

LEMBAR KEGIATAN PESERTA DIDIK (LKPD)

TRANSFORMASI GEOMETRI

MATEMATIKA WAJIB KELAS XI

SEMESTER 1

DISUSUN OLEH:

RIKA PRAMUDYWATI SEPTIANA, S.Pd.

SMA NEGERI MOJOGEDANG



LEMBAR KEGIATAN PESERTA DIDIK



Alokasi Waktu: 30 menit

Kelompok : _____
Anggota : 1. _____
 2. _____
 3. _____
 4. _____

Satuan Pendidikan : SMA
Mata pelajaran : Matematika
Kelas/ Semester : XI / 1
Materi pokok : Transformasi
Pertemuan ke : 1

Kompetensi Dasar

- 3.3 Menganalisis sifat-sifat determinan dan invers matriks berordo 2×2 dan penerapan dalam transformasi dan komposisi transformasi geometri
- 4.3 Menyelesaikan masalah yang berkaitan dengan determinan dan invers matriks berordo 2×2 dan penerapan dalam transformasi dan komposisi transformasi geometri

Tujuan Pembelajaran

Melalui pendekatan STEAM berbantuan LKPD ini peserta didik mampu menyebutkan contoh translasi dalam kehidupan nyata, menganalisis sifat-sifat translasi dari pengamatan pada masalah kontekstual dan pada bidang koordinat, menemukan konsep translasi dengan kaitannya dengan konsep matriks.

Langkah-langkah Kegiatan

1. Isilah identitas kelompokmu di tempat yang tersedia
2. Jawablah pertanyaan pada LKPD ini dengan berdiskusi dan bekerja sama dengan teman kelompokmu melalui WA group kelompokmu
3. Tanyakan kepada gurumu jika ada instruksi yang belum jelas
4. Untuk membantumu menyelesaikan LKPD bisa kamu buka Buku Siswa Matematika Wajib Kelas XI Halaman 126 dan sumber referensi online lainnya
5. Setelah selesai berdiskusi unggahlah LKPD ini di google classroom dan siapkan untuk kegiatan persentasi kelas di WA group matematika



Diskusikan dengan kelompokmu. Kemudian tulis jawaban pada tempat yang sudah disediakan. OK

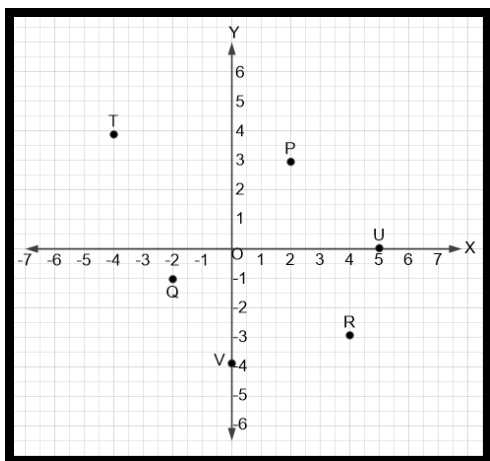


Ayo kita mengingat kembali

KOORDINAT CARTESIUS

Perhatikan diagram Cartesius berikut !

Tempat kedudukan titik pada diagram cartesius



Amatilah gambar di samping kiri tersebut !
Tentukan koordinat masing-masing titik P, Q, R, T, U !

Titik	Koordinat
P	(...,...)
Q	(...,...)
R	(...,...)
T	(...,...)
U	(...,...)

OPERASI PERKALIAN MATRIKS

Tentukan hasil perkalian matriks berikut.

a.
$$\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \dots\dots\dots & \dots\dots\dots \\ \dots\dots\dots & \dots\dots\dots \end{pmatrix}$$

$= \begin{pmatrix} \quad & \quad \\ \quad & \quad \end{pmatrix}$

b.
$$\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} =$$





Kegiatan Belajar 1

Pertanyaan Mendasar

Cermatilah gambar denah tempat duduk berikut ini!

Berikut ini adalah tempat duduk peserta didik kelas XI IPS 1 SMA SENTOSA pada minggu pertama bulan September 2019

Mahreen	Zaura	Mbza	Dissa	Nasya	Brice
Tsakifa	Edrea	Brinets	Givri	Ulyn	Charissa
Farissa	Hennania	Alma	There	Siti	Hafiz
Jafni	Fayhaq	Ephraim	Tsaqif	Catur	Muhtadi
Fadzil	Zhafran	Ubaidillah	Yazid	Shabir	Xavier
Kafka	Bilal	Ghazi	Uzreem	Tiffal	Ahmad

----- Lajur ----->>

Guru

<<-----Baris----->>

Gambar 1: Ilustrasi Denah Kelas

Dari laporan beberapa guru mapel kepada wali kelas XI IPS 1, suasana pembelajaran pekan lalu di kelas XI IPS 1 kurang efektif karena banyak peserta didik yang tidak memperhatikan penjelasan guru, melainkan mereka melakukan kegiatan lain seperti berbicara dengan teman sebangkunya. Untuk mengatasi hal tersebut wali kelas XI IPS 1 berinisiatif memindahkan posisi tempat duduk beberapa peserta didik agar mereka yang sering mengobrol saat guru memberikan pelajaran tidak lagi duduk berdekatan. Adapun siswa yang sering membuat gaduh adalah Ahmad, Tsaqif, dan Zhafran. Bagaimana cara wali kelas mengatur tempat duduk siswa di kelas tersebut agar pembelajaran di kelas kembali kondusif?



Untuk dapat menyelesaikan permasalahan tersebut sebaiknya kalian mengerjakan kegiatan-kegiatan berikut...



Mendesaian Perencanaan Proyek



Buatlah alternative penyelesaian dari kasus di atas terkait rancangan pergeseran tempat duduk siswa agar KBM di kelas berjalan kondusif. Diskusikan bersama kelompokmu melalui WA group kelompokmu. Kalian bisa membuka buku paket matematika wajib kelas XI atau media online lainnya untuk menambah referensi. Jika ada hal yang belum jelas tanyakan kepada gurumu.



Tuliskan hasil diskusimu
di sini OK



Selanjutnya dari diskusi yang telah kalian lakukan via WA Group. Apakah kasus permasalahan tersebut merupakan suatu kasus translasi?

Jika IYA, tulislah definisi translasi menurut kalian!

.....

.....

.....

.....

Kemudian, setelah denah tempat duduk dipindahkan apakah terdapat perubahan bentuk, ukuran, atau posisi?

Jika IYA, mengapa?

.....

.....

Jika TIDAK, mengapa?

.....

.....

Dari permasalahan di atas, kalian dapat menyimpulkan bahwa translasi memiliki beberapa sifat, antara lain:

.....

.....

.....



Kegiatan Belajar 2



Dalam koordinat kartesius

- Gambarkan titik $A(2, 2)$ digeser sejauh 3 satuan ke kanan dan 1 satuan ke bawah dan tentukan titik hasil perpindahannya
- Gambarkan titik $B(3,5)$ digeser sejauh 2 satuan ke kiri dan 3 satuan ke atas dan tentukan titik hasil perpindahannya



Gambarlah di sini OK



Dari titik yang telah kalian buat, isilah table di bawah ini !

Titik Koordinat Awal	Koordinat Bayangan

Ayo kita menalar



Dari table di atas, secara umum dapat kita lihat bahwa:

Titik $A(x, y)$ ditranslasi dengan menggeser absis x sejauh a dan menggeser ordinat y sejauh b yang dinyatakan sebagai $T(a, b)$, koordinat hasil translasinya adalah $A'(\dots\dots\dots, \dots\dots\dots)$

Maka,

Untuk bayangan titik translasi bisa dituliskan :



Ayo Menyimpulkan

- ❖ Translasi i adalah

.....

.....

.....

- ❖ Sifat-sifat translasi

.....

.....

.....

- ❖ Translasi titik $A(x,y)$ menggeser absis x sejauh a dan menggeser ordinat y sejauh b , sehingga secara notasi ditulis:

- ❖ Titik $A(x,y)$ ditranslasikan oleh T menghasilkan titik $A'(x',y')$ dengan rumus



LEMBAR KEGIATAN PESERTA DIDIK



Alokasi Waktu: 30 menit

Kelompok : _____
Anggota : 1. _____
 2. _____
 3. _____
 4. _____

Satuan Pendidikan : SMA
Mata pelajaran : Matematika
Kelas/ Semester : XI / 1
Materi pokok : Transformasi
Pertemuan ke : 2

Kompetensi Dasar

- 3.3 Menganalisis sifat-sifat determinan dan invers matriks berordo 2×2 dan penerapan dalam transformasi dan komposisi transformasi geometri
- 4.3 Menyelesaikan masalah yang berkaitan dengan determinan dan invers matriks berordo 2×2 dan penerapan dalam transformasi dan komposisi transformasi geometri

Tujuan Pembelajaran

Melalui pendekatan STEAM berbantuan LKPD ini peserta didik mampu menganalisis sifat-sifat refleksi dari pengamatan pada masalah kontekstual dan pada bidang koordinat, menemukan konsep refleksi terhadap (sumbu x , sumbu y , garis $y = x$, garis $y = -x$, dan titik $O(0,0)$) dengan kaitannya dengan konsep matriks.

Langkah-langkah Kegiatan

1. Isilah identitas kelompokmu di tempat yang tersedia
2. Jawablah pertanyaan pada LKPD ini dengan berdiskusi dan bekerja sama dengan teman kelompokmu melalui WA group kelompokmu
3. Tanyakan kepada gurumu jika ada instruksi yang belum jelas
4. Untuk membantumu menyelesaikan LKPD bisa kamu buka Buku Siswa Matematika Wajib Kelas XI Halaman 132 dan sumber referensi online lainnya
5. Setelah selesai berdiskusi unggahlah LKPD ini di google classroom dan siapkan untuk kegiatan persentasi kelas di WA group matematika



Diskusikan dengan kelompokmu. Kemudian tulis jawaban pada tempat yang sudah disediakan. OK

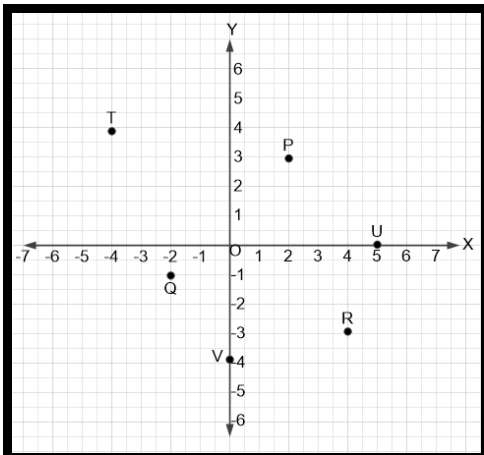


Ayo kita mengingat kembali

KOORDINAT CARTESIUS

Perhatikan diagram Cartesius berikut !

Tempat kedudukan titik pada diagram cartesius



Amatilah gambar di samping kiri tersebut !
Tentukan koordinat masing-masing titik P, Q, R, T, U !

Titik	Koordinat
P	(...,...)
Q	(...,...)
R	(...,...)
T	(...,...)
U	(...,...)

OPERASI PERKALIAN MATRIKS

Tentukan hasil perkalian matriks berikut.

a.
$$\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \dots\dots\dots & \dots\dots\dots \\ \dots\dots\dots & \dots\dots\dots \end{pmatrix}$$

$= \begin{pmatrix} \\ \end{pmatrix}$

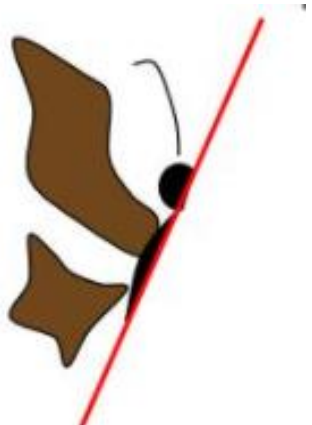
b.
$$\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} =$$





Kegiatan Belajar 1

Cermatilah gambar corak batik Girilayu berikut ini!



Sumber : <https://images.app.goo.gl/YK6raeFihquDFH966>
Diakses 23 Sept 2020 pukul 13.14

Langkah kegiatan

- a. Jika garis merah pada gambar di atas dianggap sebagai cermin, gambarlah byangan gambar tersebut!
- b. Dari gambar yang telah kalian buat, jelaskan yang dimaksud dengan refleksi dan bagaimana sifat-sifatnya?

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....



Kegiatan Belajar 2



Diketahui segitiga ABC dengan titik $A(3,2)$, $B(7,4)$, dan $C(4,6)$.

Gambarlah bayangan segitiga ABC jika dicerminkan terhadap :

- a. Sumbu x
- b. Sumbu y
- c. Garis $y = x$
- d. Garis $y = -x$
- e. titik $O(0,0)$



Gambarlah di sini

OK





Dari beberapa gambar yang telah kalian buat, isilah table di bawah ini !

Titik	Refleksi	Koordinat Bayangan
A()	Terhadap sumbu X	
B()	Terhadap sumbu Y	
C()	Terhadap garis $y = x$	
	Terhadap garis $y = -x$	
	Terhadap titik $O(0,0)$	

Ayo kita menalar



Matriks Refleksi terhadap sumbu x .

Dari isian table di atas bahwa persamaan transformasi refleksi secara umum untuk titik (x, y) yang dicerminkan terhadap sumbu x adalah :

$$x' = \dots \quad \text{dan} \quad y' = \dots$$

Persamaan tersebut dapat dituliskan menggunakan ekspresi matriks menjadi:

$$x' = \dots \cdot x + \dots \cdot y$$

$$y' = \dots \cdot x + \dots \cdot y \quad \text{atau}$$

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \dots & \dots \\ \dots & \dots \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$$

Maka,

Matriks refleksi terhadap sumbu- x adalah



Bersama teman kelompokmu analisislah untuk refleksi terhadap sumbu y , terhadap garis $y = x$, terhadap garis $y = -x$, dan terhadap titik $O(0,0)$



Tuliskan pekerjaanmu di sini



OK



Ayo Menyimpulkan

❖ Refleksi adalah

.....
.....
.....

❖ Sifat-sifat refleksi

.....
.....
.....

❖ Matriks Transformasi pada Refleksi

Refleksi	Matriks Transformasi
terhadap sumbu- x	
terhadap sumbu- y	
terhadap garis $y=x$	
terhadap garis $y=-x$	
terhadap titik pusat $(0,0)$	



LEMBAR KEGIATAN PESERTA DIDIK



ROTASI PERPUTARAN

Alokasi Waktu: 30 menit

Kelompok : _____
Anggota : 1. _____
 2. _____
 3. _____
 4. _____

Satuan Pendidikan : SMA
Mata pelajaran : Matematika
Kelas/ Semester : XI / 1
Materi pokok : Transformasi
Pertemuan ke : 3

Kompetensi Dasar

- 3.3 Menganalisis sifat-sifat determinan dan invers matriks berordo 2×2 dan penerapan dalam transformasi dan komposisi transformasi geometri
- 4.3 Menyelesaikan masalah yang berkaitan dengan determinan dan invers matriks berordo 2×2 dan penerapan dalam transformasi dan komposisi transformasi geometri

Tujuan Pembelajaran

Melalui pendekatan saintifik berbantuan LKPD ini peserta didik mampu menemukan konsep rotasi pada suatu sudut dan pusat $O(0,0)$ dengan kaitannya dengan konsep matriks, dan menemukan konsep rotasi pada suatu sudut dan pusat (h,k) dengan kaitannya dengan konsep matriks

Langkah-langkah Kegiatan

1. Isilah identitas kelompokmu di tempat yang tersedia
2. Jawablah pertanyaan pada LKPD ini dengan berdiskusi dan bekerja sama dengan teman kelompokmu melalui WA group kelompokmu
3. Tanyakan kepada gurumu jika ada instruksi yang belum jelas
4. Untuk membantumu menyelesaikan LKPD bisa kamu buka Buku Siswa Matematika Wajib Kelas XI Halaman 151 dan sumber referensi online lainnya
5. Setelah selesai berdiskusi unggahlah LKPD ini di google classroom dan siapkan untuk kegiatan persentasi kelas di WA group matematika



Diskusikan dengan kelompokmu. Kemudian tulis jawaban pada tempat yang sudah disediakan. OK

Ayo kita mengingat kembali

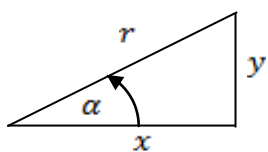


1. Tentukan hasil perkalian matriks berikut.

a. $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \dots\dots\dots & \dots\dots\dots \\ \dots\dots\dots & \dots\dots\dots \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \quad \\ \quad \end{pmatrix}$

b. $\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} =$

2. Perbandingan trigonometri



$\sin \alpha = \frac{\dots}{\dots} \Leftrightarrow y = \dots$

$\cos \alpha = \frac{\dots}{\dots} \Leftrightarrow x = \dots$

3. Sebutkan sifat-sifat dari rotasi (perputaran).

- a. _____
- b. _____

4. Rotasi dengan titik pusat $O(0,0)$ dan berlawanan arah jarum jam jika dituliskan secara pemetaan dengan

a. Besar sudut 90° $A(x, y) \xrightarrow{R(0,90^\circ)} A'(\dots, \dots)$

b. Besar sudut 180° $A(x, y) \xrightarrow{R(0,180^\circ)} A'(\dots, \dots)$

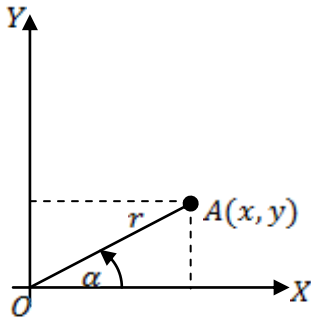
c. Besar sudut 270° $A(x, y) \xrightarrow{R(0,270^\circ)} A'(\dots, \dots)$

d. Besar sudut 360° $A(x, y) \xrightarrow{R(0,360^\circ)} A'(\dots, \dots)$

Kegiatan Belajar 1



Ayo kita mengamati

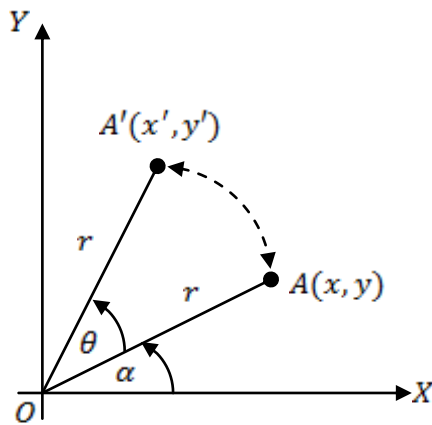


Terdapat titik $A(x,y)$ yang memiliki jarak dengan titik pusat $O(0,0)$ sepanjang r dan besar sudut yang terbentuk dengan sumbu X sebesar α

Misalkan:
 $OA = r$

Maka,
 $x = \dots$
 $y = \dots$

Titik $A(x,y)$ diputar sebesar θ berlawanan arah jarum jam terhadap titik $O(0,0)$ dan diperoleh titik $A'(x',y')$



Sementara itu, titik $A'(x',y')$ diputar sejauh θ radian, diperoleh:

$$x' = r \cos(\alpha + \theta)$$

$$x' = \dots$$

Dan

$$y' = r \sin(\alpha + \theta)$$

$$y' = \dots$$

Secara pemetaan ditulis:

$$A(x, y) \xrightarrow{R(0, \theta)} A'(x', y')$$

$$A(x, y) \xrightarrow{R(0, \theta)} A'(\dots, \dots)$$

Dengan persamaan matriks, pemetaan di atas ditulis: $\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \dots & \dots \\ \dots & \dots \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$



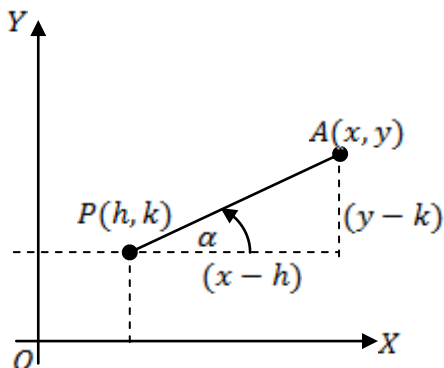
Titik $A(x, y)$ diputar sebesar θ berlawanan arah jarum jam terhadap titik $O(0,0)$ dan diperoleh titik $A'(x', y')$ merupakan hasil perkalian matriks dengan persamaan matriks, sebagai berikut:

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \dots & \dots \\ \dots & \dots \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$$

Kegiatan Belajar 2



Ayo kita mengamati



Terdapat titik $A(x,y)$ yang memiliki jarak dengan titik pusat $P(h,k)$ sepanjang r dan besar sudut yang terbentuk dengan sumbu $y = k$ sebesar α

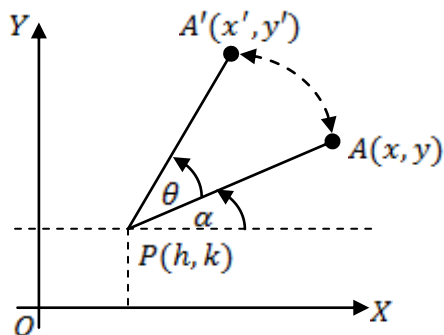
Misalkan: $PA = r$

Maka,

$$(x - h) = \dots$$

$$(y - k) = \dots$$

Titik $A(x, y)$ diputar sebesar θ radian berlawanan arah jarum jam terhadap titik (h, k) diperoleh bayangan $A'(x', y')$



Sementara itu, titik $A'(x', y')$ diputar sejauh θ radian, diperoleh:

$$x' - h = r \cos(\alpha + \theta)$$

$$x' - h = \dots$$

Dan

$$y' - k = r \sin(\alpha + \theta)$$

$$y' - k = \dots$$

Sehingga diperoleh: $x' = \dots$

$$y' = \dots$$

Secara pemetaan ditulis:

$$A(x, y) \xrightarrow{R(P, \theta)} A'(\dots, \dots)$$

Dengan persamaan matriks, pemetaan di atas ditulis:

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \theta & -\sin \theta \\ \sin \theta & \cos \theta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \dots \\ \dots \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \dots \\ \dots \end{pmatrix}$$



Titik $A(x, y)$ diputar sebesar θ radian berlawanan arah jarum jam terhadap titik (h, k) diperoleh bayangan $A'(x', y')$ merupakan hasil perkalian matriks dengan persamaan matriks, sebagai berikut:

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \dots & \dots \\ \dots & \dots \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \dots \\ \dots \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \dots \\ \dots \end{pmatrix}$$



Berikut ini merupakan bentuk matriks transformasi rotasi pada sudut-sudut istimewa.



Rotasi pada sudut	Matriks	Rotasi pada sudut	Matriks
90°	$\begin{pmatrix} \dots & \dots \\ \dots & \dots \end{pmatrix}$	-90°	$\begin{pmatrix} \dots & \dots \\ \dots & \dots \end{pmatrix}$
180°	$\begin{pmatrix} \dots & \dots \\ \dots & \dots \end{pmatrix}$	-180°	$\begin{pmatrix} \dots & \dots \\ \dots & \dots \end{pmatrix}$
270°	$\begin{pmatrix} \dots & \dots \\ \dots & \dots \end{pmatrix}$	-270°	$\begin{pmatrix} \dots & \dots \\ \dots & \dots \end{pmatrix}$



AYO MENYIMPULKAN

Rotasi terhadap Titik Pusat O(0,0)

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \dots & \dots \\ \dots & \dots \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$$

Rotasi terhadap Titik Pusat P(h,k)

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \dots & \dots \\ \dots & \dots \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$$