 Menyajikan dan menyelesaikan masalah yang berkaitan dengan sistem pertidaksamaan dua variabel (linear-kuadrat dan kuadrat-kuadrat)

INDIKATOR

- 3.4.1 Menjelaskan sistem pertidaksamaan dua variabel
- 3.4.2 Menentukan penyelesaian sistem pertidaksamaan dua variabel linear-kuadrat

MATERI

SISTEM PERTIDAKSAMAN LINEAR – KUADRAT

A. Sistem Pertidaksamaan Dua Variable

Sistem pertidaksamaan dua variable merupakan kumpulan dari beberapa pertidaksamaan ($<$, $>$, \leq dan \geq)

I. Menyelesaikan sistem pertidaksamaan kuadrat dua variable

Solusi/penyelesaian dari sistem pertidaksamaan kuadrat dua variable adalah perpotongan (irisan) dari kurva pertidaksamaan- pertidaksamaan yang membentuk system tersebut

Gambarkan kurva pembatas dibuat dengan aturan sebagai berikut:

- i. Pertdaksamaan yang memuat lambang $<$ atau $>$, kurva pembatasnya digambar dengan garis putus-putus
- ii. Pertdaksamaan yang memuat lambang \leq atau \geq , kurva pembatasnya digambar dengan garis penuh

Bagian yang merupakan daerah himpunan penyelesaian dari suatu pertdaksamaan biasanya ditandai dengan arsiran atau diwarnai

B. Menyelesaikan sistem pertidaksamaan dua variable linear-kuadrat

Langkah-langkah menentukan daerah penyelesaian sistem pertidaksamaan linear-kuadrat adalah sebagai berikut :

- 1. Gambarkan grafik fungsi linear dan fungsi kuadrat pada satu sumbu koordinat kartesius
- 2. Tentukan daerah pertidaksamaan kedua fungsi dengan menggunakan uji titik

Contoh 1

Tentukan daerah penyelesaian sistem pertidaksamaan linear kuadrat

$$\begin{cases} y \leq x \\ y \geq x^2 \end{cases}$$

Pembahasan

$$\begin{cases} y \leq x \\ y \geq x^2 \end{cases}$$

Langkah pembahasan

1. Gambarkan grafik fungsi linear dan fungsi kuadrat pada satu sumbu koordinat kartesius

Langkah-langkah menggambar kurva persamaan linear $y = x$

- i. Titik potong dengan kedua sumbu koordinat

- Dengan sumbu x jika $y = 0$

$$0 = x$$

$$x = 0$$

$$\therefore A(0,0)$$

- Dengan sumbu y jika $x = 0$

$$y = 0$$

$$\therefore B(0,0)$$

- ii. Table titik bantu

X	2
Y	2
(x,y)	(2,2)

Langkah-langkah menggambar kurva persamaan kuadrat $y = x^2$

- i. Titik potong dengan kedua sumbu koordinat

- Dengan sumbu x jika $y = 0$

$$0 = x^2$$

$$\therefore (0,0)$$

- Dengan sumbu y jika $x = 0$

$$y = 0^2$$

$$\therefore (0,0)$$

ii. Titik puncak $P\left(-\frac{b}{2a}, -\frac{D}{4a}\right)$
 $a = 1, b = 0, c = 0$

$$P\left(-\frac{b}{2a}, -\frac{D}{4a}\right) = P\left(-\frac{0}{2 \cdot 1}, -\frac{0}{4 \cdot 1}\right)$$

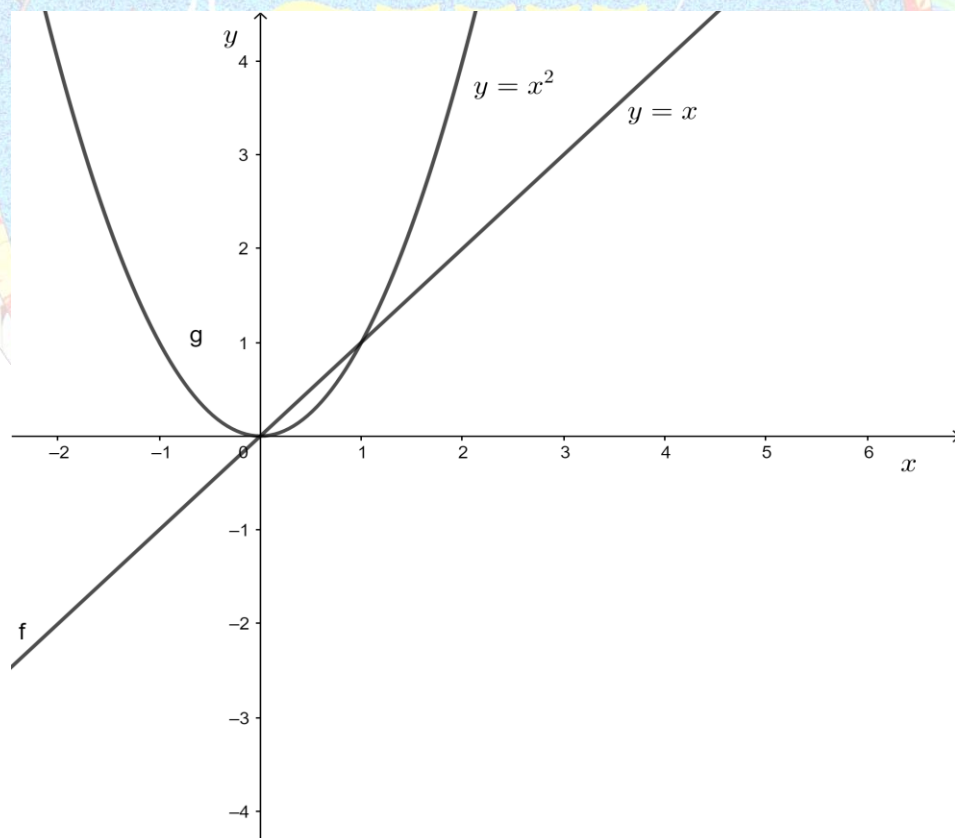
$$\therefore P(0,0)$$

iii. Sumbu simetri $x = -\frac{b}{2a}$
 $x = 0$

iv. Table titik bantu

x	-2	-1	1	2
$y = x^2$	4	1	1	4
(x, y)	(-2,4)	(-1,1)	(1,1)	(2,4)

Menggambar grafik



2. Tentukan daerah pertidaksamaan kedua fungsi dengan menggunakan uji titik

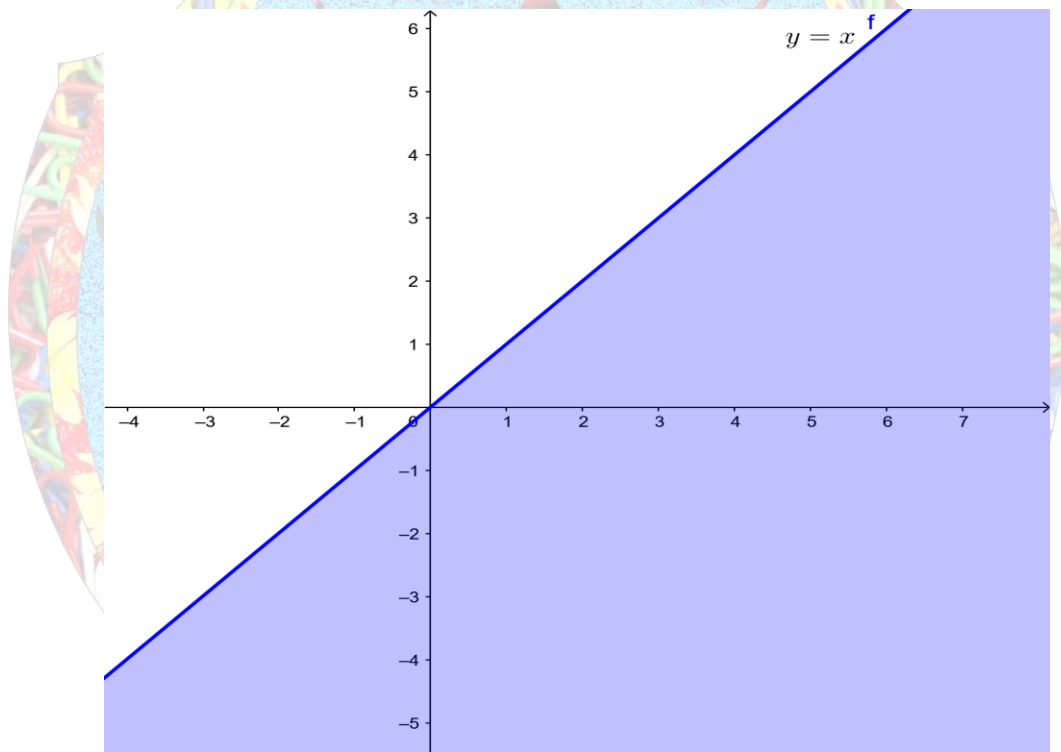
Untuk $y \leq x$ maka kita uji dengan mengambil sebuah titik yang tidak pada garis, misalkan $(2,0)$.

Substitusikan titik $(2,0)$ ke $y \leq x$

$$(2,0) \rightarrow y \leq x$$

$$0 \leq 2$$

Pernyataan $0 \leq 2$ bernilai benar, berarti titik $(2,0)$ merupakan titik yang terdapat pada daerah penyelesaian dan kita arsir daerah itu seperti pada gambar



Untuk $y \geq x^2$ maka kita uji dengan mengambil sebuah titik yang tidak pada garis, misalkan $(0,2)$.

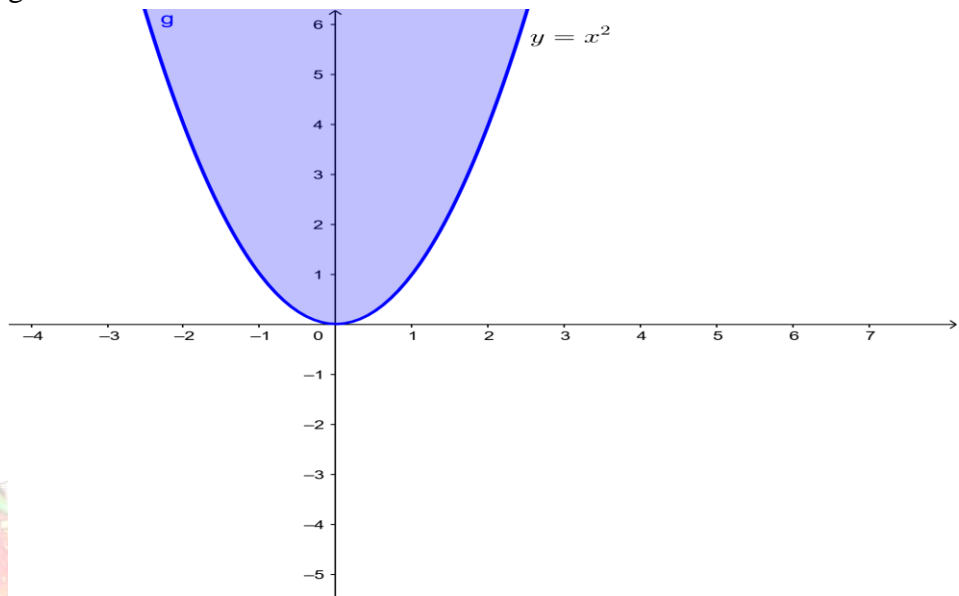
Substitusikan titik $(0,2)$ ke $y \geq x^2$

$$(0,2) \rightarrow y \geq x^2$$

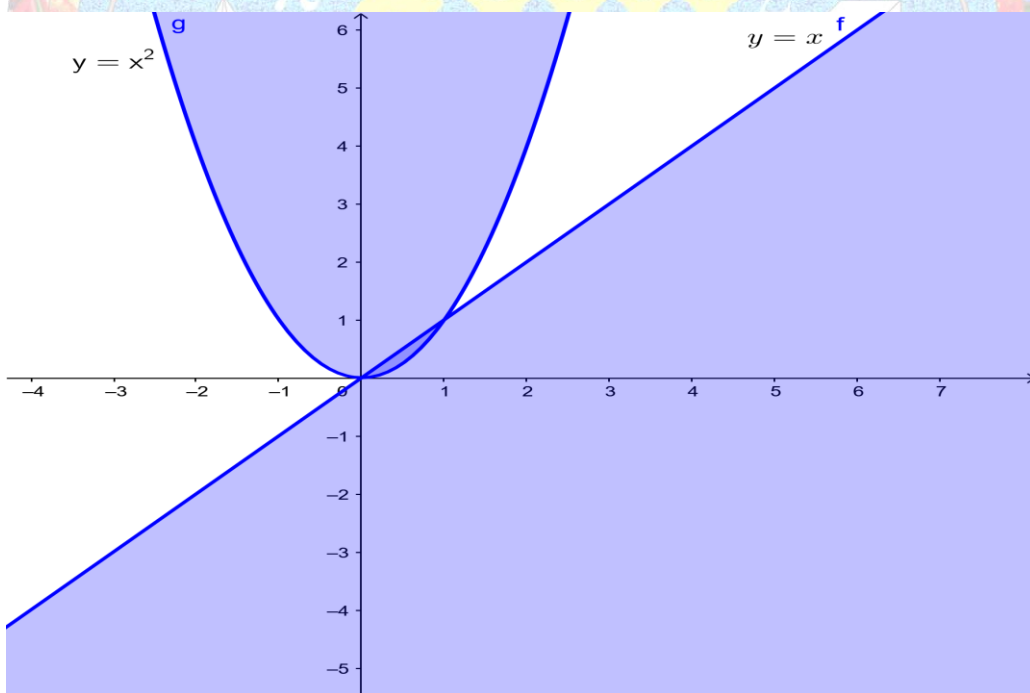
$$2 \geq 0^2$$

$$2 \geq 0$$

Pernyataan $2 \geq 0$ bernilai benar, berarti titik $(0,2)$ merupakan titik yang terdapat pada daerah penyelesaian dan kita arsir daerah itu seperti pada gambar



Kedua buah grafik diatas kita gambarkan dalam satu koordinat kartesius



Jadi, daerah penyelesaian $\begin{cases} y \leq x \\ y \geq x^2 \end{cases}$ adalah daerah yang terarsir dua kali dengan warna biru lebih gelap

Contoh 2

Tentukan daerah penyelesaian sistem pertidaksamaan linear kuadrat

$$\begin{cases} y \geq x + 2 \\ y \leq x^2 + x - 2 \end{cases}$$

Langkah pembahasan

1. Gambarkan grafik fungsi linear dan fungsi kuadrat pada satu sumbu koordinat kartesius

Langkah-langkah menggambar kurva persamaan linear $y = x + 2$

- i. Titik potong dengan kedua sumbu koordinat

- Dengan sumbu x jika $y = 0$

$$0 = x + 2$$

$$x = -2$$

$$\therefore (-2, 0)$$

- Dengan sumbu y jika $x = 0$

$$y = 0 + 2$$

$$y = 2$$

$$\therefore (0, 2)$$

- ii. Table titik bantu

Tidak diperlukan karena dua titik diatas dapat dibuat garis

Langkah-langkah menggambar kurva persamaan kuadrat

$$y = x^2 + x - 2$$

- i. Titik potong dengan kedua sumbu koordinat

- Dengan sumbu x jika $y = 0$

$$x^2 + x - 2 = 0$$

$$(x + 2)(x - 1) = 0$$

$$x + 2 = 0 \text{ atau } x - 1 = 0$$

$$x = -2 \text{ atau } x = 1$$

$$\therefore A(-2, 0) \text{ dan } B(1, 0)$$

- Dengan sumbu y jika $x = 0$

$$y = 0^2 + 0 - 2$$

$$y = -2$$

$$\therefore C(0, -2)$$

- ii. Titik puncak $P\left(-\frac{b}{2a}, -\frac{D}{4a}\right)$

$$a = 1, b = 1 \text{ dan } c = -2$$

$$D = b^2 - 4ac$$

$$D = 1^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-2)$$

$$D = 1 + 8 = 9$$

$$P\left(-\frac{1}{2 \cdot 1}, -\frac{9}{4 \cdot 1}\right)$$

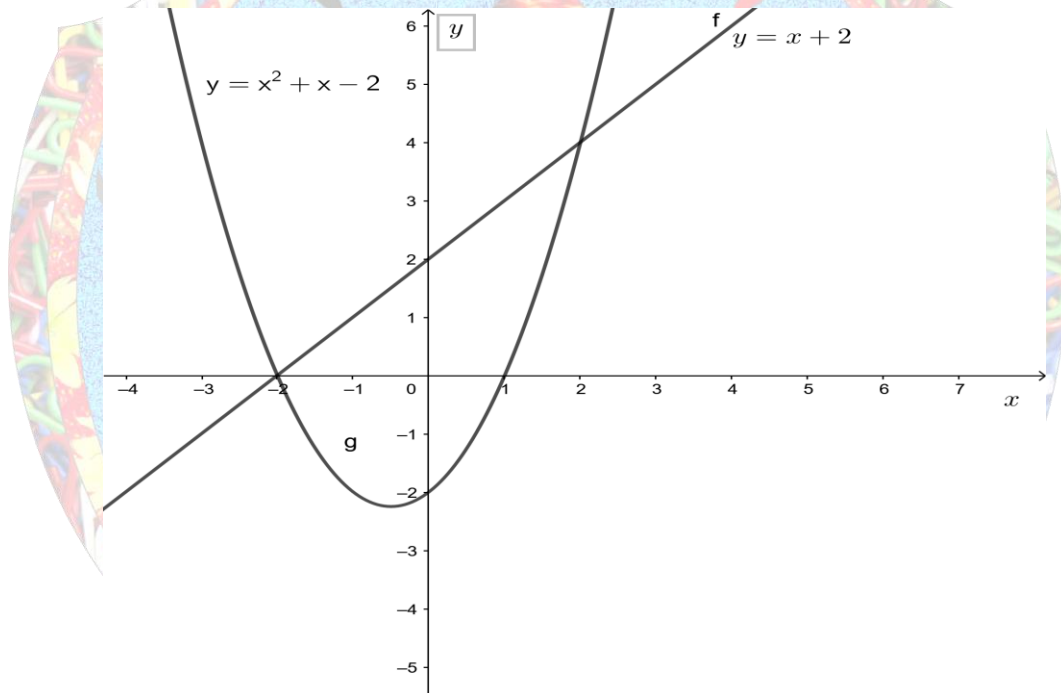
$$P\left(-\frac{1}{2}, -\frac{9}{4}\right)$$

$$P\left(-\frac{1}{2}, -2\frac{1}{4}\right)$$

iii. Sumbu simetri $x = -\frac{b}{2a}$

$$x = -\frac{1}{2}$$

Menggambar grafik



2. Tentukan daerah pertidaksamaan kedua fungsi gunakan uji titik

Untuk $y \geq x + 2$, kita uji dengan mengambil sebuah titik misalkan $(0,0)$.

Substitusikan $(0,0)$ ke $y \geq x + 2$

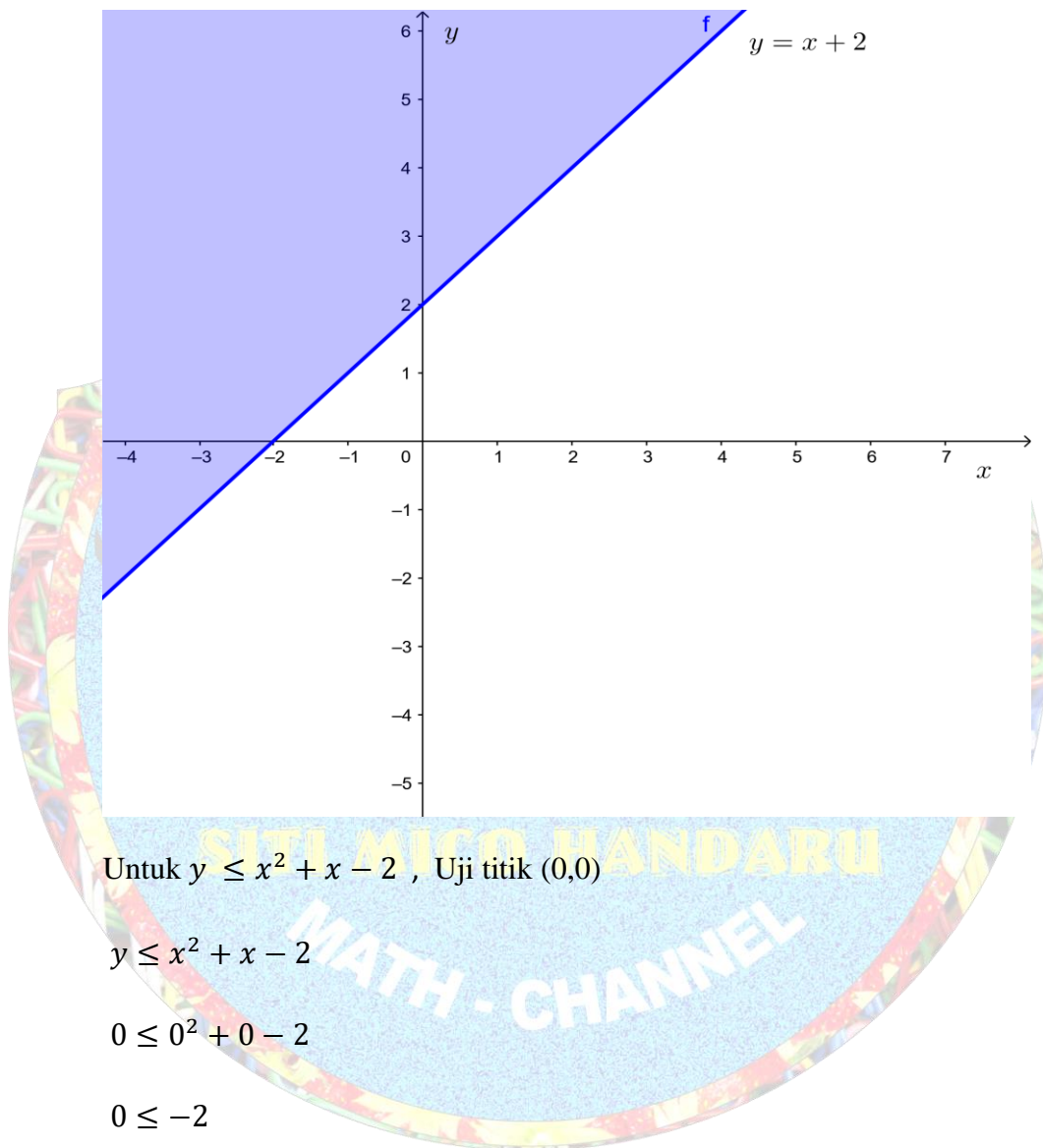
$$(0,0) \rightarrow y \geq x + 2$$

$$0 \geq 0 + 2$$

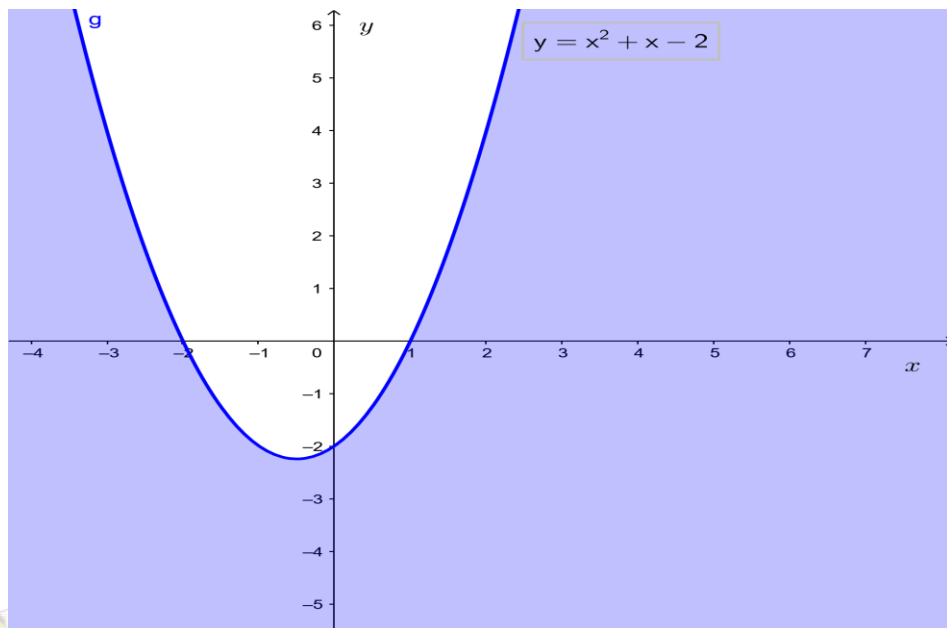
$$0 \geq 2$$

Pernyataan $0 \geq 2$ adalah salah maka titik $(0,0)$ **bukan merupakan titik yang berada pada daerah penyelesaian** .

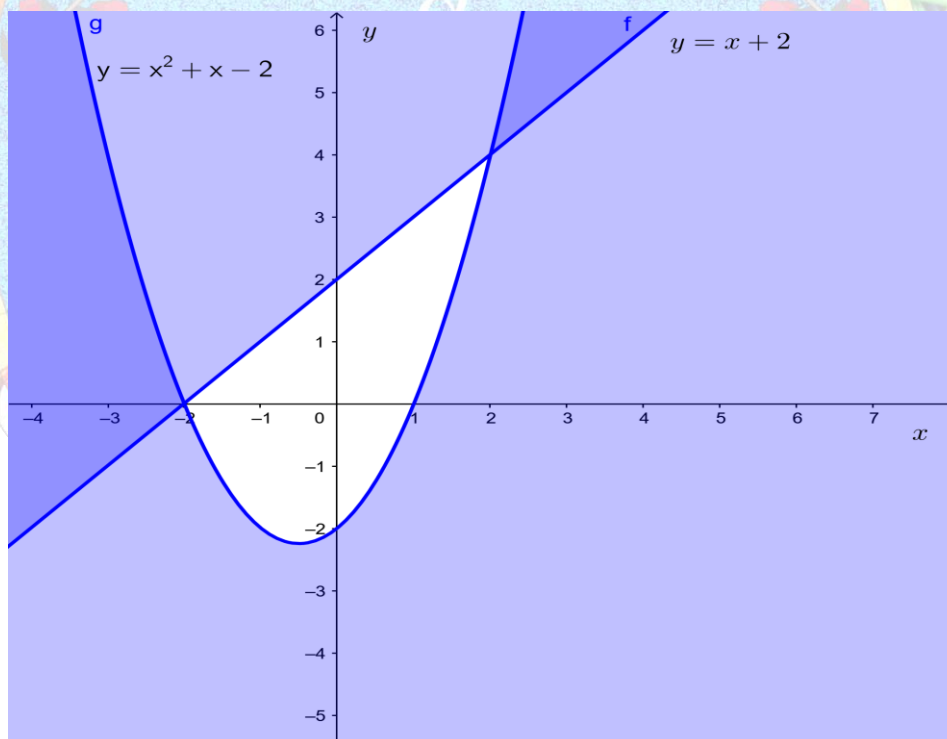
Sehingga daerah yang diarsir adalah daerah yang di seberang titik $(0,0)$ seperti pada gambar berikut ini



pernyataan $0 \leq -2$ ini salah maka daerah yang memuat titik $(0,0)$ **bukan merupakan daerah penyelesaian** maka yang diarsir adalah daerah di seberang titik $(0,0)$ seperti pada gambar



Kedua buah grafik di gambarkan pada satu koordinat kartesius



Jadi, daerah penyelesaian $\begin{cases} y \geq x + 2 \\ y \leq x^2 + x - 2 \end{cases}$ adalah daerah yang terarsir dua kali dengan warna biru lebih gelap

LATIHAN

Tentukan daerah penyelesaian sistem pertidaksamaan linear kuadrat

1.
$$\begin{cases} y \geq -2x + 1 \\ y \leq x^2 - 4x + 3 \end{cases}$$

2.
$$\begin{cases} y \leq 2x \\ y \geq x^2 \end{cases}$$

3.
$$\begin{cases} y \leq 3x \\ y \geq 4 - x^2 \end{cases}$$

4.
$$\begin{cases} y \geq 5 - x \\ y \geq x^2 - 4x - 5 \end{cases}$$

5.
$$\begin{cases} y \leq 2 - x \\ y \leq x^2 - 7x + 10 \end{cases}$$

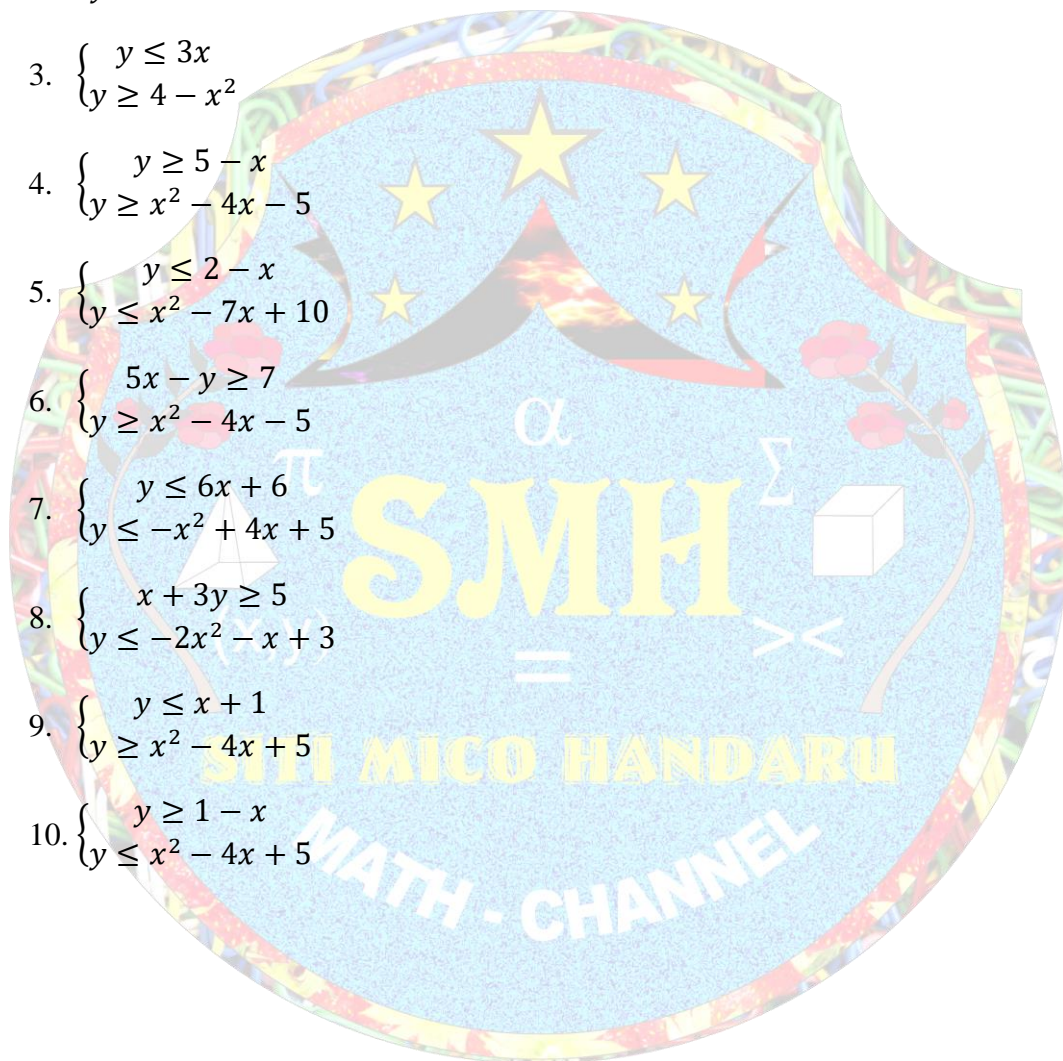
6.
$$\begin{cases} 5x - y \geq 7 \\ y \geq x^2 - 4x - 5 \end{cases}$$

7.
$$\begin{cases} y \leq 6x + 6 \\ y \leq -x^2 + 4x + 5 \end{cases}$$

8.
$$\begin{cases} x + 3y \geq 5 \\ y \leq -2x^2 - x + 3 \end{cases}$$

9.
$$\begin{cases} y \leq x + 1 \\ y \geq x^2 - 4x + 5 \end{cases}$$

10.
$$\begin{cases} y \geq 1 - x \\ y \leq x^2 - 4x + 5 \end{cases}$$



PENILAIAN HARIAN

Gambarlah daerah himpunan penyelesaian sistem pertidaksamaan berikut

1.
$$\begin{cases} y \geq 2x + 3 \\ y \leq x^2 \end{cases}$$

2.
$$\begin{cases} x - y - 2 \leq 0 \\ y \leq x^2 \end{cases}$$

3.
$$\begin{cases} y \leq x + 2 \\ y \geq 7x^2 + 8x - 12 \end{cases}$$

4.
$$\begin{cases} y \geq x - 1 \\ y \leq x^2 - 3x + 2 \end{cases}$$

5.
$$\begin{cases} y \geq x - 4 \\ y \geq 2x^2 - 32 \end{cases}$$

6.
$$\begin{cases} y \leq 2x + 2 \\ y \leq x^2 - x - 2 \end{cases}$$

7.
$$\begin{cases} y \leq x + 6 \\ y \geq x^2 + 6x \end{cases}$$

