

E-LKPD



GRAFIK FUNGSI LOGARITMA DAN PERSAMAAN LOGARITMA

MATEMATIKA PEMINATAN
KELAS X MIPA

WAHYU BERTI RAHMANTIWI
SMA NEGERI 1 PUNDONG

GRAFIK FUNGSI LOGARITMA

Sebelum masuk ke materi ini, kerjakanlah soal prasyarat berikut ini:

SOAL PRASYARAT

Soal:

1. Tulis ke dalam bentuk bilangan berpangkat.

a. ${}^5\log 125 = 3$ c. ${}^6\log \sqrt[3]{6} = \frac{1}{3}$

b. ${}^8\log \frac{1}{64} = -2$ d. ${}^{\frac{1}{27}}\log 3 = -\frac{1}{3}$

2. Diketahui $f(x) = {}^3\log(4x + 3)$, tentukan nilai dari $f(60)$.

3. Dengan menggunakan sifat-sifat logaritma, hitunglah nilai p berikut ini.

a. ${}^{\frac{1}{2}}\log p = 3$

b. ${}^5\log \sqrt{5} = p$

c. $16^{\log p} = 8$

Penyelesaian:

LKPD 1

Kompetensi Dasar

- 3.1 Mendeskripsikan dan menentukan penyelesaian fungsi eksponensial dan fungsi logaritma menggunakan masalah kontekstual, serta keberkaitannya.
- 4.1 Menyajikan dan menyelesaikan masalah yang berkaitan dengan fungsi eksponensial dan fungsi logaritma

Tujuan Pembelajaran

Setelah pembelajaran menggunakan *Problem Based Learning* (PBL), peserta didik dapat memiliki sikap tanggung jawab, kerjasama yang baik dan rasa ingin tahu sehingga dapat mendeskripsikan, menyusun, menggambar, membuat dan menganalisis grafik fungsi logaritma.

Petunjuk Penggunaan LKPD

1. Bacalah LKPD dengan cermat!
2. Diskusikan masalah yang ada dalam LKPD dalam *google classroom* ataupun *whatsapp group*!
3. Tulislah hasil diskusi kelompok kalian pada tempat yang telah disediakan!



Perhatikan permasalahan berikut ini!

Pernahkah kalian melihat peristiwa gunung meletus? Apa saja akibatnya apabila peristiwa tersebut terjadi? Saksikanlah video berikut ini proses terjadinya letusan gunung berapi pada https://www.youtube.com/watch?v=OXbFfu8_iB0. Setelah melihat video tersebut, maka material-material yang muncul akibat peristiwa gunung meletus tersebut akan mengakibatkan PH tanah berubah. Hal ini terjadi akibat adanya hujan asam. Untuk mengetahui PH tanah dapat dirumuskan dengan fungsi logaritma sebagai berikut:

$$pH = -\log[H^+]$$

Untuk memudahkan dalam menyampaikan informasi peningkatan pH tanah di sekitar gunung berapi tersebut, maka fungsi logaritma yang diperoleh digambarkan dalam bentuk grafik fungsi logaritma. Dapatkah kalian menggambar?



Gambar 1.1 Gunung Meletus

Sumber:

<https://storymaps.arcgis.com/stories/>



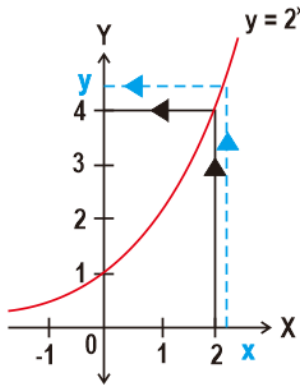
AYO DISKUSI

Selain contoh di atas, dapatkah kalian menentukan contoh lainnya, sampaikan dalam diskusi *google classroom* ataupun dalam *whatsapp group*.

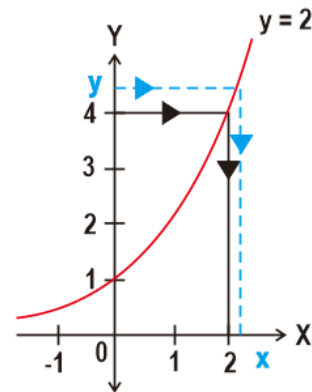


A. Pengertian Limit

Bentuk umum fungsi logaritma adalah $y = f(x) = a \log x$, dengan a adalah bilangan pokok dengan $a > 0$ dan $a \neq 1$. Untuk lebih memahami, perhatikan grafik fungsi eksponen berikut ini.



Gambar 1.2 Grafik fungsi $y = 2^x$ dengan x sebagai masukan



Gambar 1.3 Grafik fungsi $y = 2^x$ dengan y sebagai masukan

Grafik fungsi logaritma berkaitan dengan grafik fungsi eksponen. Gambar 1.2 menunjukkan grafik fungsi eksponen $y = 2^x$ dengan x sebagai masukan (*input*) dan y sebagai keluaran (*output*). Misalkan dimasukkan $x = 2$ memberikan keluaran $y = 2^2 = 4$. Bagaimana jika prosesnya kita balik, sebagai masukan adalah y dan sebagai keluaran x . Menukar x menjadi y dan sebaliknya inilah yang disebut sebagai *invers* dari fungsi eksponen. Misalnya diketahui masukan $y = 4$, maka diperoleh keluaran $x = 2$. (lihat gambar 1.3).

AYO DISKUSI

Dapatkah kalian simpulkan, apakah yang dimaksud dengan invers fungsi eksponen? Carilah contoh lainnya dan diskusikan dalam *google classroom*.

Untuk lebih memahami grafik fungsi logaritma dan invers fungsi eksponen, perhatikan contoh berikut ini!



CONTOH 1

Lukislah grafik fungsi $y=^2\log x$.

Penyelesaian:

Untuk menggambar grafik $y=^2\log x$, pilihlah beberapa absis x yang merupakan bilangan eksponen dengan bilangan 2.

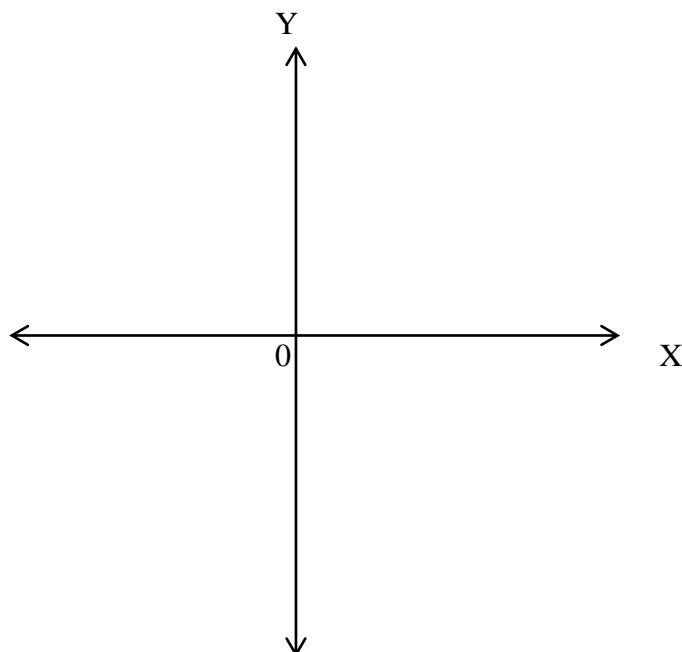
Yaitu.....

Sajikan dalam tabel berikut ini.

Tabel 1.1 Data untuk fungsi $y=^2\log x$

x	$y=^2\log x$	(x,y)
...
...
...
...
...

Kemudian gambarlah dalam bidang cartesius berikut ini.





CONTOH 2

Lukislah grafik fungsi $y = \frac{1}{2} \log x$.

Penyelesaian:

Untuk menggambar grafik $y = \frac{1}{2} \log x$, pilihlah beberapa absis x yang merupakan bilangan eksponen dengan bilangan 2.

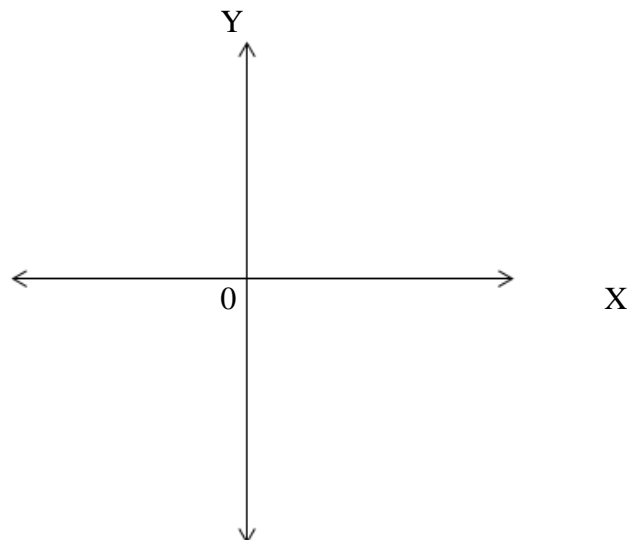
Yaitu.....

Sajikan dalam tabel berikut ini.

Tabel 1.1 Data untuk fungsi $y = \frac{1}{2} \log x$

x	$y = \frac{1}{2} \log x$	(x, y)
...
...
...
...
...

Kemudian gambarlah dalam bidang cartesius berikut ini.



AYO DISKUSI

Bagikan hasil kerja kalian di *whatsapp group* dengan cara memfoto hasil kerja kalian, kemudian peserta didik yang lainnya menanggapi.



KESIMPULAN

Dari dua contoh di atas, dapatkah kalian menyimpulkan apakah Anda dapat membedakan manakan yang dinamakan grafik fungsi monoton naik dan manakah yang merupakan grafik fungsi monoton turun. Dan berilah ciri-ciri dari grafik fungsi yang monoton naik dan monoton turun!

KEMBALI KE MASALAH AWAL

Gambarlah grafik fungsi logaritma yang menyatakan info dari peningkatan pH tanah sekitar gunung meletus pada masalah awal tadi dalam bidang cartesius.

LATIHAN SOAL

Tingkat kebisingan jalan di luar aula konser di diukur dengan fungsi grafik $y = 4 \log x$ dengan x menunjukkan menit sbelum dan sesudah dimulai konser tersebut. Gambarlah dalam grafik tingkat kebisingan jalan tersebut.pada buku tulis kalian. Apakah grafik tersebut merupakan fungsi monoton naik atau turun. Apabila sudah gunakan aplikasi *geogebra* atau *mathway* untuk melihat apakah hasil gambar yang kalian buat sama dengan *output* dari aplikasi tersebut. (Penggunaan *geogebra*: <https://www.youtube.com/watch?v=sX3uKqgZsWs>)

PERSAMAAN LOGARITMA

Sebelum masuk ke materi ini, kerjakanlah soal prasyarat berikut ini:

SOAL PRASYARAT

Soal:

1. Tentukan penyelesaian dari persamaan berikut ini.
 - a. $8x - 3 = 6 - x$
 - b. $x^2 + 6x - 72 = 0$
 - c. $3x^2 - 9x + 5 = x^2 - 14x + 8$
2. Tentukan himpunan penyelesaian yang memenuhi pertidaksamaan berikut ini.
 - a. $8 - 2x \leq 14$
 - b. $x^2 + 5x - 6 > 0$
3. Tentukan hasil dari:
 - a. ${}^2\log \frac{1}{128}$
 - b. $3^4 \log \sqrt[3]{64}$

Penyelesaian:

LKPD 2

Kompetensi Dasar

- 3.1 Mendeskripsikan dan menentukan penyelesaian fungsi eksponensial dan fungsi logaritma menggunakan masalah kontekstual, serta keberkaitannya.
- 4.1 Menyajikan dan menyelesaikan masalah yang berkaitan dengan fungsi eksponensial dan fungsi logaritma.

Tujuan Pembelajaran

Setelah pembelajaran menggunakan *Problem Based Learning* (PBL), peserta didik dapat memiliki sikap tanggung jawab, kerjasama yang baik dan rasa ingin tahu sehingga dapat menentukan, menyajikan dan menyelesaikan masalah matematika dengan menggunakan penerapan bentuk-bentuk persamaan logaritma no.1, 2, dan 3.

Petunjuk Penggunaan LKPD

1. Bacalah LKPD dengan cermat!
2. Diskusikan masalah yang ada dalam LKPD dalam *google classroom* ataupun *whatsapp group*!
3. Tulislah hasil diskusi kelompok kalian pada tempat yang telah disediakan!



Perhatikan permasalahan berikut ini!

Anda telah mempelajari bagaimana menghitung pH suatu larutan, yang didefinisikan sebagai fungsi logaritma $f(t) = -\log t$, dengan t merupakan konsentrasi ion hidrogen dalam mol/L. Bagaimana jika Anda ditanya berapa konsentrasi ion hidrogen pada air murni yang memiliki $pH = 7$? Di sini Anda menulis $7 = -\log t$ atau $\log t = -7$. Persamaan tersebut digolongkan sebagai persamaan logaritma. Bisakah Anda menjelaskan mengapa persamaan tersebut disebut persamaan logaritma dan berapakah besar konsentrasi ion hidrogen dalam air murni tersebut?



Gambar 2.1 Air Murni

Sumber:

<https://indonesian.alibaba.com/>



AYO DISKUSI

Selain contoh di atas, dapatkah kalian menentukan contoh lainnya, sampaikan dalam diskusi *google classroom* ataupun dalam *whatsapp group*.



Persamaan Logaritma

Setelah kita belajar sifat-sifat logaritma di awal pertemuan, pada pertemuan ini kita akan membahas beberapa bentuk persamaan logaritma, berikut persamaan logaritma.

Bentuk 1

➔

$${}^a\log f(x) = {}^a\log p, \text{ dengan } a > 0, a \neq 0$$

Proses penemuan solusi atau penyelesaian dengan menyelesaikan persamaan $f(x) = p$.



CONTOH 1

Dengan menggunakan bentuk 1 persamaan logaritma, selesaikan dan tuliskan himpunan penyelesaiannya.

Memahami Proses Penyelesaian Persamaan Logaritma

1. ${}^2\log(x + 1) = 4$

Penyelesaian:

.....

.....

.....

Memantapkan Proses Penyelesaian Persamaan Logaritma

2. ${}^3\log^2\log x = 1$

Penyelesaian:

.....

.....

.....

Memahirkan Proses Penyelesaian Persamaan Logaritma

3. ${}^2\log(2x + 7) - {}^2\log(x - 1) = {}^2\log 3$

Penyelesaian:

.....
.....
.....

Bentuk 2

$${}^a\log f(x) = {}^b\log f(x), \text{ dengan } a \neq b$$

Proses penemuan solusi atau penyelesaian dengan menyelesaikan mengasumsikan $f(x) = 1$, karena ${}^a\log 1 = {}^b\log 1$ (benar).



CONTOH 2

Dengan menggunakan bentuk 2 persamaan logaritma, selesaikan dan tuliskan himpunan penyelesaiannya.

Memantapkan Proses Penyelesaian Persamaan Logaritma

1. ${}^7\log(8x - 15) = {}^5\log(8x - 15)$

Penyelesaian:

.....
.....
.....

Memahirkan Proses Penyelesaian Persamaan Logaritma

2. ${}^5\log(4x^2 - 4x + 1) = 2 \cdot {}^3\log(2x - 1)$

Penyelesaian:

.....
.....
.....

Sifat 3

$${}^a\log f(x) = {}^a\log g(x), \text{ dengan } a \neq 1, a > 0, f(x) > 0 \text{ dan } g(x) > 0$$

Proses penyelesaian ekspresi di atas, nilainya $f(x) = g(x)$ dengan $f(x)$ dan $g(x)$ bernilai positif.



CONTOH 3

Dengan menggunakan bentuk 3 persamaan logaritma, selesaikan dan tuliskan himpunan penyelesaiannya.

Memantapkan Proses Penyelesaian Persamaan Logaritma

1. ${}^3\log(x^2 + 2) = {}^3\log(3x + 6)$

Penyelesaian:

.....
.....
.....

Memahirkan Proses Penyelesaian Persamaan Logaritma

2. $2 \cdot \log(x - 4) = \log(x - 1) + \log 4$

Penyelesaian:

.....
.....
.....

AYO DISKUSI

Bagikan hasil kerja kalian di *whatsapp group* dengan cara memfoto hasil kerja kalian, kemudian peserta didik yang lainnya menanggapi.



KESIMPULAN

Sebutkan beberapa bentuk dari persamaan logaritma dari pembelajaran hari ini.

KEMBALI KE MASALAH AWAL

Dengan menggunakan salah satu bentuk persamaan logaritma di atas, dapatkan Anda menentukan konsentrasi ion hidrogen air murni yang memiliki $pH = 7$?

Penyelesaian:

.....
.....
.....

REFERENSI

Berikut ini, merupakan referensi penyelesaian bentuk-bentuk persamaan logaritma, untuk menambah referensi dalam menyelesaikan masalah logaritma.

<https://www.youtube.com/watch?v=V2vliQ0X9Cw>

<https://www.youtube.com/watch?v=t7n53ulrd4s>

LATIHAN SOAL

1. Jika x_1 dan x_2 memenuhi $\left({}^{(2-x)}\log 27\right)^2 = 9$. Tentukan nilai $x_1 + x_2$.
2. Tentukan nilai dari x_1, x_2 dari persamaan ${}^6\log(x^2 - 5x - 2) = {}^2\log(x - 1)$.
3. Tentukan himpunan penyelesaian dari persamaan $\log(x + 5) + \log(x + 2) = \log 14x$.

LKPD 3

Kompetensi Dasar

- 3.1 Mendeskripsikan dan menentukan penyelesaian fungsi eksponensial dan fungsi logaritma menggunakan masalah kontekstual, serta keberkaitannya.
- 4.1 Menyajikan dan menyelesaikan masalah yang berkaitan dengan fungsi eksponensial dan fungsi logaritma.

Tujuan Pembelajaran

Setelah pembelajaran menggunakan *Problem Based Learning* (PBL), peserta didik dapat memiliki sikap tanggung jawab, kerjasama yang baik dan rasa ingin tahu sehingga dapat menentukan, menyajikan dan menyelesaikan masalah matematika dengan menggunakan penerapan bentuk-bentuk persamaan logaritma no.4 dan 5 serta mampu menyelesaikan masalah dalam kehidupan sehari-hari yang berhubungan dengan logaritma.

Petunjuk Penggunaan LKPD

1. Bacalah LKPD dengan cermat!
2. Diskusikan masalah yang ada dalam LKPD dalam *google classroom* ataupun *whatsapp group*!
3. Tulislah hasil diskusi kelompok kalian pada tempat yang telah disediakan!



Perhatikan permasalahan berikut ini!

Diketahui sebuah model matematika yang mengkaitkan antara rata-rata berat badan (w) dalam kilogram dan tinggi badan (h) dalam meter dari anak yang berusia 5 sampai 13 tahun. Dengan model matematika dinyatakan sebagai fungsi logaritma $\log w = \log 2,4 + 0,8h$. Jika tinggi badan seorang naka yang berusia 11 tahun adalah 1,5 meter, berapakah berat badan anak tersebut?



Gambar 3.1 Pengukuran Tinggi Badan

Sumber: <http://tk5-jkt.tarakanita.or.id/>



AYO DISKUSI

Selain contoh di atas, dapatkah kalian menentukan contoh lainnya, sampaikan dalam diskusi *google classroom* ataupun dalam *whatsapp group*.



Persamaan Logaritma

Setelah kita belajar sifat-sifat logaritma di awal pertemuan, pada pertemuan ini kita akan membahas beberapa bentuk persamaan logaritma, berikut persamaan logaritma.

Bentuk 4

Persamaan logaritma berbentuk, ${}^{h(x)}\log f(x) = {}^{h(x)}\log g(x)$
Jika ${}^{h(x)}\log f(x) = {}^{h(x)}\log g(x)$, dengan $f(x)$ dan $g(x)$ positif serta $h(x) > 0$ dan $h(x) \neq 1$,
maka nilai $f(x) = g(x)$.



CONTOH 1

Dengan menggunakan bentuk 4 persamaan logaritma, selesaikan dan tuliskan himpunan penyelesaiannya.

Memahami Proses Penyelesaian Persamaan Logaritma

1. ${}^{x+1}\log(3x-1) = {}^{x+1}\log(x+5)$

Penyelesaian:

.....
.....
.....

Memantapkan Proses Penyelesaian Persamaan Logaritma

2. ${}^{3x-2}\log(2x+7) = {}^{3x-2}\log(4x-3)$

Penyelesaian:

.....
.....
.....

Bentuk 2

Persamaan logaritma berbentuk, $A({}^a \log x)^2 + B({}^a \log x) + C = 0$.

Jika $A({}^a \log x)^2 + B({}^a \log x) + C = 0$ ($a > 0$ dan $a \neq 0$, A , B , dan C bilangan riil dan $A \neq 0$), penyelesaiannya dengan cara mengubah persamaan logaritma itu menjadi kuadrat $Ay^2 + By + C = 0$ dengan $y = {}^a \log x$.



CONTOH 2

Dengan menggunakan bentuk 2 persamaan logaritma, selesaikan dan tuliskan himpunan penyelesaiannya.

Memantapkan Proses Penyelesaian Persamaan Logaritma

1. ${}^7 \log^2 x + 3 {}^7 \log x - 4 = 0$

Penyelesaian:

.....
.....
.....

Memahirkan Proses Penyelesaian Persamaan Logaritma

2. $5^x \log 3 + {}^3 \log x = 6$

Penyelesaian:

.....
.....
.....

AYO DISKUSI

Bagikan hasil kerja kalian di *whatsapp group* dengan cara memfoto hasil kerja kalian, kemudian peserta didik yang lainnya menanggapi.



KESIMPULAN

Sebutkan beberapa bentuk dari persamaan logaritma dari pembelajaran hari ini.

KEMBALI KE MASALAH AWAL

Diketahui model matematika dinyatakan sebagai fungsi logaritma $\log w = \log 2,4 + 0,8h$. Dengan w merupakan berat badan dan h merupakan tinggi badan. Jika tinggi badan seorang maka yang berusia 11 tahun adalah 1,5 meter, berapakah berat badan anak tersebut?

Penyelesaian:

.....
.....
.....

REFERENSI

Berikut ini, merupakan referensi penerapan fungsi logaritma dalam kehidupan sehari-hari.

https://www.youtube.com/watch?v=_yM9VfrOPGA

<https://www.youtube.com/watch?v=uXukIIcC01A>

Apa yang dapat kalian simpulkan setelah melihat video tersebut! Tulis tanggapan kalian di komentar *google classroom*.

LATIHAN SOAL

1. Tentukan penyelesaian dari persamaan ${}^{x-1}\log x + {}^{x-1}\log(x^2 - 4) = {}^{x-1}\log(x^2 - 2x)$.
2. Tentukan penyelesaian dari persamaan $\frac{1}{x+6}\log x + {}^x\log(x-1) = 2 + \frac{1}{2}\log x$.
3. Tentukan himpunan penyelesaian dari persamaan ${}^4\log^2(2x-1) - {}^4\log(2x-1)^5 + 6 = 0$