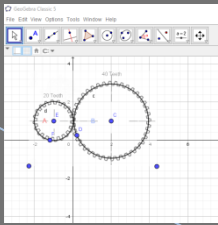
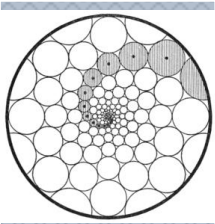


# PERSAMAAN LINGKARAN



**Anggota Kelompok:**

1. ....
2. ....
3. ....
4. ....
5. ....

**SMK**  
**XI**

# PERSAMAAN LINGKARAN

## Kompetensi Dasar:

3.21. Menentukan persamaan lingkaran

4.21. Menyajikan penyelesaian masalah yang berkaitan dengan persamaan lingkaran

## Indikator Pencapaian Kompetensi

3.21.1. Menyusun persamaan lingkaran yang diketahui pusat dan jari-jarinya

4.21.1. Menyajikan konsep persamaan lingkaran yang diketahui pusat dan jari-jarinya

## Tujuan Pembelajaran

Melalui model pembelajaran *Problem Base Learning* secara *daring*, setelah menyaksikan tayangan video dan mempelajari materi powerpoint di google classroom tentang persamaan lingkaran peserta didik mampu menyusun persamaan lingkaran dengan pusat tertentu dan jari-jari tertentu, selanjutnya trampil menyajikan serta membuat karya kreatif persamaan lingkaran dengan jujur dan bertanggung jawab secara kreatif dan kolaboratif

## PERTEMUAN 1



### Persamaan Lingkaran Pusat (0, 0) dan (a, b) dengan jari-jari tertentu

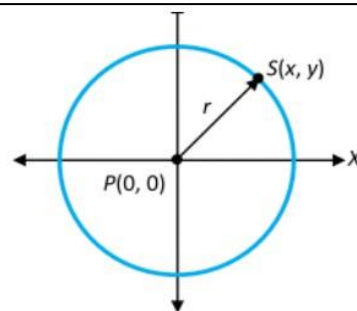
Selesaikan lembar kerja berikut ini dengan berdiskusi dengan kelompok kalian menggunakan media komunikasi online yang kalian miliki!

### Lembar Kerja 1

#### Materi Prasyarat:

Jarak dua titik  $(x_1, y_1)$  dan  $(x_2, y_2)$

$$d = \sqrt{(\dots - \dots)^2 + (\dots - \dots)^2}$$



Untuk memperoleh rumus persamaan lingkaran dengan pusat  $(0, 0)$  dan jari-jari  $r$  lengkapilah rumus jarak titik ke titik berikut:

$$\begin{aligned} d &= \sqrt{(x - x_1)^2 + (y - y_1)^2} && \Leftrightarrow |PS| &= \sqrt{(\dots - \dots)^2 + (\dots - \dots)^2} \\ &&& \Leftrightarrow r &= \sqrt{\dots^2 + \dots^2} \\ &&& \Leftrightarrow r^2 &= \dots^2 + \dots^2 \\ &&& \Leftrightarrow \dots^2 + \dots^2 &= r^2 \end{aligned}$$



## Lembar Kerja 2

Materi Prasyarat:

Jarak dua titik  $(x_1, y_1)$  dan  $(x_2, y_2)$

$$(x - a)^2 = \dots^2 - 2\dots x + \dots^2$$

Untuk memperoleh rumus persamaan lingkaran lengkapilah rumus jarak titik ke titik berikut:

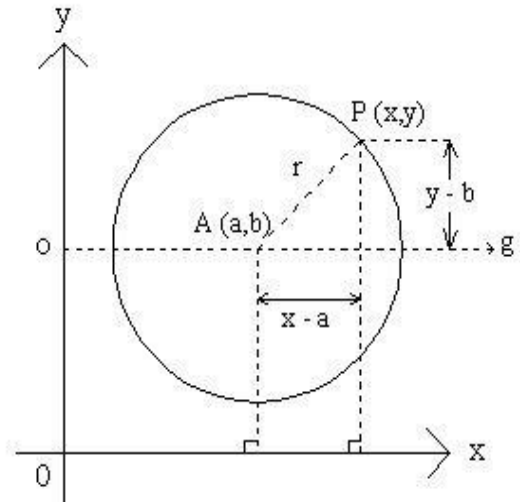
$$d = \sqrt{(x - x_1)^2 + (y - y_1)^2}$$

$$|AP| = \sqrt{(\dots - \dots)^2 + (\dots - \dots)^2}$$

$$\Leftrightarrow r = \sqrt{(\dots - \dots)^2 + (\dots - \dots)^2}$$

$$\Leftrightarrow r^2 = (\dots - \dots)^2 + (\dots - \dots)^2$$

$$\Leftrightarrow (\dots - \dots)^2 + (\dots - \dots)^2 = r^2$$



**Selesaikan Langkah Menyusun Persamaan Lingkaran dengan Pusat  $(a, b)$  dan jari-jari  $r$  berikut ini!**

1. Tentukan persamaan lingkaran pusat  $(-2, 1)$  dengan jari-jari 5!

Penyelesaian:

$$(x - \dots)^2 + (y - \dots)^2 = r^2$$

$$\Leftrightarrow (x - \dots)^2 + (y - \dots)^2 = r^2$$

$$\Leftrightarrow x^2 + \dots x + \dots + y^2 + \dots y + \dots = \dots$$

$$\Leftrightarrow x^2 + y^2 + \dots x + \dots y + \dots - \dots = 0$$

$$\Leftrightarrow x^2 + y^2 + \dots x + \dots y + \dots = 0$$

Jadi persamaan lingkaran dengan pusat  $(-2, 1)$  dengan jari-jari 5 adalah:

$$x^2 + y^2 + \dots x + \dots y + \dots = 0$$

**Selesaikan Langkah Menyusun Persamaan Lingkaran dengan Pusat (a, b) dan jari-jari r berikut ini!**

2. Tentukan persamaan lingkaran pusat (3, -1) jari-jari =  $\sqrt{10}$  !

Penyelesaian:

$$(x - \dots)^2 + (y - \dots)^2 = r^2$$

$$\Leftrightarrow (x - \dots)^2 + (y - \dots)^2 = r^2$$

$$\Leftrightarrow x^2 \dots x + \dots + y^2 \dots y + \dots = \dots$$

$$\Leftrightarrow x^2 + y^2 \dots x \dots y + \dots - \dots = 0$$

$$\Leftrightarrow x^2 + y^2 \dots x \dots y \dots = 0$$

Jadi persamaan lingkaran dengan pusat (3, -1) jari-jari =  $\sqrt{10}$  adalah:

$$x^2 + y^2 \dots x \dots y \dots = 0$$

3. Tentukan persamaan lingkaran pusat (4, -2) jari-jari =  $2\sqrt{5}$  !

Penyelesaian:

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

**Tuliskan rumus mencari persamaan lingkaran pusat (0, 0) dan pusat (a, b) dengan jari-jari tertentu!**



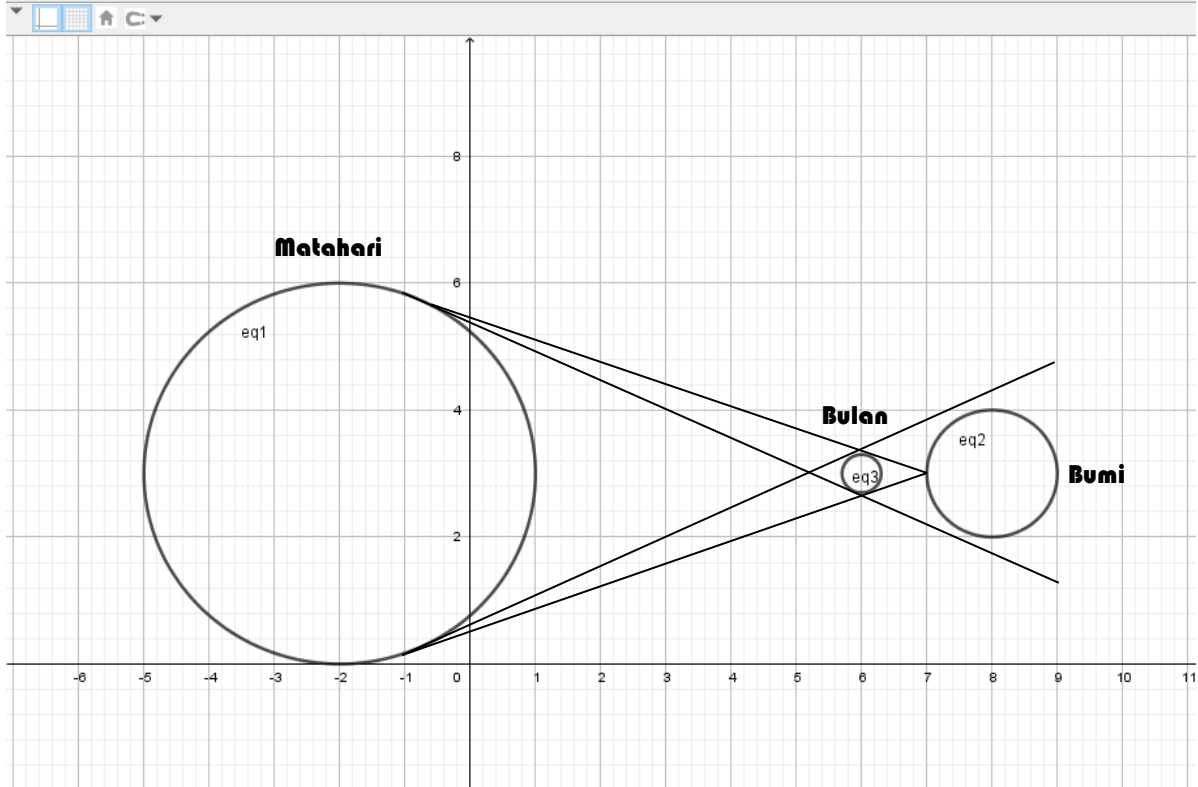
## MARI BERDISKUSI

### TOPIK DISKUSI 1

1. Tuliskan penerapan prinsip lingkaran pada kehidupan nyata yang ada dalam kehidupan sehari-hari di lingkungan sekitarmu yang meliputi unsur teknologi, seni atau budaya! Adakah tujuan dari penggunaan konsep lingkaran tersebut?Jelaskan menurut pendapatmu!
2. Berikut ini adalah sketsa terjadinya gerhana matahari yang digambarkan menggunakan aplikasi Geogebra. Diskusikan bersama kelompok kalian langkah-langkah untuk menentukan persamaan lingkaran-lingkaran tersebut! Tentukan persamaan lingkaran yang mewakili Bumi, Bulan dan Matahari berdasarkan unsur-unsur yang diketahui!

GeoGebra Classic 5

File Edit View Options Tools Window Help



# PERSAMAAN LINGKARAN

## Kompetensi Dasar:

- 3.22. Menentukan persamaan lingkaran
- 4.22. Menyajikan penyelesaian masalah yang berkaitan dengan persamaan lingkaran

## Indikator Pencapaian Kompetensi

- 3.21.2. Menyusun persamaan lingkaran yang diketahui pusat tertentu dan melalui titik tertentu
- 4.21.2. Menyajikan persamaan lingkaran dengan pusat dan melalui titik tertentu
- 4.21.3. Menggambar lingkaran dengan titik pusat dan melalui titik tertentu pada koordinat kartesius dilengkapi variasi dan warna yang menarik

## Tujuan Pembelajaran

Melalui model pembelajaran *Problem Base Learning* secara *daring*, setelah menyaksikan tayangan video dan mempelajari materi powerpoint di google classroom tentang persamaan lingkaran peserta didik mampu menyusun persamaan lingkaran dengan pusat tertentu dan jari-jari tertentu, selanjutnya tampil menyajikan serta membuat karya kreatif persamaan lingkaran dengan jujur dan bertanggung jawab secara kreatif dan kolaboratif

## PERTEMUAN 2



### Persamaan Lingkaran Pusat (0, 0) dan (a, b) dengan melalui titik tertentu tertentu

Selesaikan lembar kerja berikut ini dengan berdiskusi dengan kelompok kalian menggunakan media komunikasi online yang kalian miliki!



## Lembar Kerja 1

### Materi Prasyarat:

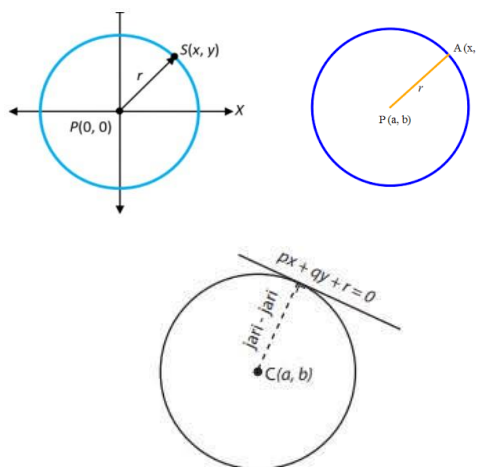
Jarak dua titik  $(x_1, y_1)$  dan  $(x_2, y_2)$

$$d = \sqrt{(\dots - \dots)^2 + (\dots - \dots)^2}$$

Jarak titik  $(a, b)$  ke garis  $px + qy + r = 0$  adalah:

$$d = \left| \frac{p \dots + q \dots + r}{\sqrt{\dots^2 + \dots^2}} \right|$$

Rumus jarak dua titik dan jarak titik ke garis tersebut akan digunakan untuk menentukan jari jari lingkaran.



**Selesaikan Langkah Menyusun Persamaan Lingkaran dengan Pusat (0, 0) dan melalui titik tertentu berikut ini!**

1. Tentukan persamaan lingkaran pusat (0, 0) dengan melalui titik (3, -4)!

**Penyelesaian:**

Pusat lingkaran (0, 0)

Melalui titik A(3, -4) maka  $x_1 = \dots$  dan  $y_1 = \dots$

$$r^2 = \dots^2 + \dots^2$$

$$\Leftrightarrow r^2 = (\dots)^2 + (\dots)^2$$

$$\Leftrightarrow r^2 = \dots + \dots$$

$$\Leftrightarrow r^2 = \dots$$

$$\Leftrightarrow r = \dots$$

Sehingga diperoleh persamaan lingkarannya sebagai berikut:

$$x^2 + y^2 = \dots^2$$

$$\Leftrightarrow x^2 + y^2 = \dots^2$$

$$\Leftrightarrow x^2 + y^2 = 2\dots$$

Jadi persamaan lingkaran dengan pusat (0, 0) dan melalui titik (3, -4) adalah:  $\dots^2 + \dots^2 = \dots$

2. Tentukan persamaan lingkaran berpusat di O(-1, 2) melalui titik A(3, 0)!

**Penyelesaian:**

Pusat lingkaran (-1, 2) maka a = ... dan b = ...

Melalui titik A(3, 0) maka  $x_1 = \dots$  dan  $y_1 = \dots$

$$r^2 = (x_1 - \dots)^2 + (y_1 - \dots)^2$$

$$\Leftrightarrow r^2 = (\dots - \dots)^2 + (\dots - \dots)^2$$

$$\Leftrightarrow r^2 = (\dots)^2 + (\dots)^2$$

$$\Leftrightarrow r^2 = \dots + \dots$$

$$\Leftrightarrow r^2 = \dots$$

$$\Leftrightarrow r = \dots$$

Sehingga diperoleh persamaan lingkarannya sebagai berikut:

$$(x - \dots)^2 + (y - \dots)^2 = \dots^2$$

$$\Leftrightarrow (x - \dots)^2 + (y - \dots)^2 = (\dots)^2$$

$$\Leftrightarrow x^2 + \dots x + \dots + y^2 - \dots y + \dots = \dots$$

$$\Leftrightarrow x^2 + y^2 + \dots x - \dots y + \dots + \dots = \dots$$

$$\Leftrightarrow x^2 + y^2 + \dots x - \dots y + \dots - \dots = 0$$

$$\Leftrightarrow x^2 + y^2 + \dots x - \dots y - \dots = 0$$

Jadi persamaan lingkaran dengan pusat O(-1, 2) melalui titik A(3, 0)

adalah:  $x^2 + y^2 + \dots x - \dots y - \dots = 0$



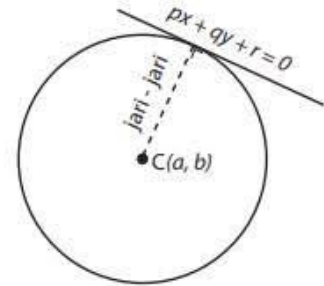
## Lembar Kerja 2

Menentukan persamaan lingkaran dengan titik pusat tertentu dan menyinggung garis yang persamaannya diketahui.

Materi Prasyarat:

Jarak titik  $(a, b)$  ke garis  $px + qy + r = 0$

$$d = \frac{|p \dots + q \dots + r|}{\sqrt{\dots^2 + \dots^2}} \Leftrightarrow r = \frac{p \dots + q \dots + r}{\sqrt{\dots^2 + \dots^2}}$$



Jarak titik ke garis tersebut merupakan ..... lingkaran.

**Selesaikan Langkah Menyusun Persamaan Lingkaran dengan Pusat  $(a, b)$  dan menyinggung garis berikut ini!**

2. Tentukan persamaan lingkaran pusat  $(0, 0)$  menyinggung garis  $4x - 3y - 10 = 0$ !

Penyelesaian:

Pusat lingkaran  $(0, 0)$  maka  $a = \dots$  dan  $b = \dots$

Menyinggung garis  $4x - 3y - 10 = 0$  maka  $p = \dots$ ,  $q = \dots$  dan  $r = \dots$

Maka diperoleh:

$$r = \frac{|p \dots + q \dots + r|}{\sqrt{\dots^2 + \dots^2}}$$

$$r = \frac{|(\dots)(\dots) + (\dots)(\dots) + (\dots)|}{\sqrt{\dots^2 + \dots^2}}$$

$$r = \frac{|(\dots) + (\dots) + (\dots)|}{\sqrt{\dots + \dots}}$$

$$r = \frac{|\dots|}{\sqrt{\dots}}$$

$$r = \frac{|\dots|}{\dots} = \dots$$

Persamaan lingkaran dengan pusat

$(0, 0)$  dan jari-jari ..... adalah:

$$x^2 + y^2 = \dots^2$$

$$x^2 + y^2 = \dots$$

persamaan lingkaran pusat  $(0, 0)$  menyinggung garis  $4x - 3y - 10 = 0$  adalah:

$$x^2 + y^2 = \dots$$

Selesaikan Langkah Menyusun Persamaan Lingkaran dengan Pusat (a, b) dan menyinggung garis berikut ini!

3. Tentukan persamaan lingkaran pusat (1, -2) menyinggung garis  $6x + 8y - 15 = 0$ !

**Penyelesaian:**

Pusat lingkaran (1, -2) maka  $a = \dots$  dan  $b = \dots$

Menyinggung garis  $6x + 8y - 15 = 0$  maka  $p = \dots$ ,  $q = \dots$  dan  $r = \dots$

Maka diperoleh:

$$r = \left| \frac{\dots a + \dots b + \dots}{\sqrt{\dots^2 + \dots^2}} \right|$$

$$r = \left| \frac{(\dots)(\dots) + (\dots)(\dots) + (\dots)}{\sqrt{\dots^2 + \dots^2}} \right|$$

$$r = \left| \frac{(\dots) + (\dots) + (\dots)}{\sqrt{\dots + \dots}} \right|$$

$$r = \left| \frac{\dots}{\sqrt{\dots}} \right|$$

$$r = \left| \frac{\dots}{\dots} \right| = \dots$$

Persamaan lingkaran dengan pusat

(1, -2) dan jari-jari ..... adalah:

$$(x - \dots)^2 + (y - \dots)^2 = \dots^2$$

$$\Leftrightarrow (x - \dots)^2 + (y + \dots)^2 = (\dots)^2$$

$$\Leftrightarrow x^2 - \dots x + \dots + y^2 + \dots y + \dots = \dots$$

$$\Leftrightarrow x^2 + y^2 - \dots x + \dots y + \dots + \dots = \dots$$

$$\Leftrightarrow x^2 + y^2 - \dots x + \dots y + \dots - \dots = 0$$

$$\Leftrightarrow x^2 + y^2 - \dots x + \dots y - \dots = 0$$

persamaan lingkaran pusat (1, -2) menyinggung garis  $6x + 8y - 15 = 0$  adalah:

$$x^2 + y^2 - \dots x + \dots y - \dots = 0$$

Tuliskan rumus mencari jari-jari dari pusat lingkaran ke titik pada lingkaran dan dari pusat lingkaran ke garis yang menyinggung lingkaran!



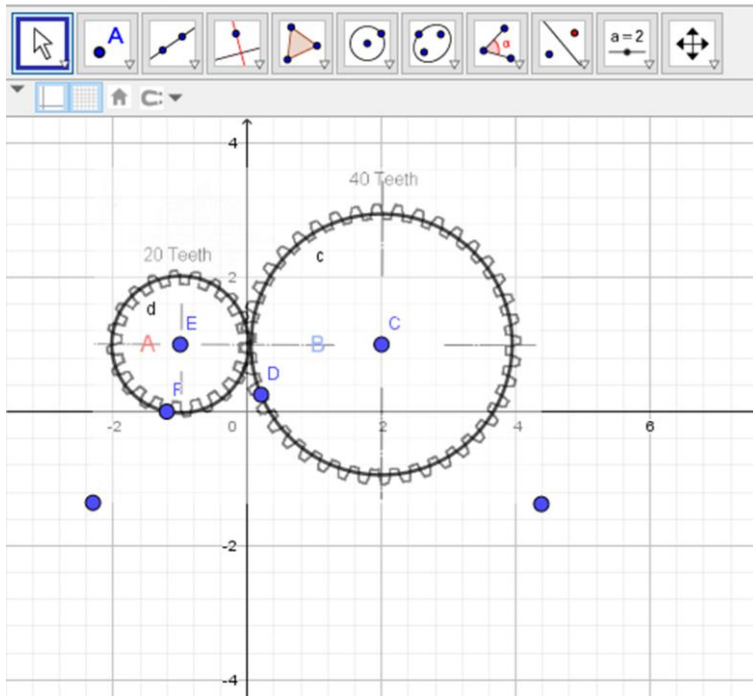
## MARI BERDISKUSI

### TOPIK DISKUSI 2

1. Tentukan persamaan lingkaran yang menyinggung sumbu X dan sumbu Y dengan titik pusat pada kuadran III dan berjari-jari 3 !
2. Tentukan persamaan lingkaran yang berdiameter garis AB dengan titik A (1,-2) dan B(-3,6)
3. Berikut ini adalah gambaran dua buah gir penyusun jam mekanik yang digambar menggunakan aplikasi Geogebra. Apabila titik pusat gir besar (2, 1) dan titik pusat gir kecil (-1, 1) serta titik singgung dua lingkaran tersebut adalah (0, 1) tentukan persamaan kedua gir tersebut!

GeoGebra Classic 5

File Edit View Options Tools Window Help



### TUGAS INDIVIDU

Buatlah karya kreatif menggambar lingkaran dengan titik pusat tertentu dan melalui titik tertentu serta bersinggungan dengan dengan lingkaran lain pada koordinat kartesius dilengkapi variasi dan warna yang menarik!

Kemudian tentukan persamaan lingkaran tersebut!

## PERSAMAAN LINGKARAN

### Kompetensi Dasar:

3.23. Menentukan persamaan lingkaran

4.23. Menyajikan penyelesaian masalah yang berkaitan dengan persamaan lingkaran

### Indikator Pencapaian Kompetensi

3.21.3. Menganalisis titik pusat dan jari-jari lingkaran dengan persamaan tertentu

4.21.3. Menggambar lingkaran dengan titik pusat dan melalui titik tertentu pada koordinat kartesius dilengkapi variasi dan warna yang menarik

### Tujuan Pembelajaran

Melalui model pembelajaran *Discovery Learning* secara *daring*, setelah menyaksikan tayangan video dan mempelajari materi powerpoint di google classroom tentang persamaan lingkaran peserta didik mampu menganalisis titik pusat dan jari-jari lingkaran dengan persamaan tertentu, selanjutnya tampil menyajikannya dengan jujur dan bertanggung jawab secara kreatif dan kolaboratif

## PERTEMUAN 3



Menganalisis titik pusat dan jari-jari lingkaran dari bentuk umum persamaan lingkaran.  
Selesaikan lembar kerja berikut ini dengan berdiskusi dengan kelompok kalian menggunakan media komunikasi online yang kalian miliki!



### Lembar Kerja 1

#### Materi Prasyarat:

Persamaan lingkaran dengan pusat (a, b) dan jari-jari r

$$(x - \dots)^2 + (y - \dots)^2 = \dots^2$$

Sehingga persamaan lingkaran dalam bentuk  $(x - \dots)^2 + (y - \dots)^2 = \dots^2$

Memiliki pusat (..., ...) dan jari-jari = ...

Bentuk kuadrat sempurna sebuah persamaan kuadrat:

$$(a + b)^2 = \dots^2 + 2 \dots + \dots^2$$

Sehingga,

$$(x - a)^2 = \dots^2 - 2 \dots + \dots^2$$

### Bentuk umum persamaan lingkaran

$$x^2 + y^2 + Ax + By + C = 0$$

Dengan menggunakan prinsip kuadrat sempurna temukan titik pusat dan jari-jari lingkaran dari bentuk umum persamaan lingkaran tersebut!

Untuk menemukan konsep titik pusat dan jari-jari lingkaran dari bentuk umum persamaan lingkaran selesaikan tahapan berikut:

$$(x - a)^2 + (y - b)^2 = r^2$$

$$x^2 - \dots + \dots^2 + y^2 - \dots + \dots^2 = r^2$$

$$x^2 + y^2 - \dots - \dots + \dots^2 + \dots^2 = r^2$$

$$x^2 + y^2 - \dots - \dots + \dots^2 + \dots^2 - r^2 = 0$$

Persamaan tersebut ekuivalen dengan bentuk umum persamaan lingkaran:

$$x^2 + y^2 + Ax + By + C = 0$$

Sehingga diperoleh:

$$A = \dots \Leftrightarrow a = -\frac{\dots}{\dots}$$

$$B = \dots \Leftrightarrow b = -\frac{\dots}{\dots}$$

$$C = \dots^2 + \dots^2 - \dots^2 \Leftrightarrow r^2 = \dots^2 + \dots^2 - \dots$$

Karena  $a = -\frac{\dots}{\dots}$  dan  $b = -\frac{\dots}{\dots}$  sehingga diperoleh:

$$r^2 = \left(-\frac{\dots}{\dots}\right)^2 + \left(-\frac{\dots}{\dots}\right)^2 - \dots$$

Berdasarkan analisis yang kalian lakukan maka kesimpulan yang dapat diperoleh adalah:

Bentuk umum persamaan lingkaran  $x^2 + y^2 + Ax + By + C = 0$

Memiliki titik pusat  $\left(-\frac{\dots}{\dots}, -\frac{\dots}{\dots}\right)$

Dan jari-jari  $r^2 = \left(-\frac{\dots}{\dots}\right)^2 + \left(-\frac{\dots}{\dots}\right)^2 - \dots$

## Lembar Kerja 2

Tentukan titik pusat dan jari-jari lingkaran berikut:

1.  $x^2 + y^2 = 16$

Jawab:

Pusat lingkaran (...., ....) jari-jari = .....

2.  $x^2 + y^2 = 12$

Jawab:

Pusat lingkaran (...., ....) jari-jari =  $\sqrt{\dots}$  =  $\dots\sqrt{\dots}$

Tentukan titik pusat dan jari-jari lingkaran berikut:

1.  $(x - 3)^2 + (y + 2)^2 = 36$

Jawab:

Pusat lingkaran (...., ....) jari-jari = .....

2.  $(x + 1)^2 + (y - 4)^2 = 18$

Jawab:

Pusat lingkaran (...., ....) jari-jari =  $\sqrt{\dots}$  =  $\dots\sqrt{\dots}$

Tentukan titik pusat dan jari-jari lingkaran berikut:

1.  $x^2 + y^2 - 4x + 2y - 20 = 0$

Jawab:

A = .....

B = .....

C = .....

Pusat lingkaran (....., ..... ) = (....., .....)

jari-jari =

$$r^2 = \left(-\frac{\dots}{\dots}\right)^2 + \left(-\frac{\dots}{\dots}\right)^2 - \dots$$

$$r^2 = \dots + \dots - \dots$$

$$r^2 = \dots$$

$$r = \sqrt{\dots} = \dots$$

Tentukan titik pusat dan jari-jari lingkaran berikut:

2.  $x^2 + y^2 + 6x - 4y - 7 = 0$

Jawab:

A = .....

B = .....

C = .....

Pusat lingkaran (....., ..... ) = (....., .....)

jari-jari =

$$r^2 = \left(-\frac{\dots}{\dots}\right)^2 + \left(-\frac{\dots}{\dots}\right)^2 - \dots$$

$$r^2 = \dots + \dots - \dots$$

$$r^2 = \dots$$

$$r = \sqrt{\dots} = \dots$$

3.  $x^2 + y^2 - 8y - 20 = 0$

Jawab:

A = .....

B = .....

C = .....

Pusat lingkaran (....., ..... ) = (....., .....)

jari-jari =

$$r^2 = \left(-\frac{\dots}{\dots}\right)^2 + \left(-\frac{\dots}{\dots}\right)^2 - \dots$$

$$r^2 = \dots + \dots - \dots$$

$$r^2 = \dots$$

$$r = \sqrt{\dots} = \dots$$

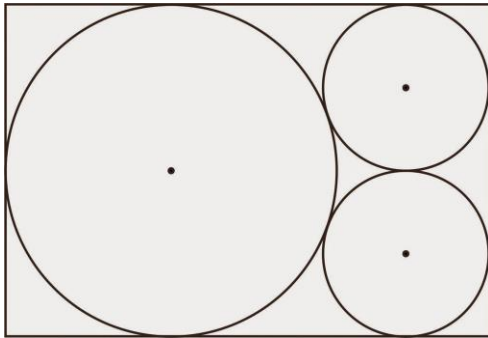
Tuliskan rumus mencari pusat dan jari-jari lingkaran dari bentuk umum persamaan lingkaran!



## MARI BERDISKUSI

### TOPIK DISKUSI 3

1. Tentukan pusat dan jari-jarinya, lingkaran yang melalui titik (2, 3), (0, -1) dan (3, 0)!
2. Tunjukkan bahwa garis  $3x + 4y = 0$  meyinggung lingkaran yang berjari-jari 3 dan berpusat di titik (5, 0) !
3. Tentukan persamaan lingkaran yang konsentris (sepusat) dengan lingkaran  $x^2 + y^2 - 4x + 12y - 2 = 0$  dan melalui titik A(-1, 5)!
4. Perhatikan tiga lingkaran yang bersinggungan berikut!



Jika persamaan lingkaran besar adalah  $x^2 + y^2 - 20x + 30y - 75 = 0$ , tentukan pusat dan jari-jari lingkaran besar dan lingkaran kecil!

## REFLEKSI

Sebagai bahan refleksi jawablah pertanyaan-pertanyaan berikut ini:

1. Hal terpenting apa yang kalian dapatkan dari mempelajari bahan ajar ini?
2. Sejauh mana bahan ajar ini membantu proses belajar kalian mempelajari materi persamaan lingkaran ini?
3. Materi bagian mana yang menurut kalian paling sulit?
4. Materi apa yang belum kalian kuasai?
5. Kesulitan apa yang kalian hadapi dengan adanya pembelajaran daring materi persamaan lingkaran ini?
6. Selain dari bahan ajar ini, dari mana saja sumber belajar yang kalian pelajari? Sebutkan buku atau link internet yang kalian gunakan untuk belajar!
7. Rencana perbaikan apa yang akan kalian lakukan untuk sukses mempelajari bahan ajar ini?
8. Buatlah rangkuman tentang materi yang ada modul ini, buatlah sebagus dan sekreatif kalian agar menarik dan lebih mudah dipelajari!