DETERMINAN DAN INVERS MATRIKS ORDO 2X2

Oleh : Fifi Afiati, S.pd

PPG MATEMATIKA TAHAP 1 TAHUN 2020

UNIVERSITAS WIDYADHARMA KLATEN

DETERMINAN MATRIKS ORDO 2X2

Determinan ialah *sebuah nilai yang dapat di hitung dari unsur suatu matriks persegi. Determinan matriks A ditulis dengan tanda det(A), det A, atau | A |. Determinan dapat di anggap sebagai faktor penskalaan transformasi yang digambarkan oleh matriks.*

Tujuan Pembelajaran

Melalui pembelajaran kooperatif (*cooperative learning*) berbasis TPACK, diharapkan siswa mampu menganalisis dan menyelesaikan masalah determinan dan invers matriks ordo 2x2 dengan benar.

Jika suatu matrik A berordo 2 x 2 maka determinan matriks A diperoleh dengan mengurangkan hasil perkalian diagonal utama dengan diagonal kiri sebagai berikut :

$$A = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$$

diagonal utama = a x d
diagonal kiri = c x b

Sehingga determinan matriks A ditulis DET A dirumuskan :

$$\boxed{DetA = a.d - b.c}$$

Contoh soal determinan matriks ordo 2x2

Tentukan determinan dari matriks berikut ini :

1.

$$A = \begin{bmatrix} 4 & -3 \\ 2 & -2 \end{bmatrix}$$

2.

$$B = \begin{bmatrix} 3 & 4 \\ 2 & 3 \end{bmatrix}$$

Penyelesaian contoh 1

$$A = \begin{bmatrix} 4 & -3 \\ 2 & -2 \end{bmatrix}$$

$$\begin{aligned} \det A &= 4.-2-(-3.2) \\ &= -8-(-6) \\ &= -8+6 \\ &= -2 \end{aligned}$$

Jadi determinan dari matriks A adalah -2

Penyelesaian contoh 2

$$B = \begin{bmatrix} 3 & 4 \\ 2 & 3 \end{bmatrix}$$

$$\det B = 3.3 - (4.2)$$
$$= 9 - 8$$
$$= 1$$

Jadi determinan dari matriks B adalah 1

ADJOIN MATRIKS ORDO 2X2

Adjoin suatu matriks merupakan transpose dari suatu matriks yang elemen elemennya merupakan kofaktor dari elemen-elemen matriks tersebut.
Selengkapnya akan kalian pahami saat mempelajari invers matriks ordo 3x3

Menentukan adjoin matriks ordo 2x2

Jika terdapat suatu matriks A berordo 2x2 maka adjoin matriks A ditulis "adjA " ditentukan dengan menukar posisi elemen diagonal utama, kemudian untuk diagonal kiri dikalikan dengan -1

$$A = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \Rightarrow adjA = \begin{bmatrix} d & -b \\ -c & a \end{bmatrix}$$

INVERS MATRIKS ORDO 2X2

Suatu matriks persegi memiliki invers, dimana invers matriks adalah kebalikan dari matriks tersebut. Jika suatu matriks A memiliki invers matriks ditulis A^{-1} maka hasil perkalian antara matriks A dengan inversnya akan menghasilkan matriks identitas.

$$A.\ A^{-1} = I$$

INVERS MATRIKS ORDO 2 X 2

Jika suatu matrik A berordo 2 x 2 maka INVERS matriks A ditulis A^{-1} diperoleh dengan persamaan berikut ini :

$$A = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$$

$$A^{-1} = \frac{1}{\det A}.adjoinA$$

$$A^{-1} = \frac{1}{\det A}.\begin{bmatrix} d & -b \\ -c & a \end{bmatrix}$$

Contoh soal invers matriks ordo 2x2

Tentukan invers dari matriks berikut ini :

1.
$$A = \begin{bmatrix} 4 & -3 \\ 2 & -2 \end{bmatrix}$$

2.
$$B = \begin{bmatrix} 3 & 4 \\ 2 & 3 \end{bmatrix}$$

Penyelesaian contoh 1

Pada contoh soal determinan sudah didapatkan determinan dari matriks A adalah -2. sekarang kita tentukan adjoin matriks A

$$A = \begin{bmatrix} 4 & -3 \\ 2 & -2 \end{bmatrix} \rightarrow Adj A = \begin{bmatrix} -2 & 3 \\ -2 & 4 \end{bmatrix}$$

Sehingga invers matriks A adalah :

$$A^{-1} = \frac{1}{-2} \begin{bmatrix} -2 & 3 \\ -2 & 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & -\frac{3}{2} \\ 1 & -2 \end{bmatrix}$$

Jadi invers dari matriks A adalah

$$A^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & -\frac{3}{2} \\ 1 & -2 \end{bmatrix}$$

Penyelesaian contoh 2

Pada contoh soal determinan sudah didapatkan determinan dari matriks B adalah 1. sekarang kita tentukan adjoin matriks B

$$B = \begin{bmatrix} 3 & 4 \\ 2 & 3 \end{bmatrix} \rightarrow adjB = \begin{bmatrix} 3 & -4 \\ -2 & 3 \end{bmatrix}$$

Sehingga invers matriks B adalah :

$$B^{-1} = \frac{1}{1}\begin{bmatrix} 3 & -4 \\ -2 & 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 & -4 \\ -2 & 3 \end{bmatrix}$$

Jadi invers dari matriks adalah $B^{-1} = \begin{bmatrix} 3 & -4 \\ -2 & 3 \end{bmatrix}$

PENGGUNAAN INVERS MATRIKS PADA MASALAH KONTEKSTUAL

Arman membeli 5 pensil dan 3 penghapus, sedangkan Susi membeli 4 pensil dan 2 penghapus di toko yang sama. Di kasir, Arman membayar Rp 11.500,00 sedangkan Susi membayar Rp 9.000,00. Jika Dodi membeli 6 pensil dan 5 penghapus, berapa ia harus membayar?

Penyelesaian :

Dimisalkan harga satuan pensil = x dan harga satuan penghapus = y. Disusun ke dalam sistim persamaan linear dua variabel (SPLDV)

5x + 3y = 11.500

4x + 2y = 9.000

Ubah sistem persamaan diatas ke dalam bentuk matriks berikut ;

$$\begin{bmatrix} 5 & 3 \\ 4 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 11.500 \\ 9.000 \end{bmatrix}$$

Dengan menggunakan invers matriks ordo 2x2 maka berlaku :

$$\begin{bmatrix} 5 & 3 \\ 4 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 11.500 \\ 9.000 \end{bmatrix}$$

A.X=B

X= **A**$^{\mathbf{-1}}$.B

$$\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \frac{1}{(5)(2)-(3)(4)} \begin{bmatrix} 2 & -3 \\ -4 & 5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 11.500 \\ 9.000 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \frac{1}{10-12} \begin{bmatrix} 2(11.500) + (-3)(900) \\ -4(11.500) + 5(9.000) \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = -\frac{1}{2} \begin{bmatrix} -4.000 \\ -1.000 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2.000 \\ 500 \end{bmatrix}$$

$\boxed{x = 2.000}$ dan $\boxed{y = 500}$

Thank you