



LEMBAR KERJA PESERTA DIDIK (LKPD) 1



$$\begin{bmatrix} 5 & -6 \\ 8 & 4 \end{bmatrix}$$

2
x
2

Determinan Matriks



$$\begin{bmatrix} 2 & 3 & 5 \\ 1 & 2 & 4 \\ 3 & 2 & 3 \end{bmatrix}$$

3
x
3

Determinan Matriks

Di Susun Oleh :
Retti Ardianti, S.Pd

Lembar Kerja Peserta Didik (LKPD) 1

Kelompok :

Anggota : 1.

2.

3.

4.

Kelas :

Materi Pembelajaran
Indikator Pencapaian Kompetensi

Tujuan Pembelajaran

Determinan Matriks Berordo 2x2 dan 3x3

- 3.4.1 Menentukan determinan matriks berordo 2x2
- 3.4.2 Menentukan determinan matriks berordo 3x3
- 3.4.3 Mengidentifikasi fakta determinan matriks berordo 2x2 dan 3x3
- 4.4.1 Menggunakan prosedur untuk menyelesaikan masalah kontekstual yang berkaitan dengan matriks berordo 2x2 dan 3x3

Peserta didik dapat:

Setelah mengikuti proses pembelajaran dengan pendekatan Sainifik dan model pembelajaran Discovery Learning berbasis 4C, Literasi dan PPK serta kegiatan diskusi dan tanya jawab dengan bantuan PPT (TPACK) dan LKPD peserta didik dapat :

- a. **Menentukan** determinan matriks berordo 2x2 secara tepat dan responsif.
- b. **Menentukan** determinan matriks berordo 3x3 dengan tepat dan jujur.
- c. **Mengidentifikasi** fakta determinan matriks berordo 2x2 dan 3x3 secara tepat, berfikir kritis dan berkreasi (4C) sekaligus memiliki sikap percaya diri (PPK).
- d. **Menyelesaikan** masalah kontekstual yang berkaitan dengan matriks berordo 2x2 dan 3x3 secara tepat, berfikir kritis dan berkreasi (4C) sekaligus memiliki sikap percaya diri (PPK).

Petunjuk

1. Bacalah LKPD yang kalian unduh pada laman Elok (E-learning SMAN 1 Cisolok) ini dengan cermat.
2. Diskusikan dan bahas bersama anggota kelompok yang sudah ditentukan pada WAG.
3. Jika dalam kelompokmu mengalami kesulitan dalam mempelajari dan mengerjakan LKPD ini, tanyakanlah kepada guru. Namun, berusaha semaksimal mungkin terlebih dahulu.
4. Tulis atau salin jawaban penyelesaian soal pada tempat yang sudah disediakan dengan tepat dan lengkap kemudian kalian unggah hasil akhir pada laman Elok (E-learning SMAN 1 Cisolok).
5. Setelah selesai mengerjakan LKPD, setiap kelompok akan mempresentasi-kan hasil diskusi kelompoknya pada Google Meet oleh perwakilan setiap kelompok.

Info

Determinan adalah nilai yang dapat dihitung dari unsur-unsur suatu matriks persegi. Maksudnya matriks persegi tuh yang kayak gimana sih? Matriks persegi adalah matriks yang memiliki jumlah baris dan kolom yang sama, sehingga kalau kita gambarkan bentuk matriksnya, akan membentuk bangun layaknya persegi.

"Jadi, kalau jumlah baris dan kolomnya *nggak* sama, kita *nggak* bisa mencari determinannya?"

Jawabannya udah pasti "Ya"

Misalnya, terdapat suatu matriks yang kita beri nama matriks A. Determinan matriks A bisa ditulis dengan tanda **det (A)**, **det A**, atau **|A|**. Nah, cara mencari determinan suatu matriks juga berbeda-beda, tergantung dari ordonya.

Di sini kita akan membahas determinan matriks berordo 1x2 dan 3x3

a. Determinan Matriks Ordo 2 x 2

$$|A| = \det A = \begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix} = ad - bc$$

b. Determinan Matriks Ordo 3 x 3

Metode ini ditemukan oleh Pierre Sarrus

$$\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} = a_{11}a_{22}a_{33} + a_{12}a_{23}a_{31} + a_{13}a_{21}a_{32} - a_{13}a_{22}a_{31} - a_{11}a_{23}a_{32} - a_{12}a_{21}a_{33}$$

Perhatikan permasalahan di bawah ini:

Masalah 1:



Dinda dan teman-temannya makan di kantin sekolah. Mereka memesan 3 porsi bakso dan 2 gelas es kelapa di kantin sekolahnya. Tak lama kemudian, Rey dan teman-temannya datang memesan 5 porsi bakso dan 3 gelas es kelapa. Dinda menantang Bagas menentukan harga satu porsi baksot dan harga es kelapa per gelas, jika Dinda harus membayar Rp70.000,00 untuk semua pesanannya dan Rey harus membayar Rp115.000,00 untuk semua pesanannya

Alternatif Penyelesaian:

Cara I

Petunjuk: Ingat kembali materi sistem persamaan linear yang sudah kamu pelajari. Buatlah sistem persamaan linear dari masalah tersebut, lalu selesaikan dengan matriks.

Misalkan $x = \dots\dots\dots$

$y = \dots\dots\dots$

Sistem persamaan linearnya: $\dots x + \dots y = \dots\dots\dots$

$\dots x + \dots y = \dots\dots\dots$

Dalam bentuk matriks adalah sebagai berikut.

$$\begin{bmatrix} \dots & \dots \\ \dots & \dots \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dots \\ \dots \end{bmatrix}$$

(3.1)



Mengingat kembali bentuk umum persamaan linear

$$\left. \begin{matrix} a_1x + b_1y = c_1 \\ a_2x + b_2y = c_2 \end{matrix} \right\} \rightarrow \begin{bmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} c_1 \\ c_2 \end{bmatrix}$$

Solusi persamaan tersebut adalah:

$$x = \frac{\dots}{\dots} \text{ dan } y = \frac{\dots}{\dots}, \quad a_1 \cdot b_2 \neq a_2 \cdot b_1 \quad (3.2)$$

Cara II

Dalam konsep matriks, nilai $(a_1 \cdot b_2 - a_2 \cdot b_1)$ disebut sebagai determinan matriks

$$\begin{bmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{bmatrix}, \text{ dinotasikan } \begin{vmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{vmatrix} \text{ atau } \det A, \text{ dengan matriks } \begin{bmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{bmatrix} = A.$$

Oleh karena itu, nilai x dan y pada persamaan (3.2), dapat ditulis menjadi:

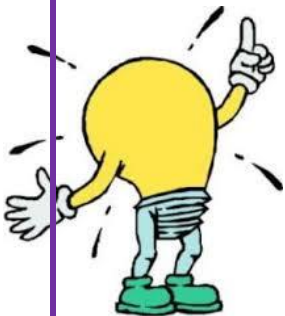
$$x = \frac{\begin{vmatrix} \dots & \dots \\ \dots & \dots \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} \dots & \dots \\ \dots & \dots \end{vmatrix}} \text{ dan } y = \frac{\begin{vmatrix} \dots & \dots \\ \dots & \dots \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} \dots & \dots \\ \dots & \dots \end{vmatrix}}$$

(3.3)

dengan $\begin{bmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{bmatrix} \neq 0.$



Kembali ke persamaan (3.1), dengan menerapkan persamaan (3.3), maka diperoleh:



$$x = \frac{\begin{vmatrix} | & | \\ | & | \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} | & | \\ | & | \end{vmatrix}} = \frac{-}{-} = \dots$$

$$y = \frac{\begin{vmatrix} | & | \\ | & | \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} | & | \\ | & | \end{vmatrix}} = \frac{-}{-} = \dots$$

Jadi, harga bakso satu porsi adalah Rp..... dan harga es kelapa satu gelas adalah Rp.....

Notasi Determinan
 Misalkan matriks $A = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$. Determinan dari matriks A dapat dinyatakan



$$\det A = |A| = \begin{vmatrix} | & | \\ | & | \end{vmatrix} = -$$

Masalah 2:

Sebuah perusahaan penerbangan menawarkan perjalanan wisata ke negara A, perusahaan tersebut mempunyai tiga jenis pesawat yaitu Airbus 100, Airbus 200, dan Airbus 300. Setiap pesawat dilengkapi dengan kursi penumpang untuk kelas turis, ekonomi, dan VIP. Jumlah kursi penumpang dari tiga jenis pesawat tersebut disajikan pada tabel berikut.

Kategori	Airbus 100	Airbus 200	Airbus 300
Kelas Turis	50	75	40
Kelas Ekonomi	30	45	25
Kelas VIP	32	50	30

Perusahaan telah mendaftarkan jumlah penumpang yang mengikuti perjalanan wisata ke negara A seperti pada tabel berikut.

Kategori	Jumlah Penumpang
Kelas Turis	305
Kelas Ekonomi	185
Kelas VIP	206

Berapa banyak pesawat yang harus dipersiapkan untuk perjalanan tersebut?

Alternatif Penyelesaian:

Untuk memudahkan kita menyelesaikan masalah ini, kita misalkan:

$x = \dots$

$y = \dots$

$z = \dots$

Sistem persamaan yang terbentuk adalah:

$$\left. \begin{matrix} \dots x + \dots y + \dots z = \dots \\ \dots x + \dots y + \dots z = \dots \\ \dots x + \dots y + \dots z = \dots \end{matrix} \right\} \leftrightarrow \begin{bmatrix} \dots \\ \dots \\ \dots \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dots \\ \dots \\ \dots \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dots \\ \dots \\ \dots \end{bmatrix}$$

Sebelum ditentukan penyelesaian masalah di atas, terlebih dahulu kita periksa apakah matriks A adalah matriks nonsingular. Ada beberapa cara untuk menentukan det A , antara lain Metode Sarrus.

Cara tersebut sebagai berikut.



Misalnya matriks $A_{3 \times 3} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix}$, maka deteminan A adalah:

$$\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & a_{21} & a_{22} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & a_{31} & a_{32} \end{vmatrix}$$

= + + - - -

Untuk matriks pada Masalah di atas adalah:

$$\begin{vmatrix} 50 & 75 & 40 \\ 30 & 45 & 25 \\ 32 & 50 & 30 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 50 & 75 & 40 & 50 & 75 \\ 30 & 45 & 25 & 30 & 45 \\ 32 & 50 & 30 & 32 & 50 \end{vmatrix}$$

= + + - - -

= ...



Analog dengan persamaan (2), kita akan menggunakan determinan matriks untuk menyelesaikan persoalan di atas.

$$x = \frac{\begin{vmatrix} 305 & 75 & 40 \\ 185 & 45 & 25 \\ 206 & 50 & 30 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 50 & 75 & 40 \\ 30 & 45 & 25 \\ 32 & 50 & 30 \end{vmatrix}} = \dots = y = \frac{\begin{vmatrix} 50 & 305 & 40 \\ 30 & 185 & 25 \\ 32 & 206 & 30 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 50 & 75 & 40 \\ 30 & 45 & 25 \\ 32 & 50 & 30 \end{vmatrix}} = \dots = z = \frac{\begin{vmatrix} 50 & 75 & 305 \\ 30 & 45 & 185 \\ 32 & 50 & 206 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 50 & 75 & 40 \\ 30 & 45 & 25 \\ 32 & 50 & 30 \end{vmatrix}} = \dots =$$

Oleh karena itu, banyak pesawat Airbus 100 yang disediakan sebanyak unit, banyak pesawat Airbus 200 yang disediakan sebanyak unit, banyak pesawat Airbus 300 yang disediakan sebanyak unit.

Soal Latihan:

1. Diketahui matriks $A = \begin{bmatrix} 4 & 5 \\ 2 & 6 \end{bmatrix}$ dan matriks $B = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$.

Tunjukkan bahwa $|A.B| = |A|.|B|$!

Alternatif Penyelesaian:

Sebelum kita menentukan determinan $A.B$, mari kita tentukan terlebih dahulu matriks $A.B$, yaitu:

$$A.B = \begin{bmatrix} & \\ & \end{bmatrix} \begin{bmatrix} & \\ & \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} & \\ & \end{bmatrix}$$

Dengan matriks $A.B$ tersebut kita peroleh $|A.B| = \begin{vmatrix} & \\ & \end{vmatrix} = \dots$

Sekarang akan kita bandingkan dengan nilai $|A|.|B|$

Dengan matriks $A = \begin{bmatrix} & \\ & \end{bmatrix}$ maka $|A| = \dots$, dan $B = \begin{bmatrix} & \\ & \end{bmatrix}$, maka $|B| = \dots$

Nilai $|A|.|B| = \dots = \dots$

Jadi

2. Tentukan determinan matriks $A = \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 5 & 4 \end{pmatrix}$

Jawab :

$$\det A = \begin{vmatrix} 3 & 2 \\ 5 & 4 \end{vmatrix} = (\dots \times \dots) - (\dots \times \dots) = \dots$$

3. Diketahui matriks $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 3 & 4 \\ 1 & 4 & 3 \end{pmatrix}$. Tentukan determinan matriks A .

Jawab :

Determinan matriks A (dihitung dengan aturan Sarrus) adalah :

$$\det A = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 3 & 4 \\ 1 & 4 & 3 \end{vmatrix}$$

$= \dots \times \dots \times \dots + \dots \times \dots \times \dots + \dots \times \dots \times \dots - \dots \times \dots \times \dots - \dots \times \dots \times \dots - \dots \times \dots \times \dots$
 $= \dots + \dots + \dots - \dots - \dots - \dots$
 $= \dots - \dots$
 $= \dots$

Jadi determinan matriks A atau $\det A = \dots$



Belajar, Usaha dan Doa Semangat 45!

