

MATEMATIKA

KELAS XII PEMINATAN

LKPD

**KEMIRINGAN (GRADIENT) GARIS SINGGUNG
KURVA FUNGSI TRIGONOMETRI dan
PERSAMAAN GARIS SINGGUNGKURVA
FUNGSI TRIGONOMETRI**

SMA Negeri 4 Denpasar

Nama Kelompok :

Nama Anggota :

.....

.....

.....

.....

.....



A. Kompetensi Dasar dan Indikator Pencapaian Kompetensi

3.4. Menjelaskan kaitan turunan pertama dan kedua fungsi dengan nilai maksimum, nilai minimum, selang kemonotonan fungsi, kemiringan garis singgung, serta titik belok dan selang kecekungan kurva fungsi trigonometri

3.4.1. Menemukan konsep gradient garis singgung kurva fungsi trigonometri dan kaitannya dengan nilai turunan pertama kurva fungsi trigonometri.

4.4. Menyelesaikan masalah yang berkaitan dengan nilai maksimum, nilai minimum, selang kemonotonan fungsi, kemiringan garis singgung, serta titik belok dan selang kecekungan kurva fungsi trigonometri

4.4.1. Menyajikan penyelesaian terkait dengan gradient garis singgung dan persamaannya.



B. Tujuan Pembelajaran

3.4.1.1 menemukan konsep gradient garis singgung kurva fungsi trigonometri dan kaitannya dengan nilai turunan pertama kurva fungsi trigonometri dengan benar.

3.4.1.2 mengkonstruksi persamaan garis singgung kurva fungsi trigonometri dengan tepat.

4.4.1.1 menentukan gradient garis singgung kurva fungsi trigonometri dengan tepat.

4.2.1.2 menentukan persamaan garis singgung kurva fungsi trigonometri dengan tepat.



C . Petunjuk Penggunaan

1. Sediakan alat dan bahan serta media yang akan di gunakan dalam menyelesaikan LKPD.
2. Kerjakan tugas yang ada dalam LKPD secara berkelompok *via WhattsApp Grup*, durasi pengerjaan 30 menit.
3. Amati dan analisislah masalah yang diberikan dengan saksama.
4. Selesaikanlah masalah yang diberikan dengan menggunakan strategi yang telah didiskusikan bersama sesuai dengan langkah-langkah kegiatan yang ada dalam LKPD.
5. Susun hasil diskusi kelompok dan posting pada forum *google classroom*.



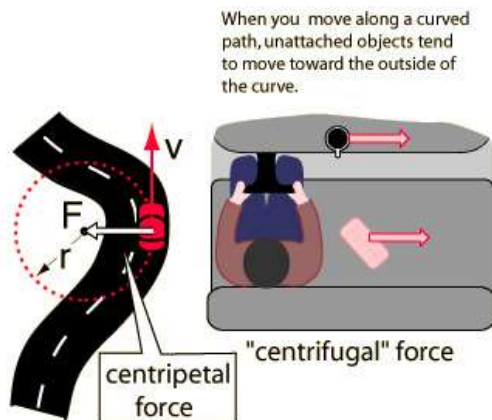
D. Alat

1. Alat : Kertas dan Alat Tulis



E. Kaitan Turunan Pertama dengan Gradien Garis Singgung

Perhatikan gambar berikut.



Pada bidang fisika, kalian telah mempelajari gerak melingkar beraturan. Dimana gerak melingkar beraturan ini sangat berkaitan dengan gaya sentripetal. Seperti gambar di samping berikut. Sebuah mobil melaju pada lintasan menikung, jika tidak ada gaya sentripetal yang bekerja pada mobil maka dapat dipastikan mobil akan keluar jalur. Gerakan keluar jalur ini akan membentuk lintasan menyerupai garis singgung kurva.



F. Kegiatan Diskusi

Menemukan Konsep Turunan Pertama untuk Memperoleh Gradien

Untuk menentukan persamaan garis singgung kurva, terlebih dahulu mencari gradient garis singgung di titik singgung. Untuk memperjelas pemahaman konsep kalian, silahkan eksplorasi media pada link berikut.

<https://www.geogebra.org/m/dbruwpnz>

Kesimpulan :

Apa yang dapat kalian simpulkan dari kegiatan pada media geogebra tersebut?



MASALAH 1

Menggunakan Turunan Pertama untuk Memperoleh Gradien

Diketahui suatu fungsi $f(x) = 2 \sin x + \cos x$. Tentukan kemiringan (gradient) garis singgung $f(x)$ pada absis $x = \frac{\pi}{4}$



Penyelesaian:

Turunan Pertama dari $f(x)$:

Gradien :



MASALAH 2

Menggunakan Turunan Pertama untuk Menyusun Persamaan Garis Singgung

Diketahui suatu fungsi $f(x) = 3 \sin 2x$. Tentukan persamaan garis singgung yang berabsis $x = \frac{\pi}{4}$



Penyelesaian:

Nilai Ordinat :



MASALAH 3

Menganalisis dan Mengevaluasi Masalah

Analisis dan evaluasi permasalahan berikut.

Garis singgung kurva $y = \cos x$ di titik singgung $P(-a, b)$ dan $Q(a, b)$ untuk $0 < a < 2\pi$ memotong sumbu y di titik R . Tentukan nilai a yang mungkin sehingga segitiga PQR merupakan segitiga siku-siku sama kaki !



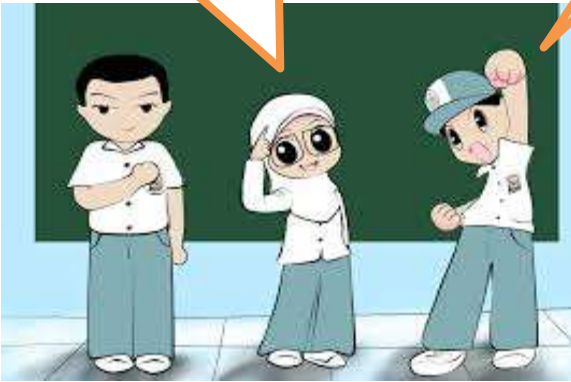
Langkah-langkah penyelesaian :



JURNAL PESERTA DIDIK

Dari Kegiatan Pembelajaran hari ini, mana yang kalian sudah paham?

Dari Kegiatan Pembelajaran hari ini, mana yang kalian belum paham?



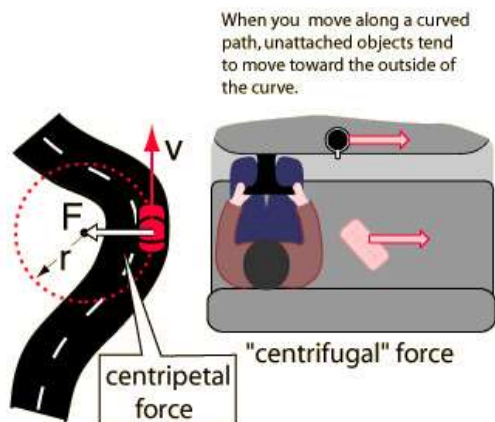
Kesimpulan untuk Kegiatan Pembelajaran hari ini:

Saran untuk Kegiatan Pembelajaran hari ini:

KUNCI JAWABAN:

Hasil Diskusi yang diharapkan adalah sebagai berikut.

Perhatikan gambar berikut.



Pada bidang fisika, kalian telah mempelajari gerak melingkar beraturan. Dimana gerak melingkar beraturan ini sangat berkaitan dengan gaya sentripetal. Seperti gambar di samping berikut. Sebuah mobil melaju pada lintasan menikung, jika tidak ada gaya sentripetal yang bekerja pada mobil maka dapat dipastikan mobil akan keluar jalur. Gerakan keluar jalur ini akan membentuk lintasan menyerupai garis singgung kurva.



G. Kegiatan Diskusi

Menemukan Konsep Turunan Pertama untuk Memperoleh Gradien

Untuk menentukan persamaan garis singgung kurva, terlebih dahulu mencari gradient garis singgung di titik singgung. Untuk memperjelas pemahaman konsep kalian, silahkan eksplorasi media pada link berikut.

<https://www.geogebra.org/m/dbruwpnz>

Kesimpulan :

Apa yang dapat kalian simpulkan dari kegiatan pada media geogebra tersebut?

Simpulan yang diperoleh adalah gradient garis singgung kurva :

$$m = f'(x_1) \text{ dengan } x_1 = \text{absis titik singgung kurva}$$



MASALAH 1

Menggunakan Turunan Pertama untuk Memperoleh Gradien

Diketahui suatu fungsi $f(x) = 2 \sin x + \cos x$. Tentukan kemiringan (gradient) garis singgung $f(x)$ pada absis $x = \frac{\pi}{4}$



Penyelesaian:

Turunan Pertama dari $f(x)$:

$$f(x) = 2 \sin x + \cos x \text{ maka } f'(x) = 2 \cos x - \sin x$$

Gradien :

$$m = f' \left(\frac{\pi}{4} \right) = 2 \cos \left(\frac{\pi}{4} \right) - \sin \left(\frac{\pi}{4} \right)$$

$$m = 2 \left(\frac{1}{2} \sqrt{2} \right) - \left(\frac{1}{2} \sqrt{2} \right) = \left(\frac{1}{2} \sqrt{2} \right)$$



MASALAH 2

Menggunakan Turunan Pertama untuk Menyusun Persamaan Garis Singgung

Diketahui suatu fungsi $f(x) = 3 \sin 2x$. Tentukan persamaan garis singgung yang berabsis $x = \frac{\pi}{4}$



Penyelesaian:

Nilai Ordinat :

$$y_1 = f \left(\frac{\pi}{4} \right) = 3 \cdot \sin \left(2 \times \frac{\pi}{4} \right)$$

$$y_1 = f \left(\frac{\pi}{4} \right) = 3 \cdot \sin \left(\frac{\pi}{2} \right) = 3(1) = 3$$

Gradien:

$$f'(x) = 6 \cos(2x)$$

$$m = f' \left(\frac{\pi}{4} \right) = 6 \cos \left(2 \times \frac{\pi}{4} \right) = 6 \cos \left(\frac{\pi}{2} \right) = 6 \cdot (0) = 0$$

$$m = 0$$

Persamaan Garis Singgung:

$$y - y_1 = m(x - x_1)$$

$$y - 3 = 0 \left(x - \frac{\pi}{4} \right)$$

$$y - 3 = 0$$

$$y = 3$$

Langkah-langkah menentukan gradien dan persamaan garis singgung :

A. Menentukan gradien :

1. Cari turunan pertama dari kurva $f(x)$
2. $m = f'(x_1)$, x_1 = absis titik singgung kurva

B. Menentukan persamaan garis singgung kurva.

1. Jika hanya diketahui absis titik singgung kurva, maka cari nilai ordinatnya juga, sehingga memperoleh koordinat titik singgung kurva (x_1, y_1)
2. Mencari gradien seperti langkah (A), kemudian konstruksi persamaan garis singgung kurva dengan formula $y - y_1 = m(x - x_1)$



MASALAH 3

Menganalisis dan Mengevaluasi Masalah

Analisis dan evaluasi permasalahan berikut.

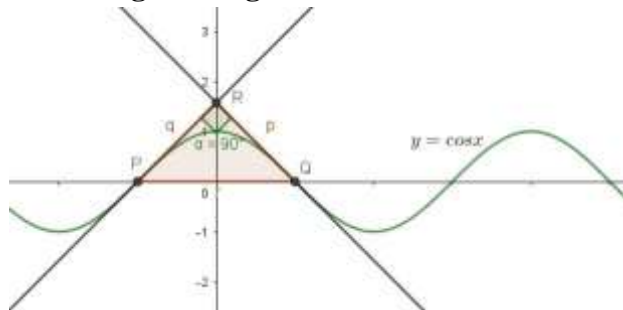
Garis singgung kurva $y = \cos x$ di titik singgung $P(-a, b)$ dan $Q(a, b)$ untuk $0 < a < 2\pi$ memotong sumbu y di titik R . Tentukan nilai a yang mungkin sehingga segitiga PQR merupakan segitiga siku-siku sama kaki !



Langkah-langkah penyelesaian :

Alternatif 1:

Ilustrasi gambar grafik



$$m = y' = -\sin x \Leftrightarrow \text{melalui titik } P(-a, b) \text{ maka } m = -\sin(-a) = \sin a \dots\dots(1)$$

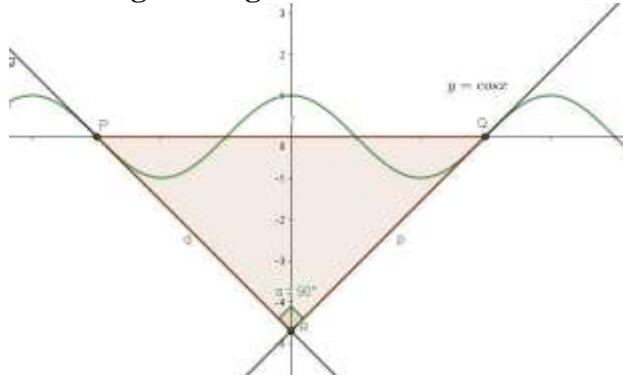
Segitiga PQR merupakan segitiga siku-siku sama kaki, dan besar sudut yang dibentuk garis singgung yang melalui titik P dengan sumbu x adalah 45° , sehingga gradien garis singgung yang melalui titik P adalah $\tan 45^\circ = 1 \dots\dots(2)$

Dari persamaan (1) dan (2) diperoleh

$$\sin a = \tan 45^\circ \Leftrightarrow \sin a = 1 \text{ karena nilai } 0 < a < 2\pi \text{ maka diperoleh } a = \arcsin 1 \rightarrow a = 90^\circ = \frac{\pi}{2}$$

Alternatif 2:

Ilustrasi gambar grafik



$$m = y' = -\sin x \Leftrightarrow \text{melalui titik } P(-a, b) \text{ maka } m = -\sin(-a) = \sin a \dots\dots(1)$$

Segitiga PQR merupakan segitiga siku-siku sama kaki dan garis singgung yang melalui titik

P membentuk sudut $(360^\circ - 45^\circ) = 315^\circ$, sehingga gradien garis singgung yang melalui titik **P** = $\tan 315^\circ = -1$ (2)

Dari persamaan (1) dan (2) diperoleh

$\sin a = \tan 315^\circ \leftrightarrow \sin a = -1$ karena nilai $0 < a < 2\pi$ maka diperoleh

$$a = \arcsin(-1) \rightarrow a = 270^\circ = \frac{3\pi}{2}$$

Dari 2 alternatif ilustrasi gambar maka diperoleh nilai a yaitu $a = \frac{\pi}{2}$ atau

$$a = \frac{3\pi}{2}$$