Satuan Pendidikan	**:**	**SMA NEGERI 1 KESAMBEN**
Mata Pelajaran	**:**	**MATEMATIKA WAJIB**
Kelas /Semester	**:**	**XI/ Genap**
KD/Materi	**:**	**Menganalisis, membandingkan dan transformasi dan komposisi transformasi dengan menggunakan matriks serta menyelesaikan permasalahan yang terkait dengan transformasi**
Alokasi Waktu	**:**	**8 x 45**

A. TUJUAN PEMBELAJARAN

Menggunakan literasi, berlatih serta berkolaborasi dengan para pihak siswa dapat:

- Mampu memahami pengertian dasar transformasi dasar.
- Mampu mengembangkan transformasi dasar sampai komposisi transformasi.
- Mampu menyelesaikan persoalan yang berkaitan dengan transformasi.

B. KEGIATAN PEMBELAJARAN

- Setiap awal pertemuan melakukan presensi, memberi motivasi, dan memeriksa tugas yang pernah diberikan (menindak lanjuti bilamana perlu).
- Meminta siswa membaca materi transformasi di buku paket yang telah dipinjam dari perpustakaan sekolah dan mencari dan membaca literasi yang terkait termasuk ringkasan rumus-rumus transporasi di halaman setelah ini.
- Untuk melatih dan melihat pemahaman terhadap materi atau konsep transpormasi dapat diakses quiz Hot Potatoes di alamat **https://vdyncbuqfvdfr0xgwk7ceq-on.drv.tw/html/form1/Transformasi%20_potator.htm**
- Jika mendapatkan problem dapat disampaikan ke **WA grup** atau masalah ditulis di komentar laman **https://gunawansusilo64.wordpress.com/ruang-matematika/**, nanti saya bantu melalui laman itu.
- Permasalahan juga dapat disampaikan saat tatap muka.

C. PENILAIAN

1. Sikap	:	▪	Melalui pengamatan respon dan aktifitas saat kegiatan.
2. Pengetahuan	:	▪	Test melalui aplikasi **Matematika Caki**l melalui menu Local Digital Test (**LDT**) atau Global Digital Test (**GDT**).
3. Ketrampilan	:	▪	Mengumpulkan hasil pekerjaan salah satu paket soal dinamis di aplikasi Matematika Cakil setelah ada pemberitahuan.

	Blitar, 5 Januari 2021
Kepala SMAN 1 Kesamben	Guru Mata Pelajaran
EDY SASMITO, M.Pd.	**DRS. GUNAWAN SUSILO**
Nip. 19720726 200501 1 013	Nip. 19640805 199903 1 004

Mengetahui

Pengawas Pembina

Drs.SUDIBYO, M.P.d

NIP.19610122 198503 1008

TRANSPORMASI

PERGESERAN (TRANSLASI)

Pergeseran titik A(x,y) dengan translasi $\begin{bmatrix} p \\ q \end{bmatrix}$ mengasilkan A’(x + p,y + q).

PENCERMINAN (REFLEKSI)

Pencerminan	Penulisan dengan matrik
A(x,y) dicerminkan pada sumbu x mengasilkan A’(x,-y)	$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$
A(x,y) dicerminkan pada sumbu y mengasilkan A’(-x,y)	$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$
A(x,y) dicerminkan pada titik pusat koordinat O(0,0) menghasilkan A’(-x,-y)	$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$

PERPUTARAN (ROTASI)

Rotasi	Penulisan dengan matrik
A(x,y) dirotasikan pusat koordinat O(0,0) sebesar α mengasilkan A’(x cos(α) – y sin(α),x sin(α) + y cos(α))	$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} \cos(\alpha) & -\sin(\alpha) \\ \sin(\alpha) & \cos(\alpha) \end{bmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$
A(x,y) dicerminkan pada sumbu y hasilnya A’(-x,y)	$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$
A(x,y) dicerminkan pada titik pusat koordinat O(0,0) A’(-x,-y)	$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$

PERUBAHAN UKURAN (DILATASI)

Dilatasi	Penulisan dengan matrik
A(x,y) didilatasikan dengan dengan sekala k mengasilkan A’(kx,ky)	$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} \mathrm{k} & 0 \\ 0 & \mathrm{k} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$

KOMPOSISI TRANSPORMASI

Merupakan strategi transpormasi dasar untuk menyelesaikan persoalan transformasi.

Misal kita mencari cara mendapatkan hasil transformasi **A(x,y)** yang dicerminkan ke titik **(a,b)** dapat kita lakukan dengan menggunakan langkah,

Agar dapat memakai refleksi di pusat koordinat O(0,0) maka kita translasikan A(x,y) dengan $-\begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix}$ maka mengasilkan A’(x-a,y-b) kemudian kita lanjutkan dengan merefleksikan A’ ke pusat koordinat O(0,0) akan menghasilkan A’’(-x+a,-y+b) kemudian A’’ kita translasikan $\begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix}$ dan mengasilkan (2a-x,2b-y). asil akhir merupakan hasil dari A yang direfleksikan ke titik (a,b).	Menggunakan matrik hasil akhir tersebut dapat ditulis dalam bentuk, $\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} x'' \\ y'' \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} \left[\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix} \right]$ $\begin{pmatrix} x''' \\ y''' \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} \left[\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix} \right] + \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}$

Misal kita cari hasil transformasi **A(x,y)** yang dicerminkan ke garis **y = x** dapat dilakukan langkah,

Sudut garis y=x dan x=0 adalah 45^o maka putar A(x,y) dengan sudut 45^o pusat (0,0) menghasilkan A’ (cos(45^o)x –sin(45^o)y,sin(45^o)x+cos(45^o)y) atau A’(½ √2x – ½ √2y, ½ √2x+ ½ √2y) kemudian cerminkan A’ ke sumbu y atau x=0 hasilnya A’’(-½ √2x + ½ √2y, ½ √2x+ ½ √2y) lalu A’’ rotasi ke -45^o dengan pusat (0,0) mengasilkan A’’’(½ √2(-½ √2x + ½ √2y)+ ½ √2½ (√2x+ ½ √2y) ,- ½ √2((-½ √2x + ½ √2y)+½ √2(½ √2x+ ½ √2y)) atau A’’’(y,x)	Menggunakan matrik hasil akhir tersebut dapat ditulis dalam bentuk, $\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} \cos(45^o) & -\sin(45^o) \\ \sin(45^o) & \cos(45^o) \end{bmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} x'' \\ y'' \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{1}{2}\sqrt{(2)} & \frac{1}{2}\sqrt{(2)} \\ \frac{1}{2}\sqrt{(2)} & \frac{1}{2}\sqrt{(2)} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} x''' \\ y''' \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} \cos(-45^o) & -\sin(-45^o) \\ \sin(-45^o) & \cos(-45^o) \end{bmatrix} \begin{pmatrix} x'' \\ y'' \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} x''' \\ y''' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} y \\ x \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$

Misal kita cari hasil transformasi **A(x,y)** yang dicerminkan ke garis **y = mx** dapat dilakukan langkah,

Misal garis y = mx mebentuk sudut α dengan sumbu x maka nilai $\cos(\alpha) = \frac{1}{\sqrt{m^2+1}}$ dan $\sin(\alpha) = \frac{m}{\sqrt{m^2+1}}$ maka kita putar A dengan sudut –α dengan pusat (0,0) agar nanti kita dapat gunakan sumbu x sebagai cermin, hasilnya A'

$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} \cos(-\alpha) & -\sin(-\alpha) \\ \sin(-\alpha) & \cos(-\alpha) \end{bmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ kemudian dicerminkan dengan sumbu x asilnya A''

$\begin{pmatrix} x'' \\ y'' \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos(-\alpha) & -\sin(-\alpha) \\ \sin(-\alpha) & \cos(-\alpha) \end{bmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ kemudian putar ke α dengan pusat (0,0) hasilnya A'''

$$\begin{pmatrix} x''' \\ y''' \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} \cos(\alpha) & -\sin(\alpha) \\ \sin(\alpha) & \cos(\alpha) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos(-\alpha) & -\sin(-\alpha) \\ \sin(-\alpha) & \cos(-\alpha) \end{bmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$$

Dengan memperatikan kaidah trigonometri akan kita dapatkan,

$$\begin{pmatrix} x''' \\ y''' \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} \cos(\alpha) & -\sin(\alpha) \\ \sin(\alpha) & \cos(\alpha) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos(\alpha) & \sin(\alpha) \\ -\sin(\alpha) & \cos(\alpha) \end{bmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} x''' \\ y''' \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} \cos(\alpha) & \sin(\alpha) \\ \sin(\alpha) & -\cos(\alpha) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos(\alpha) & \sin(\alpha) \\ -\sin(\alpha) & \cos(\alpha) \end{bmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} x''' \\ y''' \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} \cos^2(\alpha) - \sin^2(\alpha) & 2\sin(\alpha)\cos(\alpha) \\ 2\sin(\alpha)\cos(\alpha) & \sin^2(\alpha) - \cos^2(\alpha) \end{bmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} x''' \\ y''' \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1-m^2}{m^2+1} & \frac{2m}{m^2+1} \\ \frac{2m}{m^2+1} & \frac{m^2-1}{m^2+1} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \frac{1}{m^2+1} \begin{bmatrix} 1-m^2 & 2m \\ 2m & m^2-1 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$$

STRATEGI SENTRANTEGI TRANSFORMASI OBYAK TRANSPORMASI

Obyek saat ditransformasi secara ideal semua titik pada obyek tersebut harus ditransformasi, tetapi ada beberapa obyek yang metode transformasinya dilakukan lebih sederana misalnya,

- Untuk mentransforasi [ersamaan lingkaran dapat dilakukan dengan mentransformasi pusat dan jari-jarinya kemudian dicari persamaannya.
- Bangun dua dimensi segi-n dilakukan dengan mentransformasi titik-titik sudut yang dimiliki bangun dan mengubungkan hasil transformasi sesuai aslinya.
- Mentransformasi kurva yang diketahui persamaannya dilakukan dengan mendapatkan hubungan setiap titik (x,y) dengan hasilnya (x',y') kemudian mensubstitusikan x dan y di persamaan kurva aslinya.

  Misal kita tentukan persamaan bayangan kurva y = x^2 yang dicerminkan pada garis y = x + 2 dapat dilakukan dengan langkah,

  - Agar dapat menggunakan pencerminan pada garis y = x maka garis y = x + 2 kita translasi $\begin{bmatrix} 0 \\ -2 \end{bmatrix}$.
  - Kemudian kita cerminkan ke garis y = x yang telah kita dapatkan matrik transformasinya yaitu $\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$,
  - Kemudian hasilnya kita translasi $\begin{bmatrix} 0 \\ 2 \end{bmatrix}$.
  - Rangkaian langkah diatas dapat ditulis,

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \left[\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ -2 \end{pmatrix} \right] + \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \end{pmatrix} \text{ atau}$$

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \left[\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ -2 \end{pmatrix} \right]$$

invers matrik $\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$ adalah $\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$ maka

$$\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}\left[\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \end{pmatrix}\right] = \left[\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ -2 \end{pmatrix}\right]$$

$$\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}\begin{pmatrix} x' \\ y' - 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x \\ y - 2 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} y' - 2 \\ x' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x \\ y - 2 \end{pmatrix}$$

jadi x = y' – 2 dan y – 2 = x' atau y = x' + 2

- Kita substitusikan x dan y diatas ke $y = x^2$ menjadi

$$x' + 2 = (y' - 2)^2 \text{ atau } x' = (y' - 2)^2 - 2 = y'^2 - 4y' + 2$$

- Jadi persamaan bayangannya adalah **$x = y^2 - 4y + 2$**

Berikut gambar jika dicoba menyelesaikan dengan geogebra