

LEMBAR KERJA PESERTA DIDIK (LKPD)
MATEMATIKA PEMINATAN KLS XII SEMESTER GANJIL
KURIKULUM 2013



NILAI MAKSIMUM DAN MINIMUM
FUNGSI TRIGONOMETRI

OLEH :
I MADE YOGA WICAKSANA
SMA NEGERI 4 DENPASAR

PENDIDIKAN PROFESI GURU DALAM JABATAN ANGGKATAN 1
UNIVERSITAS NEGERI MALANG
TAHUN 2020



LKPD Pertemuan 2: Nilai Maksimum dan Minimum Fungsi Trigonometri



Petunjuk :

1. Kerjakan LKPD ini bersama teman kelompokmu selama 30 menit
2. Jika ada hal yang kurang dipahami segera tanyakan gurumu.

Sekolah : SMA Negeri 4
Denpasar
Mapel : Matematika
Peminatan
Kelas : XII MIPA
Semester : Ganjil

DAFTAR ANGGOTA KELOMPOK

- (1)(.....)
(2)(.....)
(3)(.....)
(4)(.....)

Kelas :

- (5)(.....)
(6)(.....)
(7)(.....)

A. TUJUAN PEMBELAJARAN

Melalui model *problem based learning* dan diskusi kelompok, peserta didik mampu

1. Menentukan nilai maksimum dan/atau nilai minimum fungsi trigonometri dengan tepat.
2. Menyajikan penyelesaian masalah yang berkaitan dengan nilai maksimum dan/atau nilai minimum fungsi trigonometri dengan benar.
3. Mengembangkan karakter religius, nasionalis, mandiri, gotong royong, integritas secara berkelanjutan.

B. KEGIATAN PEMBELAJARAN

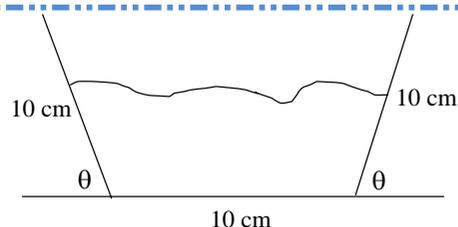
Fase 1 : Orientasi Peserta Didik pada Masalah

Setelah anda mempelajari titik stasioner dan bagaimana menentukan nilai maksimum dan minimum fungsi aljabar di kelas XI, berikut kita akan memecahkan masalah yang berkaitan dengan nilai maksimum dan minimum fungsi trigonometri. Untuk lebih memahami, cermati permasalahan berikut.

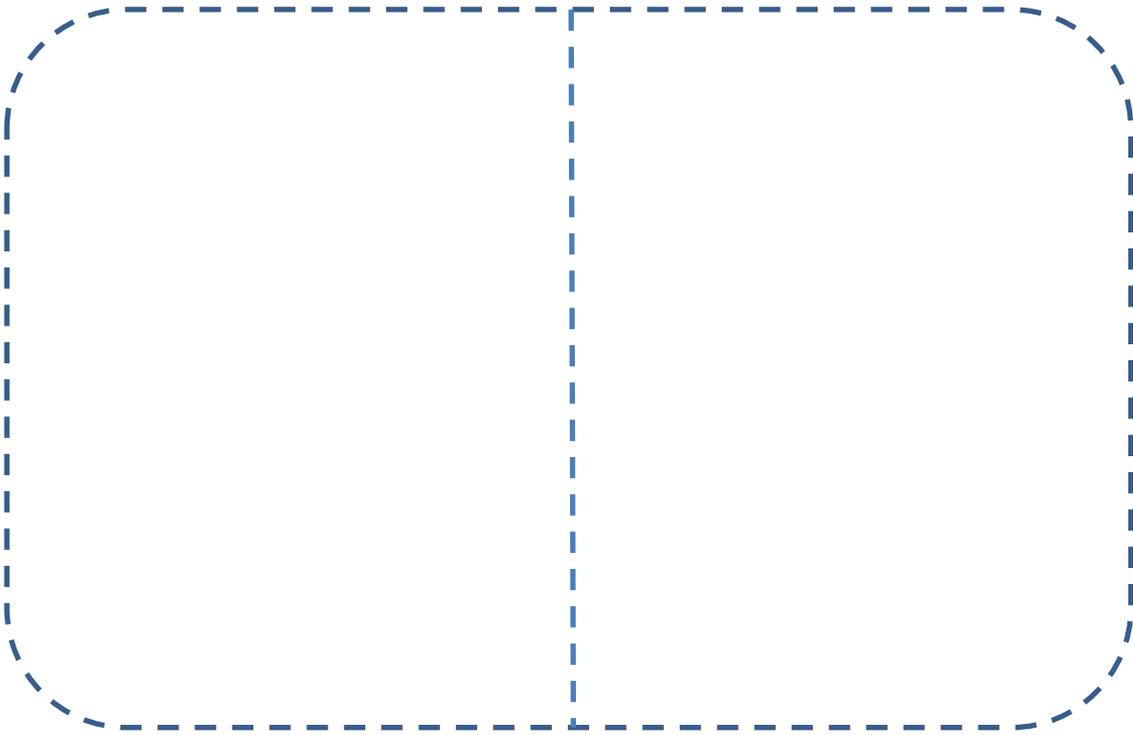


MASALAH 1

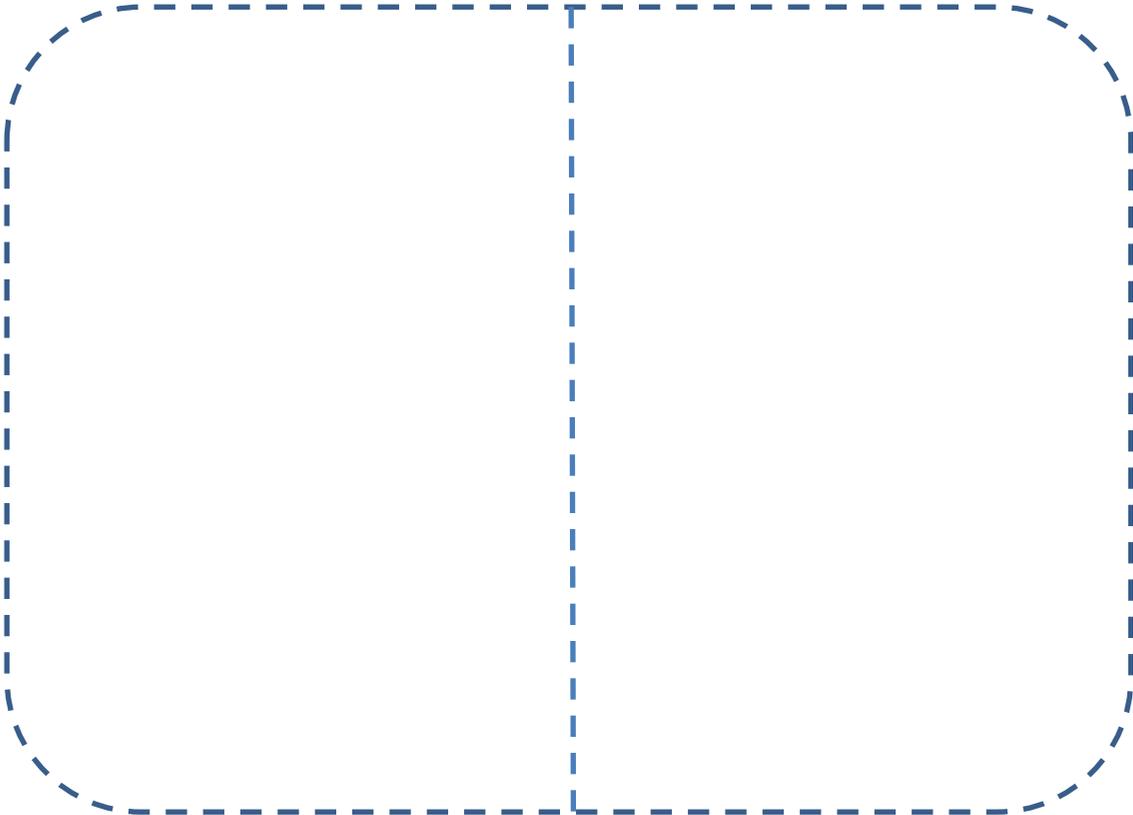
Sebuah talang air terbuat dari lembaran seng yang lebarnya 30 cm dengan cara melipat lebarnya menjadi 3 bagian yang sama terlihat pada gambar di samping. Besar sudut dinding talang dengan bidang alas adalah θ . Besar sudut θ agar debit aliran air mencapai maksimum?



2. Setelah memperoleh model matematika untuk masalah 1, dilanjutkan dengan mencari stasioner dari fungsi yang diperoleh.



3. Buat penyelesaian dari masalah tersebut.



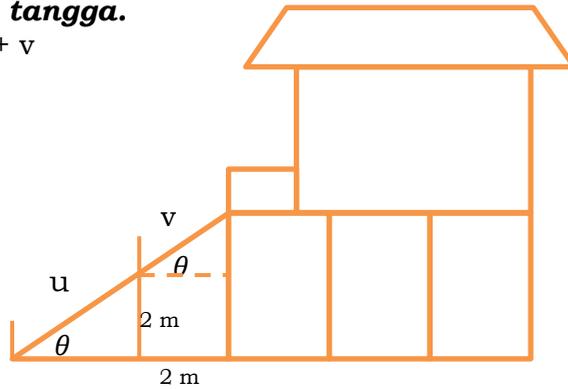


MASALAH 2

Sebuah rumah panggung dihubungkan dengan sebuah tangga menuju halamannya. Tangga tersebut ditopang dengan kayu yang memiliki tinggi 2 m dan jarak kayu tersebut dengan rumah adalah 2 m. Jika permukaan tanah di sekitar rumah dianggap datar dan tiang penyangga rumah tegak lurus pada permukaan tanah, tentukan panjang minimum dari tangga rumah tersebut. ($\sqrt{2} \approx 1,414$)

Ilustrasi bentuk rumah dan tangga.

Misalkan panjang tangga = $u + v$



Penyelesaian : (kerjakan seperti langkah-langkah penyelesaian pada masalah 1)

Fase 4 : Mengembangkan dan Menyajikan Hasil Karya

1. Setelah berdiskusi selama 30 menit, silahkan unggah hasil diskusi per kelompok pada kantong tugas dengan format :
Kelompok : (diisi sesuai kelompok)
Anggota : (no_nama panggilan, dst)
Hasil Diskusi (scan, photo, atau bentuk pdf)
2. Salah satu perwakilan kelompok akan menyampaikan hasil diskusi.

Fase 5 : Menganalisis dan Mengevaluasi Proses Pemecahan Masalah

Kalian dapat memberikan tanggapan mengenai hasil presentasi kelompok lain. Silahkan tulis tanggapan kalian berupa analisis dan mengevaluasi hasil diskusi kelompok lain.

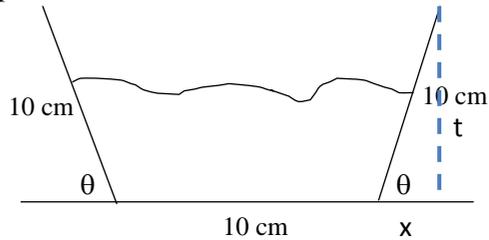


JAWABAN LKPD

Masalah 1

Debit aliran air pada talang akan mencapai maksimum jika luas penampang talang maksimum.

Luas penampang talang air = luas daerah trapesium



$$\begin{aligned} x &= 10 \cos \theta \\ t &= 10 \sin \theta \\ \text{Luas} &= (10 \cos \theta + 10) \cdot 10 \sin \theta \\ &= 100 \cos \theta \sin \theta + 100 \sin \theta \\ L(\theta) &= 50 \sin 2\theta + 100 \sin \theta \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Nilai maksimum jika } L'(\theta) &= 0 \\ 100 \cos 2\theta + 100 \cos \theta &= 0 \\ \cos 2\theta + \cos \theta &= 0 \\ 2\cos^2 \theta + \cos \theta - 1 &= 0 \\ (2\cos \theta - 1)(\cos \theta + 1) &= 0 \end{aligned}$$

$$\cos \theta = \frac{1}{2} \text{ atau } \cos \theta = -1$$

$$\theta = 60^\circ \text{ atau } \theta = 180^\circ$$

Karena θ merupakan sudut lancip maka $\theta = 60^\circ$ yang menyebabkan debit aliran air mencapai maksimum.

Masalah 2

Misalkan θ adalah sudut yang dibentuk oleh tangga dan permukaan tanah ($0 < \theta < \frac{\pi}{2}$) dan panjang tangga $u + v$, maka diperoleh $\sin \theta = \frac{2}{u}$ dan $\cos \theta = \frac{2}{v}$

Panjang tangga $= u + v = \frac{2}{\sin \theta} + \frac{2}{\cos \theta}$, diubah ke bentuk fungsi

$$f(\theta) = \frac{2}{\sin \theta} + \frac{2}{\cos \theta} \text{ untuk } 0 < \theta < \frac{\pi}{2}.$$

Tujuan kita adalah mencari panjang minimum dari tangga maka sama artinya mencari nilai minimum dari fungsi $f(\theta)$.

$$\begin{aligned} f'(\theta) &= \frac{-2 \cos \theta}{\sin^2 \theta} + \frac{2 \sin \theta}{\cos^2 \theta} \\ &= \frac{-2 \cos^3 \theta + 2 \sin^3 \theta}{\sin^2 \theta \cos^2 \theta} \end{aligned}$$

Titik maksimum atau minimum dicapai jika

$$f'(\theta) = 0 \text{ sehingga menghasilkan } -2 \cos^3 \theta + 2 \sin^3 \theta = 0$$

$$\begin{aligned} -2 \cos^3 \theta + 2 \sin^3 \theta &= 0 \\ \cos^3 \theta - \sin^3 \theta &= 0 \\ \cos \theta = \sin \theta &\text{ untuk } 0 < \theta < \frac{\pi}{2} \text{ maka nilai } \theta = \frac{\pi}{4}. \end{aligned}$$

Dengan demikian, panjang tangga minimum jika sudut $\theta = \frac{\pi}{4}$.

Panjang tangga minimum diperoleh dengan cara substitusi nilai $\theta = \frac{\pi}{4}$ ke $f(\theta)$, yaitu

$$\begin{aligned} f\left(\frac{\pi}{4}\right) &= \frac{2}{\sin\left(\frac{\pi}{4}\right)} + \frac{2}{\cos\left(\frac{\pi}{4}\right)} \\ &= \frac{2}{\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)} + \frac{2}{\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)} = \frac{4}{\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)} \\ &= \frac{8}{\sqrt{2}} = 4\sqrt{2} \end{aligned}$$

Jadi panjang tangga minimum adalah $4\sqrt{2}$ m atau sekitar 5,66 m