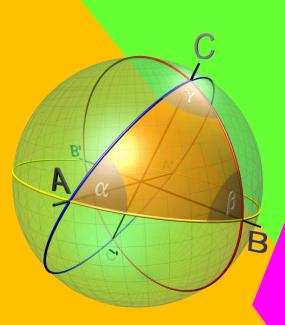
LKPD

Lembar Kegiatan Peserta Didik

Trigonometri

Persamaan Trigonometri

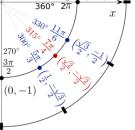


Oleh:

Anang Wibowo, S.Pd

Mahasiswa PPG Dalam Jabatan 2020 Angkatan 1

LPTK Universitas PGRI Madiun (UNIPMA)



Lembar Kegiatan Peserta Didik

Persamaan Trigonometri

Nama Siswa	:
Kelas	:
Semester/TP	·

A. Kompetensi Inti (KI)

KI-3 : Memahami, menerapkan, dan menganalisis pengetahuan faktual, konseptual, prosedural, dan metakognitif berdasarkan rasa ingin tahunya tentang ilmu pengetahuan, teknologi, seni, budaya, dan humaniora dengan wawasan kemanusiaan, kebangsaan, kenegaraan, dan peradaban terkait penyebab fenomena dan kejadian, serta menerapkan pengetahuan prosedural pada bidang kajian yang spesifik sesuai dengan bakat dan minatnya untuk memecahkan masalah.

KI-4 : Mengolah, menalar, dan menyaji dalam ranah konkret dan ranah abstrak terkait dengan pengembangan dari yang dipelajarinya di sekolah secara mandiri, bertindak secara efektif dan kreatif, serta mampu menggunakan metode sesuai kaidah keilmuan.

B. Kompetensi Dasar dan Indikator

Menjelaskan dan menentukan penyelesaian persamaan trigonometri.

Indikator:

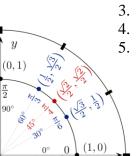
- Menentukan Himpunan Penyelesaian persamaan trigonometri dasar pada interval tertentu.
- Menentukan penyelesaian persamaan trigonometri yang dinyatakan dalam persamaan kuadrat.

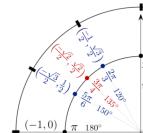
C. Tujuan Kegiatan

Setelah mengikuti pembelajaran daring dengan Google Classroom diharapkan peserta didik mampu menyelesaikan menyelesaikan masalah yang berkaitan dengan persamaan trigonometri dengan teliti dan benar.

D. Petunjuk Kegiatan

- 1. Mulailah belajar dengan niat ikhlas menuntut ilmu dan berdoa.
- 2. Isilah data diri kalian dengan benar.
- 3. Baca dan cermati perintah dalam LKPD ini dengan seksama.
- 4. Isilah bagian-bagian yang kosong.
- 5. Jika ada kesulitan, diskusikan dengan teman kalian.





E. Kegiatan Peserta Didik

Persamaan trigonometri merupakan pengembangan dari fungsi trigonometri. Persamaan trigonometri adalah persamaan yang mengandung perbandingan trigonometri. Persamaan trigonometri terdiri dari dua macam, yaitu berupa identitas dan kalimat terbuka.

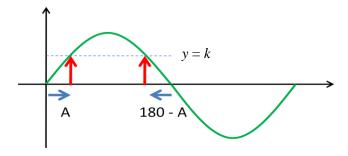
Sebelum lebih jauh kita mempelajari materi ini, silakan review kembali materi kelas X tentang grafik fungsi berikut. Silakan scan atau klik QR Code di bawah.



Contoh persamaan trigonometri berupa identitas adalah $\sin^2 x + \cos^2 x = 1$ dan $1 + \tan^2 x = \sec^2 x$. Sedangkan persamaan trigonometri dalam bentuk kalimat terbuka contohnya adalah $\sin 3x = \frac{1}{2}$ (bentuk dasar) dan $\tan^2 x - 3\sec x + 3 = 0$ (bentuk kuadrat).

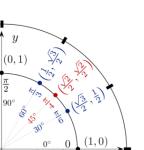
Penyelesaian dari persamaan trigonometri bentuk kalimat terbuka adalah dengan mencari seluruh nilai sudut-sudut x (jika dalam x), sehingga persamaan tersebut bernilai benar untuk daerah asal tertentu.

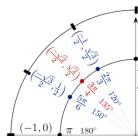
Persamaan trigonometri dalam sinus.

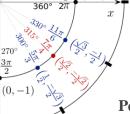


Perhatikan grafik fungsi sinus di atas. Untuk y = k, terdapat 2 titik yang memenuhi, yaitu untuk x = A dan $x = 180^0 - A$. Oleh karena itu penyelesaian persamaan dalam sinus atau $\sin x = \sin A$ adalah,

$$x = A + k \cdot 360^{\circ} \text{ dan } x = (\dots - A) + k \cdot 360^{\circ}$$

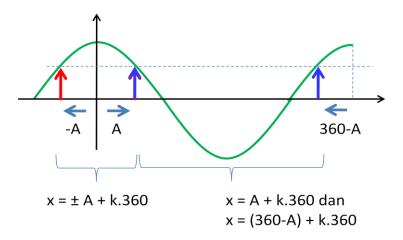






175 - 210° 6 21° 6 21°

Persamaan trigonometri dalam cosinus.



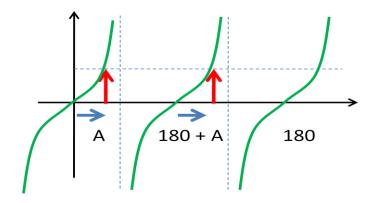
Perhatikan grafik fungsi sinus di atas. Untuk y = k, terdapat 2 titik yang memenuhi, yaitu untuk x = A dan $x = 360^{0} - A$. Oleh karena itu penyelesaian persamaan dalam cosinus atau $\cos x = \cos A$ adalah,

$$x = A + k \cdot 360^{\circ} \text{ dan } x = (\dots - A) + k \cdot 360^{\circ}$$

Karena grafik kosinus simetris terhadap sumbu-Y atau $\cos A = \cos(-A)$, maka terdapat alternative lain yaitu

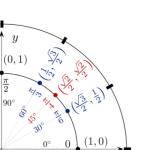
$$x = \pm A + k \cdot 360^{\circ}$$

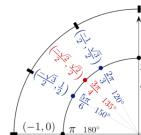
Persamaan trigonometri dalam tangen.

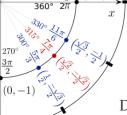


Jika kita perhatikan grafik tangent dia atas, untuk periode tangen sebesar 1800, hanya diperoleh satu nilai saja yang memenuhi, maka penyelesaian persamaan dalam tangen yaitu $\tan x = \tan A$, hanya ada satu penyelesaian saja

$$x = A + k \cdot \dots^{0}$$







Dari sedikit uraian di atas, dapatkah kalian menyimpulkan bagaimana aturan atau cara penyelesaian persamaan trigonometri dalam bentuk dasar? Tuliskan jawabanmu di bawah ini.

Rangkuman

Aturan penyelesaian persamaan trigonometri bentuk dasar dalam derajad adalah:

1.
$$\sin x = \sin \alpha \Rightarrow \begin{cases} x = \alpha + k \cdot 360^{\circ} \\ x = (180^{\circ} - \alpha) + k \cdot 360^{\circ} \end{cases}$$

2.

3.

4.

Aturan penyelesaian persamaan trigonometri bentuk dasar dalam radian adalah:

1.
$$\sin x = \sin \alpha \Rightarrow \begin{cases} x = \alpha + k \cdot 2\pi \\ x = (\pi - \alpha) + k \cdot 2\pi \end{cases}$$

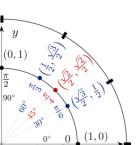
2.

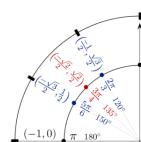
3.

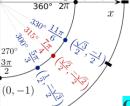
Mengapa dalam aturan penyelesaian persamaan trigonometri di atas ada penambahan dengan $k \cdot 360^{\circ}$ atau 2π ? Jelaskan!

Untuk persamaan trigonometri dalam bentuk kuadrat, maka langkah penyelesaiaanya adalah:

- 1. Menyelesaikan bentuk kuadratnya. Jika terdapat bentuk trigonometri lebih dari satu, maka disamakan terlebih dahulu (perhatikan contoh soal).
- 2. Setelah diselesaikan, misalnya difaktorkan, maka diperoleh persamaan dalam bentuk dasar atau sederhana.
- 3. Selesaikan bentuk sederhana tersebut menggunakan aturan-aturan di atas.







Contoh Soal

1. Tentukan HP dari $\sin 2x = \frac{1}{2}$, $0 \le x \le 360^{\circ}$

$$\sin 2x = \frac{1}{2}$$

$$\sin 2x = \sin 30^{\circ}$$

$$\Rightarrow 2x = 30^{\circ} + k360^{\circ}$$

$$x = 15^{\circ} + k180^{\circ}$$

$$\tan 2x = \sin 30^{\circ}$$

$$x = 30^{\circ} + k360^{\circ}$$

$$x = 75^{\circ} + k180^{\circ}$$

$$x = 75^{\circ} + k180^{\circ$$

$$\therefore HP = \{15^{\circ}, 75^{\circ}, 195^{\circ}, 255^{\circ}\}\$$

2. Tentukan HP dari $\tan^2 x - 3\sec x + 3 = 0$, $0 \le x \le 360^0$

Jawab:

$$\tan^{2} x - 3\sec x + 3 = 0 \Rightarrow 1 + \tan^{2} x - 3\sec x + 2 = 0$$

$$\Rightarrow \sec^{2} x - 3\sec x + 2 = 0$$

$$\Rightarrow (\sec x - 2)(\sec x - 1) = 0$$

$$\Rightarrow \sec x = 2 \lor \sec x = 1$$

$$\Rightarrow \cos x = \frac{1}{2} \lor \cos x = 1$$

$$\otimes \cos x = \frac{1}{2} \Rightarrow \cos x = \cos 60^{\circ}$$

$$\Rightarrow x = 60^{\circ} + k360^{\circ}$$

$$\text{untuk } k = 0 \rightarrow x = 60^{\circ}$$

$$k = 1 \rightarrow x = 420^{\circ} (TM)$$

$$\Rightarrow x = -60^{\circ} + k360^{\circ}$$

$$\text{untuk } k = 0 \rightarrow x = -60^{\circ}$$

$$\text{untuk } k = 0 \rightarrow x = 360^{\circ}$$

$$\Rightarrow x = (360 - 0)^{\circ} + k360^{\circ}$$

$$\text{untuk } k = 0 \rightarrow x = 360^{\circ}$$

$$k = 1 \rightarrow x = 300^{\circ}$$

$$\Rightarrow x = (360 - 0)^{\circ} + k360^{\circ}$$

$$\text{untuk } k = 0 \rightarrow x = 360^{\circ}$$

$$k = 1 \rightarrow x = 300^{\circ}$$

$$k = 1 \rightarrow x = 720^{\circ}$$

$$\therefore HP = \{0^{\circ}, 60^{\circ}, 300^{\circ}, 360^{\circ}\}\$$

$$\otimes \cos x = 1 \Rightarrow \cos x = \cos 0^{\circ}$$

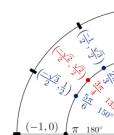
$$\Rightarrow x = 0^0 + k360^0$$

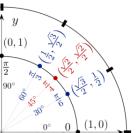
untuk
$$k = 0 \rightarrow x = 0^0$$

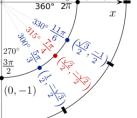
$$k = 1 \rightarrow x = 360^{\circ}$$

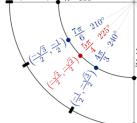
untuk
$$k = 0 \rightarrow x = 360^{\circ}$$

$$k = 1 \rightarrow x = 720^{\circ} (TM)$$









F. Latihan Soal

Berikut soal-soal yang bisa kalian coba untuk melihat sejauh mana kalian menguasai materi ini. Sering-seringlah latihan soal, jika kurang silakan mengambil dari berbagai sumber lainnya baik yang cetak maupun digital dan online. Ingat, tidak ada ceritanya orang merugi karena banyak latihan... Untuk mencoba latihan soal online, kalian bisa scan atau klik QR Code di samping. Selamat mencoba...



Jawablah dengan benar.

- **1.** Tentukan HP dari $\sin 3x = \frac{1}{2}$, $0 \le x \le 360^{0}$
- 2. Tentukan HP dari $\cos 3x = \frac{1}{2}\sqrt{2}$, $0 \le x \le 270^{\circ}$
- 3. Tentukan HP dari $\sin^2 x \sin x 2 = 0$, $0 \le x \le 360^0$
- 4. Tentukan HP dari $2\sin^2 x 3\cos x = 0$, $0 \le x \le 180^0$

Jawab:	

