

Herry Wijayanto. S.Pd.Si

LEMBAR KERJA PESERTA DIDIK (LKPD)

Matematika

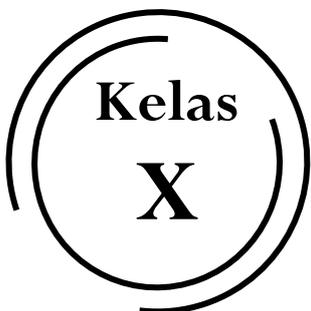
Peminatan

Fungsi Logaritma, Masalah Otentik
Terkait Fungsi Logaritma, dan
Grafik Fungsi Logaritma

Nama :

Kelas :

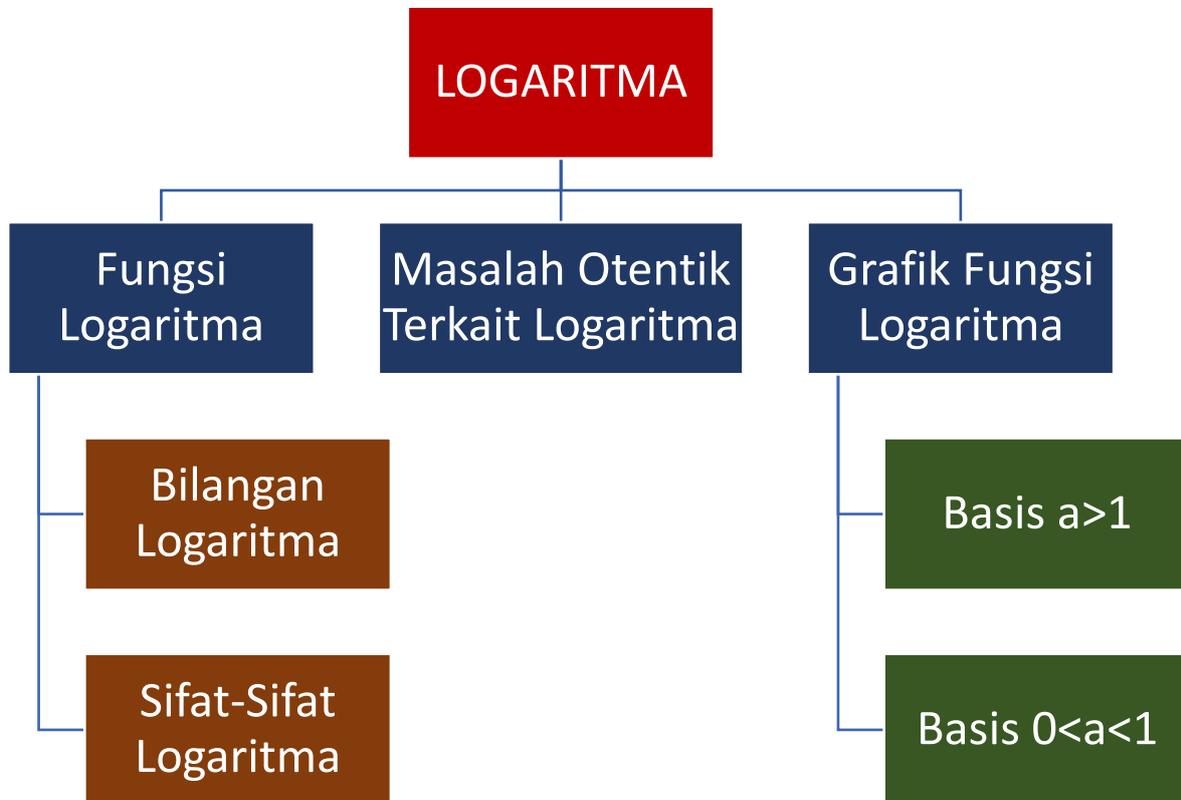
No. Absensi :





PETA MATERI DAN GLOSARIUM

PETA MATERI



GLOSARIUM

ISTILAH	KETERANGAN
Basis	bilangan pokok
Domain	semua nilai yang membuat fungsi terdefinisi
Eksponen	pangkat
Fungsi	pemetaan setiap anggota sebuah himpunan kepada anggota himpunan yang lain yang dapat dinyatakan dengan lambang, atau dapat menggunakan lambang
Grafik	suatu kerangka atau gambar yang digunakan untuk membuat objek visualisasi dari data-data pada tabel dengan tujuan memberikan informasi mengenai suatu data dari penyaji materi kepada penerima materi



ISTILAH	KETERANGAN
Himpunan penyelesaian	himpunan semua penyelesaian suatu persamaan, sistem persamaan, dan pertidaksamaan
Logaritma	eksponen pangkat yang diperlukan untuk mengangkat bilangan dasar supaya mendapatkan bilangan tertentu (jika bilangan dasarnya 10, maka $\log 100 = 2$, artinya $10 \text{ pangkat } 2 = 100$)
Range	semua nilai y atau $f(x)$ dari suatu fungsi
Substitusi	penggantian
Variabel	peubah



PENDAHULUAN

A. IDENTITAS LKPD

Mata Pelajaran	: Matematika Peminatan
Judul	: Fungsi Logaritma dan Grafik Fungsi Logaritma
Kelas	: X
Semester	: Gasal
Alokasi Waktu	: Tiga Pertemuan (3×3 JP)

B. KOMPETENSI DASAR DAN INDIKATOR PENCAPAIAN KOMPETENSI

Kompetensi Dasar:

- 3.1. Mendeskripsikan dan menentukan penyelesaian fungsi eksponensial dan fungsi logaritma menggunakan masalah kontekstual, serta keberkaitanannya.
- 4.1. Menyajikan dan menyelesaikan masalah yang berkaitan dengan fungsi eksponensial dan fungsi logaritma.

Indikator Pencapaian Kompetensi

- 3.1.16. Menentukan nilai dari suatu logaritma dengan menggunakan rumus-rumus dasar logaritma.
- 3.1.17. Menyederhanakan suatu logaritma menggunakan rumus-rumus dasar (sifat-sifat) logaritma.
- 3.1.18. Menentukan nilai dari suatu fungsi logaritma dengan variabel yang sudah diketahui.
- 3.1.19. Menentukan bentuk umum fungsi logaritma berdasarkan permasalahan dalam kehidupan sehari-hari.
- 3.1.20. Menggunakan aturan yang berkaitan dengan fungsi logaritma dalam pemecahan masalah.
- 3.1.21. Melukis grafik fungsi logaritma dalam interval tertentu.
- 3.1.22. Menentukan sifat-sifat dari grafik fungsi logaritma.
- 4.1.6. Menyajikan masalah dalam kehidupan sehari-hari yang berhubungan dengan fungsi logaritma.



- 4.1.7. Menyelesaikan masalah dalam kehidupan sehari-hari yang berhubungan dengan fungsi logaritma.
- 4.1.8. Menyajikan grafik fungsi logaritma melalui titik-titik tertentu.

C. PETUNJUK PENGGUNAAN LKPD

Agar anda berhasil mencapai kompetensi dalam mempelajari LKPD ini maka ikuti petunjuk-petunjuk berikut:

1. Petunjuk Umum

- a. Bacalah LKPD ini secara berurutan dan pahami isinya.
- b. Pelajari contoh-contoh penyelesaian permasalahan dengan seksama dengan pemahaman atau bukan dihafalkan.
- c. Laksanakan semua tugas-tugas yang ada dalam LKPD ini agar kompetensi anda berkembang sesuai kompetensi yang diharapkan
- d. Setiap mempelajari materi, anda harus mulai dari menguasai pengetahuan pendukung (uraian materi) melaksanakan tugas-tugas, mengerjakan lembar latihan dan jawablah pertanyaan-pertanyaan di setiap kegiatan dengan berdiskusi dengan rekan sejawat.
- e. Dalam mengerjakan lembar latihan, anda jangan melihat kunci jawaban terlebih dahulu sebelum anda menyelesaikan lembar latihan
- f. Laksanakan lembar kerja untuk pembentukan keterampilan sampai anda benar-benar terampil sesuai kompetensi.
- g. Konsultasikan dengan guru apabila anda mendapat kesulitan dalam mempelajari LKPD ini.

2. Petunjuk Khusus

- a. Dalam LKPD I kalian akan mempelajari bagaimana memahami konsep terkait logaritma. Pada LKPD II kalian akan mempelajari bagaimana menerapkan konsep dan menyelesaikan masalah kehidupan yang nyata terkait logaritma. Pada LKPD III kalian akan melukis grafik fungsi logaritma.
- b. Pahami contoh-contoh soal yang ada, dan kerjakanlah semua soal latihan yang ada. Kerjakanlah soal uji kompetensi dengan cermat agar kalian bisa lebih paham dan terampil dan berdiskusilah bersama teman.

**LEMBAR KERJA PESERTA DIDIK I (LKPD I)****A. Tujuan Pembelajaran**

Pada pembelajaran ini memiliki tujuan agar peserta didik dapat:

- ✚ Menyederhanakan suatu logaritma menggunakan rumus-rumus dasar (sifat-sifat) logaritma.
- ✚ Menentukan nilai dari suatu fungsi logaritma dengan variabel yang sudah diketahui.

B. Kegiatan 1**Fungsi Logaritma**

Setelah kalian selesai mempelajari eksponensial mari kita kembangkan pembahasan kita pada materi Logaritma. Untuk memahami pengertian logaritma dan sifatnya, coba kalian perhatikan pernyataan $p \times q = r$.

Bagaimanakah menyatakan p dalam q dan r ? Jawabnya adalah $p = \frac{r}{q}$,

dengan $q \neq 0$. Kemudian kita perhatikan pernyataan $3^2 = 9$. Bagaimanakah menyatakan 3 dalam 2 dan 9 ? Jawabnya $3 = \sqrt[2]{9}$. Bagaimanakah menyatakan 2 dalam 3 dan 9 ? Jawabnya 2 adalah pangkat dari 3 sehingga $3^2 = 9$. Jika kita ambil secara umum $a^y = x$, maka y adalah eksponen dari a sehingga $a^y = x$, dan pernyataan untuk y ini bisa ditulis dalam bentuk $y = {}^a \log x$ atau $y = \log_a x$ dengan a adalah bilangan dasar atau basis dan y adalah eksponennya. Untuk lebih jelas, coba perhatikan tabel berikut:

$f : x \rightarrow y = 2^x$		$f^{-1} : y \rightarrow x = {}^2 \log y$		
Permasalahan	Jawab	Permasalahan		Jawab
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
$x = 3$	$2^3 = ?$	$2^x = 8$	$x = ? \Leftrightarrow {}^2 \log 8 = ?$	3
$x = 2$	$2^2 = ?$	$2^x = 4$	$x = ? \Leftrightarrow {}^2 \log 4 = ?$	2



$f : x \rightarrow y = 2^x$		$f^{-1} : y \rightarrow x = {}^2 \log y$			
Permasalahan	Jawab	Permasalahan			Jawab
$x = 1$ $2^1 = ?$	2	$2^x = 2$ $x = ?$ \Leftrightarrow ${}^2 \log 2 = ?$			1
$x = 0$ $2^0 = ?$	1	$2^x = 1$ $x = ?$ \Leftrightarrow ${}^2 \log 1 = ?$			0
$x = -1$ $2^{-1} = ?$	$\frac{1}{2}$	$2^x = \frac{1}{2}$ $x = ?$ \Leftrightarrow ${}^2 \log \frac{1}{2} = ?$			$\frac{1}{2}$
$x = -2$ $2^{-2} = ?$	$\frac{1}{4}$	$2^x = \frac{1}{4}$ $x = ?$ \Leftrightarrow ${}^2 \log \frac{1}{4} = ?$			$\frac{1}{4}$
$x = -3$ $2^{-3} = ?$	$\frac{1}{8}$	$2^x = \frac{1}{8}$ $x = ?$ \Leftrightarrow ${}^2 \log \frac{1}{8} = ?$			$\frac{1}{8}$
\vdots \vdots	\vdots	\vdots \vdots			\vdots

Berdasarkan tabel di atas, kita dapat memperoleh:

$$2^x = y \Leftrightarrow {}^2 \log y = x$$

Apabila bilangan pokoknya kita ganti dengan a , dari ${}^a \log y = x$ maka diperoleh: $f^{-1}(y) = {}^a \log y$ sehingga $f^{-1}(x) = {}^a \log x$

Jika f^{-1} dinamakan $g(x)$, maka $g(x) = {}^a \log x$. Fungsi $g : x \rightarrow {}^a \log x$ dinamakan fungsi logaritma.

Jelaslah bahwa logaritma adalah kebalikan (invers) dari eksponensial.

Logaritma didefinisikan sebagai berikut:

$$\text{Misalkan } a, b, c \in \mathbb{R}, a > 0, a \neq 1, \text{ dan } b > 0, \text{ maka } {}^a \log b = c \Leftrightarrow a^c = b$$

Dengan: a disebut basis ($0 < a < 1$ atau $a > 1$)

b disebut numerus ($b > 0$)

c disebut hasil logaritma



Berdasarkan definisi tersebut, kita dapat menurunkan sifat-sifat logaritma dari sifat-sifat eksponensial.

Lengkapilah sifat-sifat logaritma di bawah ini.

${}^2 \log 2 = \dots$	${}^3 \log 3 = \dots$	${}^5 \log 5 = \dots$	${}^a \log a = \dots$
-----------------------	-----------------------	-----------------------	-----------------------

${}^2 \log 1 = \dots$	${}^3 \log 1 = \dots$	${}^5 \log 1 = \dots$	${}^a \log 1 = \dots$
-----------------------	-----------------------	-----------------------	-----------------------

${}^2 \log 2^3 = \dots$	${}^3 \log 3^5 = \dots$	${}^5 \log 5^7 = \dots$	${}^a \log a^n = \dots$
-------------------------	-------------------------	-------------------------	-------------------------

Kesimpulan apa yang kalian peroleh?

Sesuai dengan sifat-sifat dasar yang telah kalian temukan, lengkapilah sifat-sifat operasi di bawah ini.

1. Sifat Penjumlahan Logaritma

Misalkan $a^m = b$, maka $m = \dots$

$a^n = c$, maka $n = \dots$

$bc = \dots$

${}^a \log bc =$

Dengan demikian,

${}^a \log b + {}^a \log c =$



2. Sifat Pengurangan Logaritma

Misalkan $a^m = b$, maka $m = \dots$

$a^n = c$, maka $n = \dots$

$$\frac{b}{c} = \dots$$

$${}^a \log \frac{b}{c} =$$

Dengan demikian,

$${}^a \log b - {}^a \log c =$$

3. Sifat Pangkat Numerus

$${}^a \log b^3 = {}^a \log \dots \times \dots \times \dots$$

$$= \dots + \dots + \dots \quad (\text{sesuai aturan jumlah logaritma})$$

$$= \dots \times {}^a \log b$$

Dengan demikian, langkah yang sama untuk pangkat n menjadi:

$${}^a \log b^n =$$

4. Sifat Pembagian Logaritma dengan Basis yang Sama

$${}^a \log b = m, \text{ maka } a^m = b$$

$${}^c \log a^m = {}^c \log b$$

$$\dots \times {}^c \log a = {}^c \log b \quad (\text{sesuai aturan pangkat numerus})$$

$$m = \frac{\dots}{\dots}$$

$${}^a \log b = \frac{\dots}{\dots}$$

5. Perkalian Logaritma

Menggunakan aturan poin 4, lengkapilah langkah berikut.

$${}^a \log b \cdot {}^b \log c = \frac{\dots}{\dots} \times \frac{\dots}{\dots} = \frac{\dots}{\dots}$$



6. Sifat Pangkat Basis dan Numerus Logaritma

$$\begin{aligned} a^m \log b^n &= \frac{\dots\dots\dots}{\dots\dots\dots} \\ &= \frac{\dots\dots\dots \times \dots\dots\dots}{\dots\dots\dots \times \dots\dots\dots} \\ &= \frac{\dots\dots\dots}{\dots\dots\dots} \times \frac{\dots\dots\dots}{\dots\dots\dots} \\ &= \frac{\dots\dots\dots}{\dots\dots\dots} \times \dots\dots\dots \end{aligned}$$

7. Sifat Bilangan Berpangkat Bentuk Logaritma

Misalkan ${}^a \log b = c$ maka $b = \dots\dots\dots$

$$a^c = \dots\dots\dots$$

$$a^{a \log b} = \dots\dots\dots$$

Kesimpulan

Dari kegiatan 1 di atas, tuliskan semua rumus sifat-sifat dasar dan sifat operasi logaritma.

**C. Latihan Soal**

Selesaikan soal latihan berikut ini.

1) Tentukan nilai dari logaritma berikut.

a) ${}^8\log 32$

b) $\frac{1}{{}^3\log 6} + \frac{1}{{}^{12}\log 6}$

c) ${}^3\log 18 - {}^3\log 2$

2) Diketahui ${}^3\log 4 = m$ dan ${}^3\log 5 = n$, tentukan ${}^8\log 20$!

3) Tentukan nilai $\frac{({}^5\log 10)^2 - ({}^5\log 2)^2}{{}^5\log \sqrt{20}}$!

4) Berapakah nilai dari ${}^6\log 14$ apabila diketahui ${}^7\log 2 = a$ dan ${}^2\log 3 = b$?

**LEMBAR KERJA PESERTA DIDIK II (LKPD II)****A. Tujuan Pembelajaran**

Pada pembelajaran ini memiliki tujuan agar peserta didik dapat:

- ✚ menyelesaikan masalah dalam kehidupan sehari-hari yang berhubungan dengan fungsi logaritma dengan tepat.
- ✚ menentukan bentuk umum fungsi logaritma berdasarkan permasalahan dalam kehidupan sehari-hari dengan tepat.

B. Kegiatan 2**Masalah Otentik Terkait Logaritma**

Konsep dan fungsi logaritma sangat bermanfaat dalam kehidupan sehari-hari. Dalam ilmu kimia, logaritma digunakan untuk menentukan kadar keasaman suatu larutan. Dalam ilmu fisika, logaritma digunakan untuk menentukan taraf intensitas suatu bunyi. Logaritma juga digunakan untuk menentukan besarnya skala Richter yang biasa digunakan dalam satuan skala besarnya kegempaan. Fungsi logaritma juga bisa digunakan dalam ilmu perbankan, yaitu untuk menghitung besarnya bunga majemuk. Penghitungan bunga majemuk termasuk fungsi pertumbuhan (monoton naik).

Untuk mengetahui lebih jauh pemanfaatan fungsi logaritma dalam kehidupan sehari-hari, coba kalian perhatikan contoh berikut:

Contoh:

Apa yang kalian rasakan ketika minum air perasan buah jeruk? Kemungkinan besar ada rasa agak asam yang kalian rasakan. Berbeda ketika kalian minum air mineral, pasti rasa netral yang dirasakan. Rasa asam dan netral itu karena adanya kadar keasaman pada larutan yang diminum. Orang kimia mengukur kadar keasaman larutan dengan besaran yang disebut pH, yang didefinisikan sebagai fungsi logaritma $p(t) = -\log t$, dengan t konsentrasi ion hidrogen (${}^+H$) yang dinyatakan dalam mol perliter (mol/L). Nilai pH biasanya dibulatkan dalam satu desimal. Mari kita mencoba untuk menghitung berapa pH suatu larutan yang konsentrasi ion hidrogennya $3,2 \times 10^{-5}$ mol/L?



$$(\log 3,2 = 0,505)$$

Penyelesaian:

Pada larutan yang akan kita hitung pHnya ini telah diketahui konsentrasi ion hidrogen $t = 3,2 \times 10^{-5}$, sehingga:

$$\begin{aligned}p(t) &= -\log t \\ &= -\log(\dots \times \dots) \\ &= -\dots - \dots \\ &= -(\dots + \dots) \\ &= -(0,505 - \dots) \\ &= \dots\end{aligned}$$

Dengan demikian, nilai pH larutan tersebut adalah

C. Latihan Soal

Selesaikan soal latihan berikut.

- 1) Intensitas bunyi diukur dengan satuan yang disebut desibel (disingkat dB). Satuan ini diukur pertama-tama dengan menetapkan suatu intensitas I_0 pada bunyi yang sangat lembut (yang disebut ambang bunyi). Sebagai acuan I_0 ditetapkan 10^{-12} Wm^{-2} . Bunyi yang kita ukur intensitasnya diberi lambang I dan besaran yang diukur oleh alat ukur adalah taraf intensitas bunyi (TI), yang dinyatakan sebagai $TI = 10 \cdot \log \frac{I}{I_0}$ dB
 - a) Tentukan taraf intensitas bunyi dengan intensitas sebesar $4000I_0$
($\log 2 = 0,301$)
 - b) Jika suatu bunyi memiliki taraf intensitas 80 dB, berapa kalikah intensitas bunyi ini jika dibandingkan dengan intensitas ambang bunyi I_0 ?



- 2) Jika M adalah kekuatan gempa dalam skala Richter, maka didefinisikan sebagai $M(I) = \log\left(\frac{I}{I_0}\right)$. Tentukan kekuatan suatu gempa (bulatkan ke desimal kedua) dengan intensitas yang diberikan.
- $I = 5.000I_0$ dengan ($\log 5 = 0,698$)
 - $I = 8.456.000I_0$ dengan ($\log 8456 = 3,927$)

**LEMBAR KERJA PESERTA DIDIK III (LKPD III)****A. Tujuan Pembelajaran**

Pada pembelajaran ini memiliki tujuan agar peserta didik dapat:

- ✚ melukis grafik fungsi logaritma dalam interval tertentu secara bertanggungjawab.
- ✚ menentukan sifat-sifat dari grafik fungsi logaritma dengan tepat.

B. Kegiatan 3**Grafik Fungsi Logaritma**

Berikut ini langkah-langkah membuat grafik fungsi logaritma $f(x) = {}^a \log x$ yakni:

- a. Membuat tabel hubungan antara x dan $y = f(x) = {}^a \log x$
- b. Menggambar titik-titik yang diperoleh pada langkah a
- c. Menghubungkan titik-titik tersebut menjadi kurva mulus

Sebagaimana fungsi eksponensial, fungsi logaritma $f(x) = {}^a \log x$ dengan $a > 1$ merupakan fungsi monoton naik.

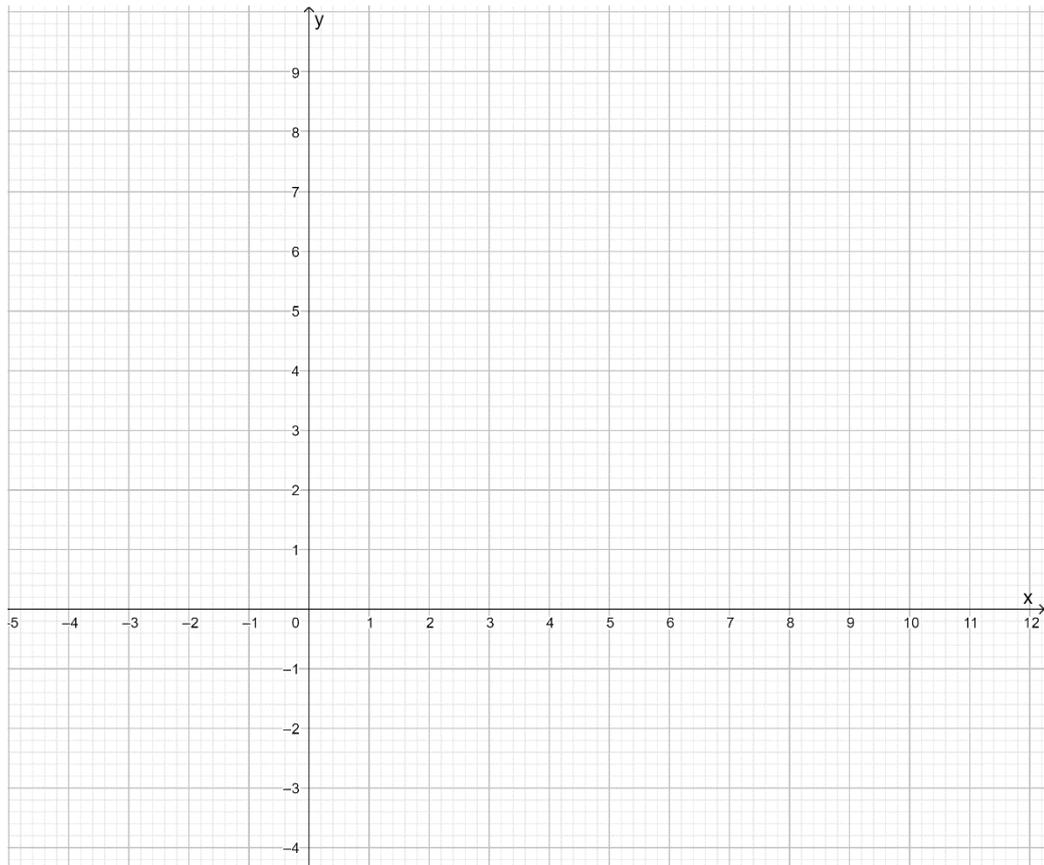
Grafik fungsi logaritma dengan basis $a > 1$

Gambarkanlah grafik fungsi logaritma $f(x) = {}^2 \log x$

Untuk mempermudah membuat grafik, dibuat table pasangan koordinat berikut.

x	...	4	2	1	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{4}$...
$f(x) = {}^2 \log x$
$(x, f(x))$...	(..., ...)	(..., ...)	(..., ...)	(..., ...)	(..., ...)	...

Gambarlah pasangan titik (x, y) yang diperoleh pada bidang Cartesius di bawah. Selanjutnya hubungkan titik-titik menjadi kurva mulus sehingga diperoleh grafik fungsi $f(x) = {}^2 \log x$.



Apa yang dapat kamu simpulkan dari hasil grafik? Analisislah.



Coba kalian ulangi langkah-langkah di atas untuk menggambar grafik fungsi

$f(x) = \frac{1}{2} \log x$ dan berikan analisismu



C. Latihan Soal

Selesaikan soal latihan berikut.

- a) Pada Daerah Aliran Sungai Pawan, Provinsi Kalimantan Barat, ditemukan berbagai artefak logam. Seperti gambar berikut ini:



Parang Pendek



Serampang tiga dan satu

Ternyata kehidupan pada 500 M, kebudayaan setempat sudah menggunakan berbagai jenis logam, tentunya logam tersebut ditempa.

Tabel berikut merupakan data naiknya suhu logam setelah dipanaskan dalam waktu tertentu.

$x = waktu$	$\frac{1}{9}$	$\frac{1}{3}$	1	3	9
$y = suhu$	-2	-1	0	1	2

- i) Tulislah persamaan yang menyatakan hubungan antara waktu dengan suhu logam yang dipanaskan yang datanya seperti di atas!
- ii) Gambarkan grafik fungsi yang menggambarkan hubungan waktu dan suhu.
- b) Lukislah grafik fungsi logaritma berikut ini:

i) $f(x) = {}^3\log x$

ii) $g(x) = {}^3\log x + 1$

iii) $h(x) = {}^3\log x + 2$

iv) $k(x) = {}^3\log x - 1$

v) $l(x) = {}^3\log x - 2$



Berdasarkan hasil dari grafik fungsi $i)$ sampai dengan $v)$, analisislah dan buatlah kesimpulannya.