

RENCANA KEGIATAN PEMBELAJARAN MATEMATIKA

LIMIT FUNGSI ALJABAR

ANA SURYANA

SMKN 5 PANDEGLANG



DAFTAR ISI

1. RENCANA PELAKSANAAN PEMBELAJARAN



2. MATERI AJAR



3. MEDIA AJAR



4. LEMBAR KERJA PESERTA DIDIK



5. INSTRUMEN EVALUASI



RENCANA PELAKSANAAN PEMBELAJARAN (RPP)

Nama Satuan Pendidikan : SMKN 5 Pandeglang
Kompetensi Keahlian : Semua Jurusan
Mata Pelajaran : Matematika
Kelas/Semester : XI /Ganjil
Materi Pokok : Limit Fungsi Aljabar
Alokasi Waktu : 4 X 45 Menit (1 x Pertemuan)

A. Kompetensi Inti

- KI 1 Menghayati dan mengamalkan ajaran agama yang dianutnya.
- KI 2 Menghayati dan mengamalkan perilaku jujur, disiplin, tanggungjawab, peduli (gotong royong, kerjasama, toleran, damai), santun, responsif dan pro-aktif dan menunjukkan sikap sebagai bagian dari solusi atas berbagai permasalahan bangsa dalam berinteraksi secara efektif dengan lingkungan sosial dan alam serta dalam menempatkan diri sebagai cerminan bangsa dalam pergaulan dunia.
- KI 3 Memahami, menerapkan, menganalisis pengetahuan faktual, konseptual, prosedural berdasarkan rasa inginnya tentang ilmu pengetahuan, teknologi, seni, budaya, dan humaniora dengan wawasan kemanusiaan, kebangsaan, kenegaraan, dan peradaban terkait penyebab fenomena dan kejadian, serta menerapkan pengetahuan prosedural pada bidang kajian yang spesifik sesuai dengan bakat dan minatnya untuk memecahkan masalah.
- KI 4 Mengolah, menalar, dan menyaji dalam ranah konkret dan ranah abstrak terkait dengan pengembangan dari yang dipelajarinya di sekolah secara mandiri dan mampu menggunakan metode sesuai kaidah keilmuan.

B. Kompetensi Dasar dan Indikator Pencapaian Kompetensi

Kompetensi dasar		Indikator Pencapaian Kompetensi	
3.7	Menjelaskan limit fungsi aljabar (fungsi polinom dan fungsi rasional) secara intuitif dan sifat-sifatnya, serta menentukan eksistensinya	3.7.1	Menemukan definisi limit
		3.7.2	Menganalisis sifat-sifat limit fungsi aljabar
		3.7.3	Menganalisis penyelesaian masalah yang berkaitan dengan sifat-sifat limit fungsi aljabar
4.7	Menyelesaikan masalah yang berkaitan dengan limit fungsi aljabar	4.7.1	Mempresentasikan definisi limit
		4.7.2	Mempresentasikan hasil analisis sifat-sifat limit fungsi aljabar
		4.7.3	Mempresentasikan penyelesaian masalah yang berkaitan dengan sifat-sifat limit fungsi aljabar

Nilai sikap yang diharapkan / Karakter yang di kembangkan

- 1 Religius
- 2 Nasionalis
- 3 Mandiri (*Creativity*)
- 4 Berpikir Kritis (*Critical Thingking*)
- 5 Bekerjasama (*Collaboration*)
- 6 Berkomunikasi (*Communication*)

C. Tujuan Pembelajaran

- 1.1. Peserta didik mampu menemukan definisi limit
- 1.2. Peserta didik mampu menganalisis sifat-sifat limit fungsi aljabar
- 1.3. Peserta didik mampu menganalisis penyelesaian masalah yang berkaitan dengan sifat-sifat limit fungsi aljabar
- 2.1 Peserta didik mampu mempresentasikan definisi limit
- 2.2 Peserta didik mampu mempresentasikan hasil analisis sifat-sifat limit fungsi aljabar
- 2.3 Peserta didik mampu mempresentasikan penyelesaian masalah yang berkaitan dengan sifat-sifat limit fungsi aljabar

D. Materi Pembelajaran

1. Limit
 - a. Definisi limit
 - b. Sifat-sifat limit
2. Limit fungsi aljabar
 - a. Menentukan penyelesaian limit fungsi

E. Metode Pembelajaran

1. Pendekatan : Saintifik,
2. Model : *Problem Based Learning*
3. Metode : Tanya jawab, penugasan, diskusi kelompok dan ceramah

F. Media dan Bahan

1. Media
 - Power point
 - Materi Ajar
2. Alat
 - LCD Proyektor
 - Laptop
 - LKPD

G. Sumber Belajar



a. Buku:

1. Kementerian Pendidikan dan kebudayaan Republik Indonesia, 2017, Matematika untuk SMA/SMK/MA Kelas XI. laman <http://buku.kemdikbud.go.id>
2. Bahan ajar SMK <http://103.40.55.195/bahanajar/bahanajar2019>
3. Prasetya Adhi Nugroho, Big Bank Soal+Bahas Matematika SMA/SMK/MA Kelas 1, 2 & 3. Jakarta: WahyuMedia (458).

b. Internet:

m4th-lab, 2021, Konsep Dasar Limit Fungsi Aljabar Matematika Wajib Kelas 11 m4thlab, <https://www.youtube.com/watch?v=zE8m4xNizDY>, diakses 9 September 2021)

H. Langkah-langkah Pembelajaran

TAHAPAN PEMBELAJARAN	KEGIATAN PEMBELAJARAN	ALOKASI WAKTU
A. PENDAHULUAN		
Pendahuluan	<ol style="list-style-type: none"> 1. Guru memberikan salam, menyapa siswa. 2. Guru dan siswa berdo'a bersama dipimpin oleh salah seorang siswa 3. Guru memeriksa presensi peserta didik dan menindaklanjutinya. 4. Untuk meningkatkan rasa nasionalisme siswa menyanyikan Lagu Bandung Lautan Api 	20 menit
Apersepsi	<ol style="list-style-type: none"> 5. Siswa diingatkan kembali materi pelajaran yang telah diterima di jenjang sebelumnya yaitu pemfaktoran pada aljabar dan merasionalkan bentuk akar 6. Membagi siswa menjadi beberapa kelompok dan memintanya untuk duduk sesuai dengan kelompok 	
Motivasi	<ol style="list-style-type: none"> 7. Guru memotivasi peserta didik dengan menayangkan video tentang mengapa kita harus belajar matematika: <div style="display: flex; justify-content: space-around; align-items: center; margin: 10px 0;">   </div> <div style="text-align: right; margin-top: 5px;"> https://s.id/matmotivasi1 </div> 8. Peserta didik memperhatikan penjelasan guru tentang tujuan pembelajaran dan manfaat dari aktivitas pembelajaran. 9. Peserta didik memperhatikan penjelasan guru tentang aktivitas pembelajaran yang akan dilakukan 	

Pemberian Acuan	<ol style="list-style-type: none"> 10. Memberitahukan tentang kompetensi inti, kompetensi dasar, indikator, dan KKM pada pertemuan yang berlangsung 11. Menyampaikan tata tertib selama pembelajaran berlangsung, termasuk komponen penilaian yang akan dinilai 12. Menyampaikan tujuan dan materi pembelajaran pada pertemuan yang akan berlangsung 13. Menjelaskan mekanisme pelaksanaan/ langkah langkah pembelajaran yang akan dilakukan. 	
-----------------	---	--

B. KEGIATAN INTI		
<ol style="list-style-type: none"> 1. Orientasi Masalah: 	<ol style="list-style-type: none"> 1. Peserta didik diarahkan untuk duduk bersama sesuai kelompok masing-masing 2. Peserta didik menyiapkan buku/modul mata pelajaran, pedoman yang akan digunakan dalam proses pembelajaran 3. Peserta didik diberi permasalahan untuk dipecahkan melalui tayangan video <div data-bbox="533 938 1011 1256" data-label="Image"> </div> <div data-bbox="1050 978 1241 1223" data-label="Image"> </div> <div data-bbox="1015 1249 1275 1317" data-label="Text"> <p>https://s.id/DLFA</p> </div> <ol style="list-style-type: none"> 4. Peserta didik menggali informasi tentang limit fungsi 5. Guru membagikan Lembar Kerja Peserta Didik (LKPD), kemudian peserta didik dalam setiap kelompok membaca dan memahami tugas yang harus dilaksanakan 6. Peserta didik diminta menganalisis definisi dan sifat sifat limit berdasarkan tayangan video tersebut. 7. Peserta didik difasilitasi agar terlibat aktif dalam pemecahan masalah tersebut. 	140 menit

<p>2. Mengorganisasi peserta didik untuk belajar</p>	<p>8. Peserta didik menyimak penjelasan guru mengenai tugas yang harus dilaksanakan untuk membahas tentang tujuan pembelajaran yang telah disampaikan diawal</p> <p>9. Setiap kelompok berdiskusi dengan bahan diskusi: menganalisis dan menyimpulkan definisi limit dan sifat-sifatnya</p> <p>10. Peserta didik mengkonfirmasi hal-hal yang harus dilakukan berdasarkan LKPD yang telah dibagikan</p>	
<p>3. Membimbing penyelidikan individual maupun kelompok</p>	<p>11. Peserta didik melaksanakan instruksi yang ada dalam LKPD</p> <p>12. Peserta didik melakukan penyelidikan mencari informasi untuk bahan analisis diskusi kelompok.</p> <p>13. Pendidik mengecek dan memantau sejauh mana proses penugasan mereka.</p>	
<p>4. Mengembangkan dan menyajikan hasil karya</p>	<p>14. Setiap kelompok menuliskan dan merumuskan hal hal yang telah diperoleh pada LKPD</p> <p>15. Perwakilan peserta didik dalam setiap kelompok mempresentasikan hasil yang diperoleh berdasarkan LKPD</p> <p>16. Guru memberikan kesempatan pada semua kelompok untuk mempresentasikan hasil diskusi kelompoknya</p> <p>17. Kelompok lain memberikan tanggapan pada kelompok yang telah mempresentasikan hasil analisis diskusinya.</p>	
<p>5. Mengalisis dan mengevaluasi proses pemecahan masalah</p>	<p>18 Guru akan memberikan tanggapan tentang hasil presentasi siswa</p> <p>19 Guru memberikan kesempatan kepada peserta didik untuk menanyakan materi yang belum dipahami selama pembelajaran berlangsung.</p> <p>20 Peserta didik bersama guru menyimpulkan hasil diskusi pada pembelajaran</p>	

C. KEGIATAN PENUTUP

	<ol style="list-style-type: none">1. Peserta didik bersama guru membuat kesimpulan / rangkuman hasil belajar selama sehari.2. Peserta didik bersama guru melakukan refleksi atas pembelajaran yang telah berlangsung;<ul style="list-style-type: none">- Apa saja yang telah dipahami peserta didik?- Apa yang belum dipahami peserta didik?- Bagaimana perasaan selama pembelajaran?3. Guru memberi kesempatan kepada peserta didik untuk menyampaikan pendapatnya tentang pembelajaran yang telah diikuti.4. Pendidik menyampaikan materi yang akan dipelajari pada pertemuan berikutnya.5. Pendidik memberikan tindak lanjut berupa penugasan individu.6. Mengajak semua peserta didik berdo'a menurut agama dan keyakinan masing-masing	20 menit
--	--	----------

I. Penilaian

1. Teknik penilaian

- a. Sikap spiritual
Observasi (*terlampir*)
- b. Sikap sosial
Observasi (*terlampir*)
- c. Pengetahuan
Tes Tulis (*terlampir*)
- d. Keterampilan
Unjuk Kerja (*terlampir*)

2. Pembelajaran Remedial

Bagi siswa yang belum mencapai target pembelajaran pada waktu yang telah dialokasikan, perlu diberikan kegiatan remedial sesuai hasil analisis materi yang belum dipahami.

3. Pembelajaran Pengayaan

Bagi siswa yang telah mencapai target pembelajaran sebelum waktu yang telah dialokasikan berakhir, perlu diberikan kegiatan pengayaan, supaya memberikan nilai tambah pengetahuan untuk siswa.

Pandeglang, 1 Juli 2021

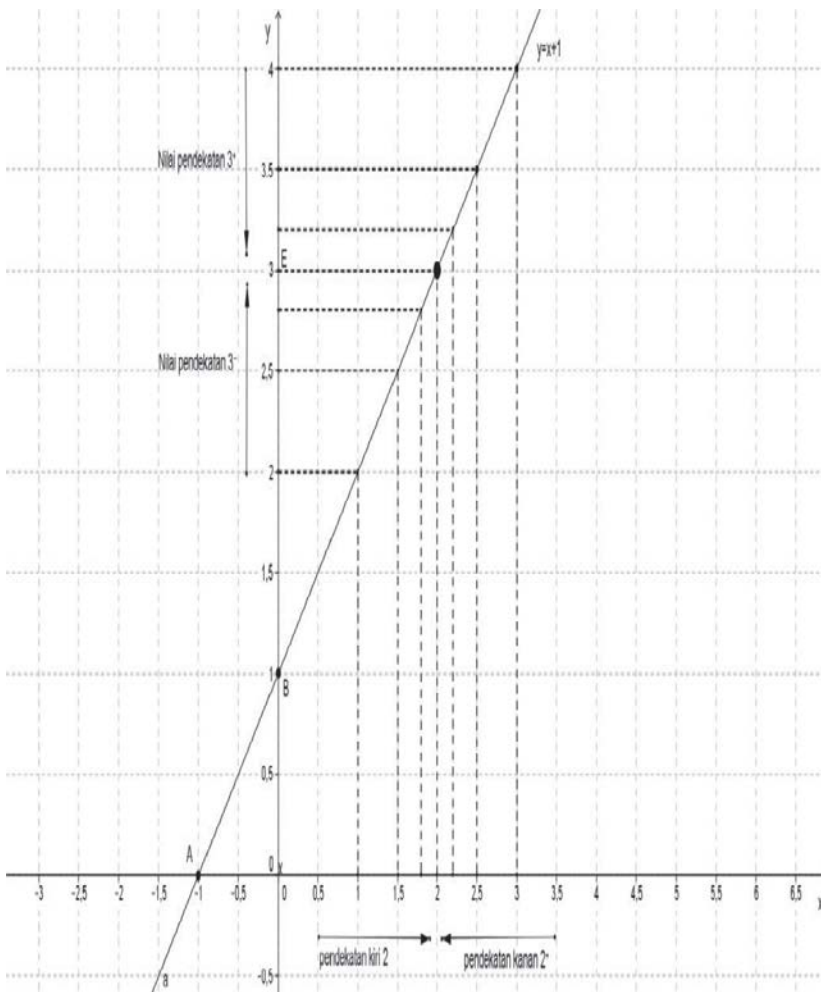
Mengetahui
Kepala Sekolah,

Guru Pengampu

Ahmad Zaenudin Anwar, M.Pd.
NIP 19770803 200501 1007

Ana Suryana, S.Pd.
NIP 198004112009021002

LIMIT FUNGSI



ANA SURYANA

SMKN 5 PANDEGLANG

Kompetensi Dasar

3.7. Menjelaskan limit fungsi aljabar (fungsi polinom dan fungsi rasional) secara intuitif dan sifat-sifatnya, serta menentukan eksistensinya

4.7. Menyelesaikan masalah yang berkaitan dengan limit fungsi aljabar

Indikator Pembelajaran

Pengetahuan:

- 3.7.1. Menemukan definisi limit
- 3.7.2. Menganalisis sifat-sifat limit fungsi aljabar
- 3.7.3. Menganalisis penyelesaian masalah yang berkaitan dengan sifat-sifat limit fungsi aljabar

Keterampilan:

- 4.7.1. Mempresentasikan definisi limit
- 4.7.2. Mempresentasikan hasil analisis sifat-sifat limit fungsi aljabar
- 4.7.3. Mempresentasikan penyelesaian masalah yang berkaitan dengan sifat-sifat limit fungsi aljabar

Tujuan Pembelajaran

- 1.1. Peserta didik mampu menemukan definisi limit
- 1.2. Peserta didik mampu menganalisis sifat-sifat limit fungsi aljabar
- 1.3. Peserta didik mampu menganalisis penyelesaian masalah yang berkaitan dengan sifat-sifat limit fungsi aljabar
- 2.1 Peserta didik mampu mempresentasikan definisi limit
- 2.2 Peserta didik mampu mempresentasikan hasil analisis sifat-sifat limit fungsi aljabar
- 2.3 Peserta didik mampu mempresentasikan penyelesaian masalah yang berkaitan dengan sifat-sifat limit fungsi aljabar

Petunjuk Pembelajaran

Pada Bahan Ajar ini terdapat beberapa aktivitas belajar yang bisa kalian ikuti yaitu:

Peta Konsep

Berisi Peta Konsep yang memudahkan kalian melihat keterkaitan konsep antar Bahan Ajar

Materi Pokok

Berisi materi yang perlu peserta didik pahami

Kolom Catatan

Tempat untuk kalian melakukan kegiatan mencatat atau mencurahkan perasaan

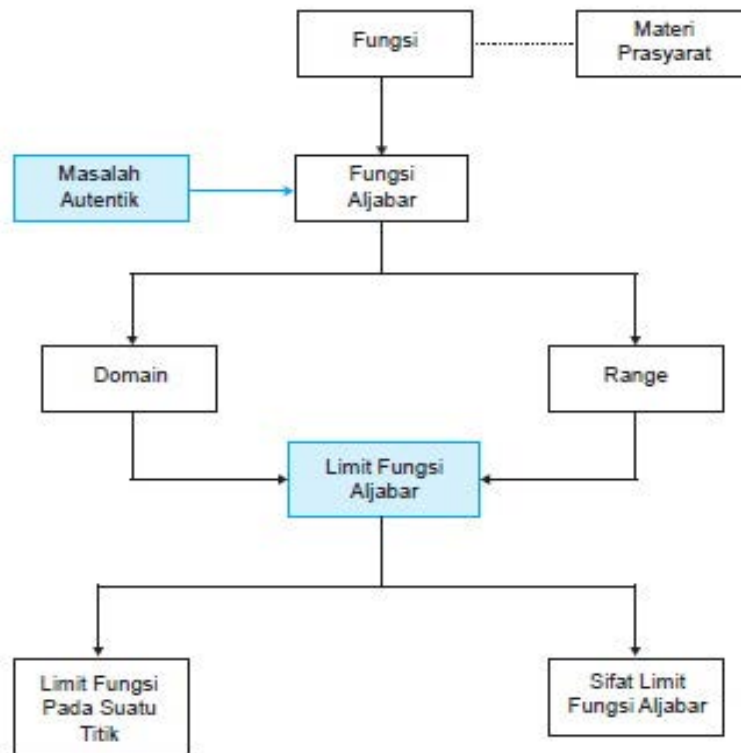
Informasi Faktual

Berisi tentang artikel atau info terkait tentang materi pembelajaran yang menambah wawasan kalian

Media

Berisi video atau link yang membawa kalian lebih memahami materi pembelajaran

Peta Konsep





MATERI POKOK

Dalam kehidupan sehari-hari, berbagai permasalahan yang kita hadapi dapat melahirkan berbagai konsep matematika. Dengan ditemukan konsep umum matematika maka kita mampu menyelesaikan kembali permasalahan yang serupa



Seseorang memandang di kejauhan jalan raya yang lurus. Dia melihat kendaraan yang melintas bergerak semakin jauh dan ukuran kendaraan juga seakan-akan semakin kecil. Ini menandakan bahwa kita mempunyai jarak pandang yang terbatas. Bukan hanya jarak pandang yang mempunyai batas, melainkan banyak hal seperti, ambang batas pendengaran, batas kemampuan memikul beban, batas kemampuan masyarakat membeli barang tertentu, dan lain-lain.

Jadi, kita akan memulai pelajaran ini dengan mengkaji istilah “batas” terlebih dahulu. Kasus-kasus apa saja dalam kehidupan sehari-hari yang mempunyai keterbatasan? Coba amati! Sebagai contoh, ambang batas pendengaran, batas kemampuan memikul beban, batas kemampuan masyarakat membeli barang tertentu, dan lain-lain.

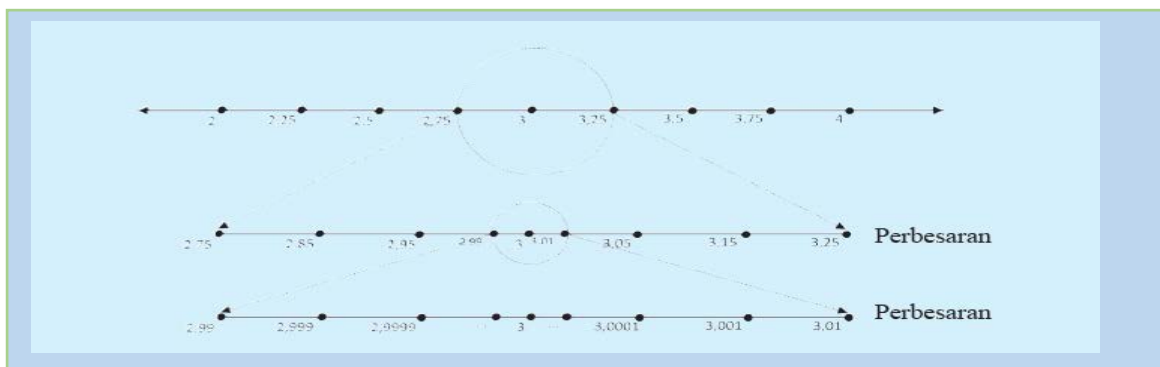
7.1 Konsep Limit Fungsi

7.1.1 Menemukan Konsep Limit Fungsi

Jika ada pertanyaan: *Bilangan bulat manakah yang terdekat ke bilangan 3?* Tentu saja dengan mudah kita menjawab yaitu bilangan 2 atau 4, bukan? Tetapi, jika pertanyaan diubah menjadi: *Bilangan real manakah yang terdekat ke bilangan 3?* Tentu tak berhingga banyaknya bilangan real yang dekat ke bilangan 3, tetapi bilangan manakah yang terdekat ke 3?

Alternatif Penyelesaian:

Mari kita kaji melalui garis bilangan berikut. Perhatikan gambar!



Pada garis bilangan pertama, misalkan jawaban akan pertanyaan tersebut adalah 2,75 atau 3,25, tetapi itu bukan jawaban yang paling tepat untuk pertanyaan tersebut. Pada garis bilangan kedua, diperoleh bilangan terdekat adalah 2,99 atau 3,01. Namun jawaban tersebut juga masih kurang tepat karena pada garis bilangan ketiga tampak bilangan 2,9999 atau 3,0001. Apakah bilangan 2,9999 atau 3,0001 adalah jawaban yang tepat terhadap pertanyaan di atas? Tentu tidak, karena masih banyak lagi bilangan yang lain yang dekat ke angka 3. Jadi, apakah pengertian dekat pada masalah ini?

Pada garis bilangan, dapat dilihat sekelompok bilangan real mendekati 3 dari kiri dan sekelompok bilangan real lainnya mendekati 3 dari kanan. Namun hanya ada satu bilangan yang terdekat ke 3 dari kiri dan kanan. Jika dimisalkan x sebagai variabel yang dapat menggantikan bilangan-bilangan yang mendekati 3 tersebut maka x akan disebut mendekati 3 (dituliskan $x \rightarrow 3$). Jika x adalah semua bilangan yang mendekati 3 dari kiri maka dituliskan $x \rightarrow 3^-$ dan sebaliknya jika x adalah semua bilangan-bilangan yang mendekati 3 dari kanan maka dituliskan $x \rightarrow 3^+$.

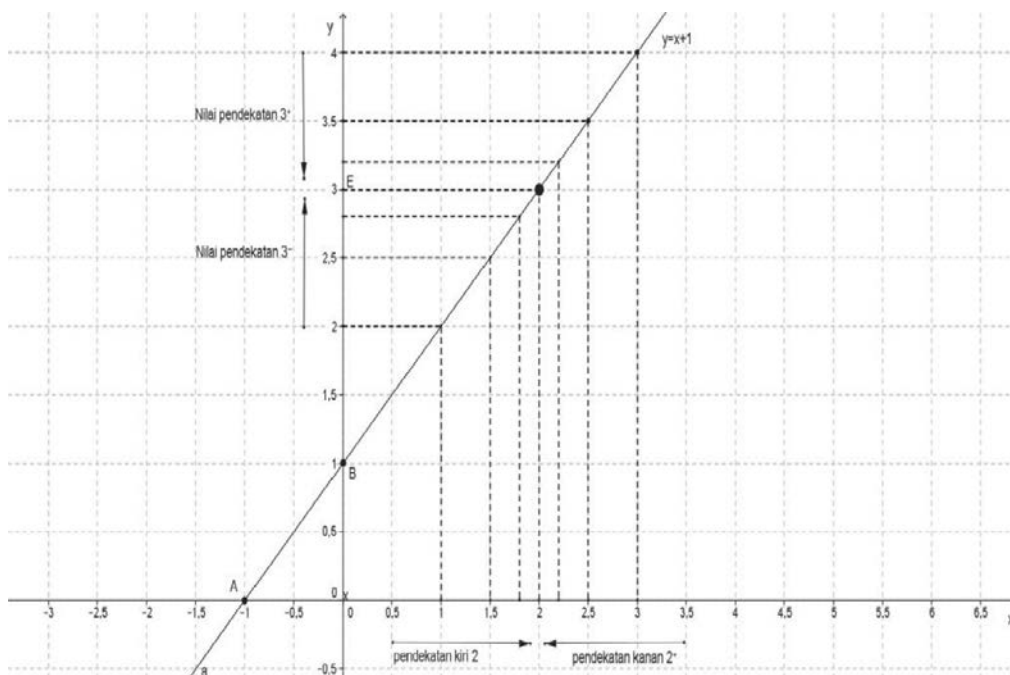
7.1.2 Pemahaman Intuitif Limit Fungsi

1. Amati fungsi $f(x) = x + 1$ untuk $x \in \mathbb{R}$. Kita tentukan nilai fungsi $f(x) = x + 1$ pada saat x mendekati 2 dengan memisalkan $y = f(x)$.

Tabel 7.1: Nilai fungsi $f(x) = x + 1$ pada saat x mendekati 2

x	1	1,5	1,7	1,9	1,99	1,999	...	2	...	2,001	2,01	2,1	2,5	2,7	3
y	2	2,5	2,7	2,9	2,99	2,999	...	?	...	3,001	3,01	3,1	3,5	3,7	4

Perhatikan sketsa berikut:



Gambar 7.2: Nilai $f(x) = x + 1$ pada saat x mendekati 2 dari kiri dan kanan

Jika kita amati tabel dan sketsa di atas maka ada beberapa hasil pengamatan, sebagai berikut.

- ✓ Terdapat tak berhingga bilangan real yang mendekati 2.
- ✓ Setiap titik di sumbu x (daerah asal) mempunyai pasangan di sumbu y (*daerah hasil*).
- ✓ Setiap nilai pada fungsi mendekati 3 pada saat x mendekati 2.
- ✓ Tampak bahwa pendekatan ada dari kiri dan kanan pada tabel dan sketsa.

Secara matematika, nilai-nilai fungsi $f(x) = x + 1$ mendekati 3 pada saat x mendekati 2. Hal ini dapat dinyatakan $\lim_{x \rightarrow 2} (x + 1) = 3$



Definisi 6.1

Misalkan f sebuah fungsi $f: R \rightarrow R$ dan misalkan L dan c anggota himpunan bilangan real.

$\lim_{x \rightarrow c} f(x) = L$ jika dan hanya jika $f(x)$ mendekati L untuk semua x mendekati c .

Catatan:

- a. $\lim_{x \rightarrow c} f(x) = L$ dibaca limit fungsi $f(x)$ untuk x mendekati c adalah L .
- b. Kita menyatakan bahwa $f(x)$ mendekati L ketika x mendekati c yang terdefinisi pada selang/interval yang memuat c kecuali mungkin di c sendiri.
- c. Limit fungsi mempunyai sifat: $\lim_{x \rightarrow c} f(x) = L$ jika dan hanya jika $\lim_{x \rightarrow c^-} f(x) = L = \lim_{x \rightarrow c^+} f(x)$.

6.2 Sifat-Sifat Limit Fungsi

Berdasarkan uraian ilustrasi, masalah, dan contoh di atas, secara induktif diperoleh sifat berikut.



Sifat 6.1

Misalkan f sebuah fungsi $f: R \rightarrow R$ dan misalkan L, c bilangan real.

$\lim_{x \rightarrow c} f(x) = L$ jika dan hanya jika $\lim_{x \rightarrow c^-} f(x) = L = \lim_{x \rightarrow c^+} f(x)$



Sifat 6.2

Misalkan $f(x) = k$ adalah fungsi yang mempunyai nilai limit pada x mendekati c , dengan k dan c adalah bilangan real, maka $\lim_{x \rightarrow c} k = k$

**Sifat 6.3**

Misalkan $f(x) = x$, adalah fungsi yang mempunyai nilai limit pada x mendekati c , dengan c adalah bilangan real, maka $\lim_{x \rightarrow c} x = c$

**Sifat 6.4**

Misalkan f adalah fungsi yang mempunyai nilai limit pada x mendekati c , dengan c adalah bilangan real, maka $\lim_{x \rightarrow c} [kf(x)] = k[\lim_{x \rightarrow c} f(x)]$

**Sifat 6.5**

Misalkan f, g adalah fungsi yang mempunyai nilai limit pada x mendekati c ,
 $\lim_{x \rightarrow c} [f(x)g(x)] = [\lim_{x \rightarrow c} f(x)] [\lim_{x \rightarrow c} g(x)]$

**Sifat 6.6**

Misalkan f, g adalah fungsi yang mempunyai nilai limit pada x mendekati c ,
 $\lim_{x \rightarrow c} [f(x) \pm g(x)] = [\lim_{x \rightarrow c} f(x)] \pm [\lim_{x \rightarrow c} g(x)]$

**Sifat 6.7**

Misalkan f, g adalah fungsi yang mempunyai nilai limit pada x mendekati c , dengan c adalah bilangan real, maka $\lim_{x \rightarrow c} \left[\frac{f(x)}{g(x)} \right] = \frac{\lim_{x \rightarrow c} f(x)}{\lim_{x \rightarrow c} g(x)} = \lim_{x \rightarrow c} g(x) \neq 0$



RANGKUMAN

1. Penentuan limit suatu fungsi di suatu titik c , sangat bergantung pada kedudukan titik c dan domain fungsi tersebut. Dalam pembahasan limit fungsi pada buku ini, yang menjadi domain fungsi adalah himpunan bilangan real dimana fungsi tersebut terdefinisi.
2. Sebuah fungsi f dikatakan mempunyai limit di titik c jika dan hanya jika nilai fungsi untuk x dari kiri dan kanan menuju ke bilangan yang sama.
3. Suatu fungsi f mempunyai nilai limit di titik c , apabila nilai limit kiri sama dengan nilai limit kanan dari fungsi tersebut pada titik c .
4. Tidak semua fungsi mempunyai limit di titik c . Titik c tidak harus anggota domain fungsi, tetapi c anggota himpunan bilangan real.
5. Misalkan f sebuah fungsi yang terdefinisi pada himpunan bilangan real dan c dan L adalah bilangan real, fungsi f mendekati L pada saat x mendekati c dapat kita tuliskan dengan $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = A$
6. Sifat – sifat limit fungsi
 - a. $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = A$
 - b. $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = A$ dan $\lim_{x \rightarrow a} g(x) = B$, maka
 - c. $\lim_{x \rightarrow a} k \cdot f(x) = k \cdot \lim_{x \rightarrow a} f(x) = kA$
 - d. $\lim_{x \rightarrow a} (f(x) \pm g(x)) = \lim_{x \rightarrow a} f(x) \pm \lim_{x \rightarrow a} g(x) = A \pm B$
 - e. $\lim_{x \rightarrow a} (f(x) \cdot g(x)) = (\lim_{x \rightarrow a} f(x)) \cdot (\lim_{x \rightarrow a} g(x)) = AB$
 - f. $\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x)}{g(x)} = \frac{\lim_{x \rightarrow a} f(x)}{\lim_{x \rightarrow a} g(x)} = \frac{A}{B}$, dengan $B \neq 0$



REFERENSI

1. Kementerian Pendidikan dan kebudayaan Republik Indonesia, 2017, Matematika untuk SMA/SMK/MA Kelas XI. laman <http://buku.kemdikbud.go.id>
2. Bahan ajar SMK <http://103.40.55.195/bahanajar/bahanajar2019>
3. Prasetya Adhi Nugroho, Big Bank Soal+Bahas Matematika SMA/SMK/MA Kelas 1, 2 & 3. Jakarta: WahyuMedia (458).



MEDIA PEMBELAJARAN

LIMIT FUNGSI

Created By:
Ana Suryana, S.Pd.

A. KOMPETENSI INTI

KI 3 Memahami, menerapkan, menganalisis pengetahuan faktual, konseptual, prosedural berdasarkan rasa ingin tahunya tentang ilmu pengetahuan, teknologi, seni, budaya, dan humaniora dengan wawasan kemanusiaan, kebangsaan, kenegaraan, dan peradaban terkait penyebab fenomena dan kejadian, serta menerapkan pengetahuan prosedural pada bidang kajian yang spesifik sesuai dengan bakat dan minatnya untuk memecahkan masalah.

KI 4 Mengolah, menalar, dan menyaji dalam ranah konkret dan ranah abstrak terkait dengan pengembangan dari yang dipelajarinya di sekolah secara mandiri dan mampu menggunakan metode sesuai kaidah keilmuan.

B. KOMPETENSI DASAR DAN INDIKATOR

KOMPETENSI DASAR	INDIKATOR
3.7. Menjelaskan limit fungsi aljabar (fungsi polinom dan fungsi rasional) secara intuitif dan sifat-sifatnya, serta menentukan eksistensinya	<ol style="list-style-type: none">1. Menemukan definisi limit2. Menganalisis sifat-sifat limit fungsi aljabar3. Menganalisis penyelesaian masalah yang berkaitan dengan sifat-sifat limit fungsi aljabar
4.7. Menyelesaikan masalah yang berkaitan dengan limit fungsi aljabar	<ol style="list-style-type: none">1. Mempresentasikan definisi limit2. Mempresentasikan hasil analisis sifat-sifat limit fungsi aljabar3. Mempresentasikan penyelesaian masalah yang berkaitan dengan sifat-sifat limit fungsi aljabar



Is there
anything I can do
for you?

Untuk Planalogi

**Menentukan luas
kerusakan pada saluran
air. Masyarakat dapat
menyebutnya sebagai
PDAM. Jika terjadi
kerusakan, petugas
biasanya mengukur luas
rusaknya atau lubang
dengan limit.**

Untuk Kedokteran

Mungkin ada beberapa orang yang ingin menjadi Dokter. Dokter dapat mendeteksi jantung yang rusak dari tampilan USG. Tampilan pada USG tidak sepenuhnya dapat langsung terdeteksi bagian jantung yang rusak.



Untuk Fisikawan

0



Ilmuwan menemukan jika menghitung rotasi bumi membutuhkan limit. Besi yang aus juga dapat diukur menggunakan limit karena bergesekan dengan air. Selain itu, limit dapat diaplikasikan dalam menghitung kecepatan, jarak, dan waktu.

APA ITU LIMIT?



Limit suatu fungsi merupakan salah satu konsep mendasar dalam kalkulus dan analisis, tentang kelakuan suatu fungsi mendekati titik masukan tertentu.

PENGERTIAN LIMIT

Limit adalah subjek matematika yang mempelajari apa yang terjadi pada suatu fungsi ketika inputnya dimasukkan mendekati suatu angka.

Limit: tidak pernah tercapai, tetapi dapat didekati dengan sedekat-dekatnya.

$$\mathit{Lim}_{x \rightarrow a} f(x) = L$$

Contoh 01:

$$\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = \frac{x^2 - 4}{x - 2} = 3, \quad x \neq 2$$

Untuk mendapatkan nilai limit tersebut, kita dapat memilih beberapa nilai x yang mendekati 1 dari kiri maupun dari kanan, seperti tabel berikut:

mendekati 1 dari kiri						mendekati 1 dari kanan				
	0,8	0,9	0,99	0,9999	1	1,0000001	1,0001	1,001	1,05	1,1
	2,8	2,9	2,99	2,9999	3	3,0000001	3,0001	3,001	3,05	3,1
mendekati 3						mendekati 3				

$$\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = \frac{x^2 - 4}{x - 2} = 3, \quad \text{untuk } x \neq 2$$

$$\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = \frac{x^2 - 4}{x - 2} \quad \text{masukkan nilai } x \text{ nya}$$

$$= \frac{1^2 - 4}{1 - 2}$$

$$= \frac{-3}{-1}$$

$$= 3$$

SIFAT-SIFAT



Sifat 6.1

Misalkan f sebuah fungsi $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ dan misalkan L, c bilangan real.

$$\lim_{x \rightarrow c} f(x) = L \text{ jika dan hanya jika } \lim_{x \rightarrow c^-} f(x) = L = \lim_{x \rightarrow c^+} f(x)$$

SIFAT-SIFAT



Sifat 6.2

Misalkan $f(x) = k$ adalah fungsi yang mempunyai nilai limit pada x mendekati c , dengan k dan c adalah bilangan real, maka $\lim_{x \rightarrow c} k = k$

SIFAT-SIFAT



Sifat 6.3

Misalkan $f(x) = x$, adalah fungsi yang mempunyai nilai limit pada x mendekati c , dengan c adalah bilangan real, maka $\lim_{x \rightarrow c} x = c$

SIFAT-SIFAT



Sifat 6.4

Misalkan f adalah fungsi yang mempunyai nilai limit pada x mendekati c , dengan c adalah bilangan real, maka

$$\lim_{x \rightarrow c} [kf(x)] = k \left[\lim_{x \rightarrow c} f(x) \right]$$

SIFAT-SIFAT



Sifat 6.5

Misalkan f, g adalah fungsi yang mempunyai nilai limit pada x mendekati c ,

$$\lim_{x \rightarrow c} [f(x)g(x)] = \left[\lim_{x \rightarrow c} f(x) \right] \left[\lim_{x \rightarrow c} g(x) \right]$$

SIFAT-SIFAT



Sifat 6.6

Misalkan f, g adalah fungsi yang mempunyai nilai limit pada x mendekati c ,

$$\lim_{x \rightarrow c} [f(x) \pm g(x)] = [\lim_{x \rightarrow c} f(x)] \pm [\lim_{x \rightarrow c} g(x)]$$

SIFAT-SIFAT



Sifat 6.7

Misalkan f, g adalah fungsi yang mempunyai nilai limit pada x mendekati c ,

dengan c adalah bilangan real, maka $\lim_{x \rightarrow c} \left[\frac{f(x)}{g(x)} \right] = \frac{\lim_{x \rightarrow c} f(x)}{\lim_{x \rightarrow c} g(x)} = \lim_{x \rightarrow c} g(x) \neq 0$

TERIMA KASIH

LEMBAR KERJA PESERTA DIDIK 01

Limit Fungsi

A. KOMPETENSI INTI

- KI 3** Memahami, menerapkan, menganalisis pengetahuan faktual, konseptual, prosedural berdasarkan rasa ingin tahunya tentang ilmu pengetahuan, teknologi, seni, budaya, dan humaniora dengan wawasan kemanusiaan, kebangsaan, kenegaraan, dan peradaban terkait penyebab fenomena dan kejadian, serta menerapkan pengetahuan prosedural pada bidang kajian yang spesifik sesuai dengan bakat dan minatnya untuk memecahkan masalah.
- KI 4** Mengolah, menalar, dan menyaji dalam ranah konkret dan ranah abstrak terkait dengan pengembangan dari yang dipelajarinya di sekolah secara mandiri dan mampu menggunakan metode sesuai kaidah keilmuan.

B. KOMPETENSI DASAR DAN INDIKATOR PENCAPAIAN KOMPETENSI

KOMPETENSI DASAR	INDIKATOR
3.7. Menjelaskan limit fungsi aljabar (fungsi polinom dan fungsi rasional) secara intuitif dan sifat-sifatnya, serta menentukan eksistensinya	3.7.1. Menemukan definisi limit 3.7.2. Menganalisis sifat-sifat limit fungsi aljabar 3.7.3. Menganalisis penyelesaian masalah yang berkaitan dengan sifat-sifat limit fungsi aljabar
4.7. Menyelesaikan masalah yang berkaitan dengan limit fungsi aljabar	4.7.1. Mempresentasikan definisi limit 4.7.2. Mempresentasikan hasil analisis sifat-sifat limit fungsi aljabar 4.7.3. Mempresentasikan penyelesaian masalah yang berkaitan dengan sifat-sifat limit fungsi aljabar

C. PETUNJUK PENGGUNAAN

Siswa mengisi Lembar Kerja Peserta Didik sesuai perintah yang diminta.

LEMBAR KERJA PESERTA DIDIK

Kelompok : _____

Kelas : _____

Anggota : _____

KERJAKANLAH DENGAN TELITI!

1. Buktikan dengan pendekatan nilai pada limit fungsi berikut:

a. $\lim_{x \rightarrow 2} 6x^3 = (\lim_{x \rightarrow 2} 2x)(\lim_{x \rightarrow 2} 3x^2)$

b. $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 + 4}{2x} = \frac{(\lim_{x \rightarrow 2} x)^2 + (\lim_{x \rightarrow 2} 4)}{(\lim_{x \rightarrow 2} 2) + (\lim_{x \rightarrow 2} x)}$

c. $\lim_{x \rightarrow 2} (2x + 5)^2 = (\lim_{x \rightarrow 2} 2x + \lim_{x \rightarrow 2} 5)^2$.

2. Buktikan dengan gambar dan pendekatan nilai fungsi pada saat pendekatan ke 2 dari kiri dan kanan:

a. $\lim_{x \rightarrow 2} x = 2$

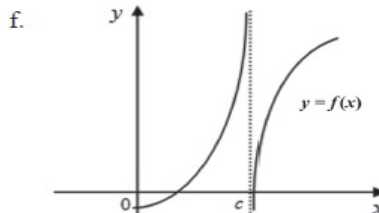
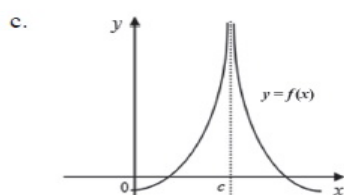
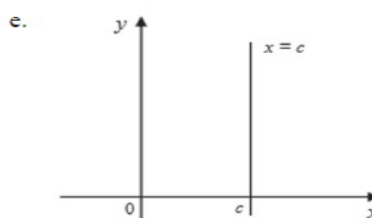
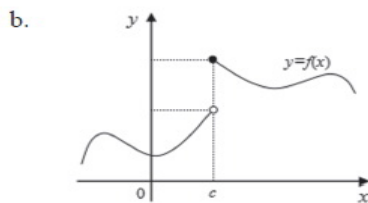
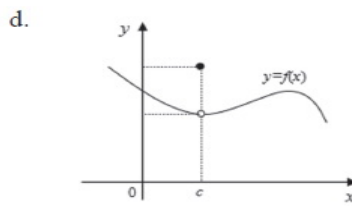
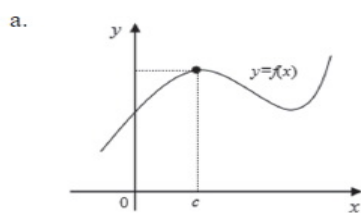
d. $\lim_{x \rightarrow 2} 6x^2 = 24$

b. $\lim_{x \rightarrow 2} 6x = 12$

e. $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{6}{x} = 3$.

c. $\lim_{x \rightarrow 2} (6 + x) = 8$

3. Tunjukkan pada gambar berikut, fungsi $y = f(x)$ mempunyai nilai limit atau tidak pada saat x mendekati c ! Berikan alasan!



4. Tunjukkan dengan gambar, nilai pendekatan dari fungsi-fungsi berikut:

a. $\lim_{x \rightarrow 2} (x + 2)$

b. $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 4}{x - 2}$

c. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2}{x}$

d. Jika $f(x) = \begin{cases} x + 2 & \text{jika } x \leq 1 \\ 4 - x & \text{jika } x \geq 1 \end{cases}$ maka tunjukkan $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$

e. Jika $f(x) = \begin{cases} x + 1 & \text{jika } x < 1 \\ x^2 + 1 & \text{jika } x \geq 1 \end{cases}$ maka tunjukkan $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$.

5. Tuliskan dan tunjukkan sifat-sifat limit yang mana saja dapat digunakan untuk menyelesaikan limit fungsi berikut?

a. $\lim_{x \rightarrow 1} (3x^2 - 4)$

b. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x - 4}{x + 4}$

c. $\lim_{x \rightarrow 1} (2x - 1)^4$.

INSTRUMEN EVALUASI

Kompetensi Dasar dan Indikator Pencapaian Kompetensi			
Kompetensi dasar		Indikator Pencapaian Kompetensi	
3.7	Menjelaskan limit fungsi aljabar (fungsi polinom dan fungsi rasional) secara intuitif dan sifat-sifatnya, serta menentukan eksistensinya	3.7.1	Menemukan definisi limit
		3.7.2	Menganalisis sifat-sifat limit fungsi aljabar
		3.7.3	Menganalisis penyelesaian masalah yang berkaitan dengan sifat-sifat limit fungsi aljabar
4.7	Menyelesaikan masalah yang berkaitan dengan limit fungsi aljabar	4.7.1	Mempresentasikan definisi limit
		4.7.2	Mempresentasikan hasil analisis sifat-sifat limit fungsi aljabar
		4.7.3	Mempresentasikan penyelesaian masalah yang berkaitan dengan sifat-sifat limit fungsi aljabar

Nilai sikap yang Hendak di nilai

- 1 Religius
- 2 Nasionalis
- 3 Mandiri (*Creativity*)
- 4 Berpikir Kritis (*Critical Thingking*)
- 5 Bekerjasama (*Collaboration*)
- 6 Berkomunikasi (*Communication*)

Teknik dan Bentuk Instrumen

Penilaian Sikap : Observasi/pengamatan
 Penilaian Pengetahuan : Tes Tulis dan Penugasan dari LKPD
 Penilaian Keterampilan : observasi unjuk kerja

Bentuk Penilaian
 Observasi : Cek list aktivitas peserta didik
 Tes tertulis : Pilihan ganda
 Penilaian otentik : hasil analisis kasus pada LKPD
 Observasi unjuk kerja : presentasi hasil diskusi

1. PENILAIAN SIKAP

a. Sikap spiritual

Aspek dinilai Spiritual, Mampu mengaitkan Konsep Limit Fungsi dengan kebesaran Tuhan YME dan menunjukkan rasa syukur/kagum atas keterkaitan tersebut

Lembar penilaian Sikap Spiritual

Mata pelajaran : Matematika
Materi Pokok : Limit Fungsi
Kelas / semester : XI / Ganjil

No	Nama	Tanggal pengamatan	Skor	keterangan

Rubrik Penilaian

No	Aspek dinilai	Skor	Kriteria
1	Mampu mengaitkan materi Tata cara identifikasi satwa yang dilindungi dengan kebesaran Tuhan YME dan menunjukkan rasa syukur/kagum atas keterkaitan tersebut	3	Mampu mengaitkan Konsep Limit Fungsi dengan kebesaran Tuhan YME dan menunjukkan rasa syukur /kagum atas keterkaitan tersebut
		2	Kurang dapat mengaitkan Konsep Limit Fungsi dengan kebesaran Tuhan YME dan menunjukkan rasa syukur /kagum atas keterkaitan tersebut
		1	Tidak dapat mengaitkan Konsep Limit Fungsi dengan kebesaran Tuhan YME dan menunjukkan rasa syukur /kagum atas keterkaitan tersebut

$$\text{Nilai Spiritual} = \frac{\text{Jumlah skor yang diperoleh siswa}}{\text{Jumlah skor maksimal}} \times 100$$

b. Sikap sosial

Lembar penilaian Sosial

Mata pelajaran : Matematika
 Materi Pokok : Limit Fungsi
 Kelas / semester : XI / Ganjil

No	Nama	Skor Sosial					Jumlah skor	Keterangan
		Aktif	Jujur	teliti	Kritis	komunikatif		

Rubrik Penilaian sikap sosial

No	Aspek dinilai	Skor	Kriteria
1	Aktif dalam mengajukan pertanyaan mengenai materi Tata cara identifikasi satwa yang dilindungi	3	Menunjukkan sikap aktif dalam mengajukan pertanyaan mengenai materi Konsep Limit Fungsi
		2	Kurang menunjukkan sikap aktif bertanya mengenai materi Konsep Limit Fungsi
		1	Tidak menunjukkan sikap aktif bertanya mengenai materi Konsep Limit Fungsi
2	Jujur dalam mengerjakan tugas individu maupun kelompok mengenai materi Tata cara identifikasi satwa yang dilindungi	3	Menunjukkan sikap jujur dalam mengerjakan tugas baik individu maupun kelompok mengenai Konsep Limit Fungsi
		2	Kurang menunjukkan sikap jujur dalam mengerjakan tugas individu maupun kelompok mengenai Konsep Limit Fungsi
		1	Tidak menunjukkan sikap jujur dalam mengerjakan tugas individu maupun kelompok mengenai Konsep Limit Fungsi
3	Teliti dalam mengerjakan tugas baik individu maupun kelompok mengenai materi Tata cara identifikasi satwa yang dilindungi	3	Menunjukkan sikap teliti dalam mengerjakan tugas baik individu maupun kelompok mengenai materi Konsep Limit Fungsi
		2	Kurang menunjukkan sikap teliti dalam mengerjakan tugas baik individu maupun kelompok mengenai materi Konsep Limit Fungsi
		1	Tidak menunjukkan sikap teliti dalam mengerjakan tugas baik individu maupun kelompok mengenai materi Konsep Limit Fungsi
4	Kritis dalam berdiskusi dan menanggapi pendapat kelompok lain	3	Menunjukkan sikap kritis dalam berdiskusi mengenai Konsep Limit Fungsi
		2	Kurang menunjukkan sikap kritis dalam berdiskusi Konsep Limit Fungsi

	mengenai materi Tata cara identifikasi satwa yang dilindungi	1	Tidak menunjukkan sikap kritis dalam berdiskusi mengenai Konsep Limit Fungsi
5	Sikap komunikatif (berani menyampaikan pendapat/presentasi) di depan kelas mengenai materi Tata cara identifikasi satwa yang dilindungi	3	Menunjukkan sikap komunikatif (berani menyampaikan pendapat /presentasi) di depan kelas mengenai materi Konsep Limit Fungsi
		2	Kurang menunjukkan sikap komunikatif (kurang berani menyampaikan pendapat/presentasi) di depan kelas Konsep Limit Fungsi
		1	Tidak menunjukkan sikap komunikatif (tidak berani menyampaikan pendapat/presentasi) di depan kelas mengenai Konsep Limit Fungsi

Nilai sikap = $\frac{\text{Jumlah skor yang diperoleh siswa}}{\text{Jumlah skor maksimal}} \times 100$

2. PENILAIAN PENGETAHUAN

Kisi Kisi instrumen penilaian pengetahuan

Mata pelajaran : Matematika
Materi Pokok : Limit Fungsi
Kelas / semester : XI / Ganjil
Bentuk soal : Uraian

IPK	INDIKATOR SOAL	LEVEL KOGNITIF	NO. SOAL
Menganalisis sifat-sifat limit fungsi aljabar	Disajikan tabel pendekatan nilai suatu limit, peserta didik diharapkan dapat menganalisis sifat limit fungsi tersebut	L3/C4	2
	Disajikan suatu pengamatan dengan persamaan fungsi tertentu, peserta didik diharapkan dapat menganalisis grafik dari hasil pengamatan tersebut	L3/C4	3
Menganalisis penyelesaian masalah yang berkaitan dengan sifat-sifat limit fungsi aljabar	Disajikan suatu grafik, peserta didik diharapkan dapat menganalisis nilai limit pada titik tertentu pada grafik tersebut	L3/C4	1
	Disajikan beberapa grafik fungsi, peserta didik diharapkan dapat menganalisis grafik tersebut mempunyai penyelesaian limit pada titik tertentu	L3/C4	4

Keterangan: *)

Level kognitif 1 = pengetahuan/pemahaman (C1-2)

Level kognitif 2 = aplikasi/penerapan (C3)

Level kognitif 3 = penalaran (C4-6)

URAIAN SOAL

Tugas Kelompok.

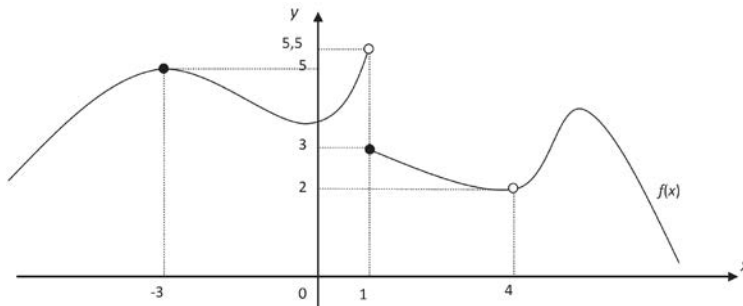
a. Petunjuk soal

Kerjakan soal sesuai dengan perintah

b. Soal

SOAL URAIAN

1. Perhatikan grafik di bawah ini?



Tentukan nilai $\lim_{x \rightarrow -3^-} f(x)$, $\lim_{x \rightarrow -3^+} f(x)$, $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x)$, $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x)$, $\lim_{x \rightarrow 4^-} f(x)$, $\lim_{x \rightarrow 4^+} f(x)$,
Kemudian tentukan nilai $f(-3)$, $f(1)$, dan $f(4)$ **(Skor:30)**

2. Seekor lebah diamati sedang hinggap di tanah pada sebuah lapangan. Pada keadaan dan interval waktu tertentu, misalkan lebah tersebut terbang mengikuti fungsi berikut:

$$f(t) = \begin{cases} -5t^2 + 10t & \text{jika } 0 \leq t \leq 1 \\ 5 & \text{jika } 1 \leq t \leq 2 \\ -5t + 15 & \text{jika } 2 \leq t \leq 3 \end{cases}$$

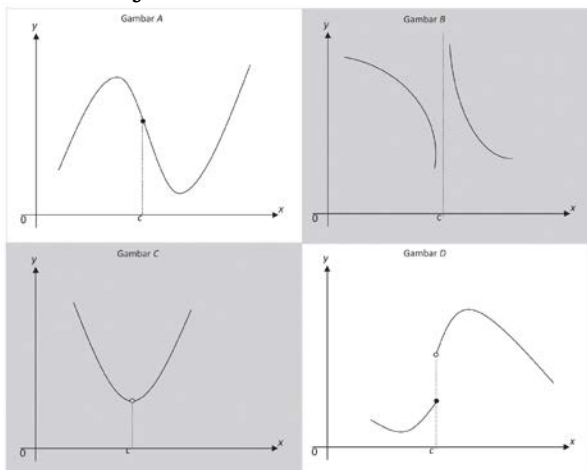
Coba kamu tunjukkan grafik lintasan terbang lebah tersebut dan analisis gerak lebah pada waktu $t = 1$ dan $t = 2$! **(Skor:30)**

3. Nilai pendekatan $f(x) = kx^2$ dengan k adalah konstan pada saat x mendekati 1

x	0	0,2	0,5	0,9	0,99	0,999	...	1	...	1,001	1,01	1,1	1,5	1,8	2
y	0	$0,01k$	$0,25k$	$0,81k$	$0,9801k$	$0,998001k$...	?	...	$1,002001k$	$1,0201k$	$1,21k$	$2,25k$	$3,24k$	$4k$

Dari analisis tabel di atas, kesimpulan apa yang dapat ditarik? **(Skor:20)**

4. Grafik manakah yang disebut mempunyai limit pada saat x mendekati c ?
Jelaskan jawabanmu!



(Skor:20)

PEDOMAN PENSKORAN

- ✓ Skor maksimal bilamana pengerjaan siswa sempurna
- ✓ Skor 1/2 dari maksimal bilamana pengerjaan siswa masih setengah dari keharusan
- ✓ Skor ¼ dari maksimal bilamana siswa sudah berusaha, walaupun salah (upah nulis)
- ✓ Skor 0 bilamana siswa tidak ada usaha sama sekali

$$\text{Nilai Pengetahuan} = \frac{\text{Skor no 1} + \text{no2} + \text{no3} + \text{no4}}{100} \times 100 = \text{Nilai}$$

Kriteria Nilai

A = 90-100 : Baik sekali

B = 80-89 : Baik

C = 75-79 : Cukup

D = < 75 : Kurang

3. PENILAIAN KETERAMPILAN

Lembar penilaian Keterampilan Individu

Mata pelajaran : Matematika
 Materi Pokok : Limit Fungsi
 Kelas / semester : XI / Ganjil

No	Nama	Skor Aspek ke-				keterangan
		1	2	3	4	

Rubrik Penilaian Keterampilan Individu

No	Aspek dinilai	Skor	Kriteria
1	Mengamati dan menjelaskan berbagai data seperti gambar dan tabel yang ditampilkan pada pembelajaran Tata cara identifikasi satwa yang dilindungi	3	Mampu mengamati dengan cermat dan mampu menjelaskan berbagai data seperti gambar dan tabel, maupun grafik yang ditampilkan dengan tepat
		2	Mampu mengamati dengan cermat dan mampu menjelaskan berbagai data seperti gambar dan tabel yang ditampilkan, tetapi kurang tepat
		1	Siswa tidak mengamati dengan cermat dan tidak mampu menjelaskan berbagai data seperti gambar, dan tabel yang ditampilkan
2	Mengidentifikasi masalah yang ada pada pembelajaran Tata cara identifikasi satwa yang dilindungi	3	Mampu mengidentifikasi masalah yang ada pada pembelajaran Tata cara identifikasi satwa yang dilindungi
		2	Mampu dalam mengidentifikasi masalah yang ada pada pembelajaran Tata cara identifikasi satwa yang dilindungi
		1	Tidak mampu mengidentifikasi masalah yang ada pada pembelajaran Tata cara identifikasi satwa yang dilindungi
3	Ketepatan dalam membuat kesimpulan mengenai materi-materi yang ada pada materi Tata cara identifikasi satwa yang dilindungi	3	Siswa mampu membuat kesimpulan mengenai materi yang sudah dipelajari dengan tepat
		2	Siswa mampu membuat kesimpulan mengenai materi yang sudah dipelajari, tetapi kurang tepat
		1	Siswa tidak mampu membuat kesimpulan mengenai materi yang sudah dipelajari
4	Mampu mengaitkan pengetahuan baru dengan pengetahuan lama/dasar yang sudah dimiliki	3	Siswa mampu mengaitkan pengetahuan baru dengan pengetahuan lama/dasar yang sudah dimiliki
		2	Siswa kurang mampu mengaitkan pengetahuan baru dengan pengetahuan lama/dasar yang sudah dimiliki

		1	Siswa tidak mampu mengaitkan pengetahuan baru dengan pengetahuan lama/dasar yang sudah dimiliki
--	--	---	---

Lembar penilaian Keterampilan Individu, diskusi dan kerjasama

Mata pelajaran : Matematika
 Materi Pokok : Limit Fungsi
 Kelas / semester : XI / Ganjil

No	Nama	Keterampilan individu				Diskusi	Kerja sama	Total skor	Nilai akhir
		Skor Aspek ke-							
		1	2	3	4				

Rubrik penilaian keterampilan diskusi dan kerjasama

No	Aspek dinilai	Skor	Kriteria
1	Berdiskusi	3	Dilakukan secara mandiri (individu/kelompok)
		2	Diskusi Dilakukan dengan bantuan guru
		1	Tidak mampu berdiskusi dalam kelompok
2	Bekerja sama	3	Kerja sama kelompok yang baik
		2	Kerja sama kelompok kurang baik
		1	tidak bekerja sama dengan baik

Nilai keterampilan = $\frac{\text{Jumlah skor yang diperoleh siswa}}{\text{Jumlah skor maksimal}} \times 100$

Rentang nilai akhir :

- 0 - 69 : Kurang kompeten
- 70-79 : Cukup kompeten
- 80-99 : kompeten
- 90-100 : sangat kompeten