

ASSALAMU'ALAIKUM





# DETERMINAN MATRIKS ORDO 3X3

Oleh : FIFI AFIATI, S.Pd



# Tujuan pembelajaran



Dengan menggunakan model pembelajaran cooperative learning berbasis TPACK diharapkan siswa mampu menganalisis sifat determinan matriks ordo  $3 \times 3$  dan menerapkannya dalam permasalahan kontekstual.



# Perhatikan masalah berikut ini?



Mari kita perhatikan harga penjualan dari cabai, bawang merah dan bawang putih berikut ini:

[https://dewyyodenk06.files.wordpress.com/2011/03/joop2009-08-23\\_05-38-00.jpg](https://dewyyodenk06.files.wordpress.com/2011/03/joop2009-08-23_05-38-00.jpg)

- Penjual tersebut akan mendapatkan uang senilai Rp.100.000,00 dari menjual 2 kilogram cabai, 2 kilogram bawang merah dan satu kilogram bawang putih. Berapakah harga perkilogram dari cabai, bawang merah dan bawang putih pada lapak penjual tersebut. Langkah apa yang akan dilakukan untuk menyelesaikan permasalahan diatas?
- Penjual tersebut akan mendapatkan uang Rp.150.000,00 dengan menjual 2 kilogram cabai, 3 kilogram bawang merah dan 2 kilogram bawang putih. Kemudian dari penjualan 3 kg cabai, 2 kg bawang merah dan 3 kg bawang putih penjual mendapatkan uang senilai Rp. 130.000,00

# Rancangan penyelesaian

Jika kita perhatikan permasalahan tersebut mengandung 3 variabel, dalam matematika biasa dinyatakan dengan  $x$ ,  $y$  dan  $z$ .

Dan penyelesaiannya dapat menggunakan metode eliminasi dan substitusi.

Kali ini kita akan belajar menyelesaikan permasalahan SPLTV dengan determinan matriks ordo  $3 \times 3$



# Menentukan determinan matriks ordo 3x3

Matriks ber ordo 3 x 3 adalah matriks persegi dengan 3 baris dan 3 kolom. Secara bentuk dapat disajikan semacam ini :

$$A = \begin{pmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & i \end{pmatrix}$$

Dapat kita tentukan determinannya dengan metode sarrus

- Tambahkan kolom pertama dan kedua dibelakang kolom
- Tetukan 3 diagonal utama dan 3 diagonal lain
- Kalikan masing-masing diagonal utama kemudian jumlahkan dikurangi dengan jumlah dari perkalian diagonal lain atau diagonal kiri.

# Metode sarrus

Matriks A berordo 3x3

$$A = \begin{pmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & i \end{pmatrix} \quad \text{Maka determinannya sebagai berikut :}$$

$$\det A = \begin{array}{ccc|cc} a & b & c & a & b \\ d & e & f & d & e \\ g & h & i & g & h \end{array}$$

(-)   (-)   (-)  
(+)   (+)   (+)

Diperoleh persamaan :

$$\det A = a.e.i + b.f.g + c.d.h - c.e.g - a.f.h - b.d.i$$

$$\det A = a.e.i + b.f.g + c.d.h - (c.e.g + a.f.h + b.d.i)$$



# Penggunaan determinan matriks 3x3 pada SPLTV

Sistem persamaan linier  $\begin{cases} a_1x + b_1y + c_1z = d_1 \\ a_2x + b_2y + c_2z = d_2 \\ a_3x + b_3y + c_3z = d_3 \end{cases}$

dapat dinyatakan dalam bentuk persamaan matriks menjadi :

$$\begin{bmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} d_1 \\ d_2 \\ d_3 \end{bmatrix}$$





# Penggunaan determinan matriks 3x3 pada SPLTV

Nilai x diperoleh dari :

$$\begin{array}{c|c|c} a_{11} & b_{11} & c_{11} \\ a_{12} & b_{12} & c_{12} \\ a_{13} & b_{13} & c_{13} \\ \hline a_{21} & b_{21} & c_{21} \\ a_{22} & b_{22} & c_{22} \\ a_{23} & b_{23} & c_{23} \end{array}$$

Nilai y diperoleh dari :

$$\begin{array}{c|c|c} a_{11} & a_{12} & c_{11} \\ a_{12} & a_{13} & c_{12} \\ a_{13} & a_{21} & c_{13} \\ \hline a_{21} & b_{21} & c_{21} \\ a_{22} & b_{22} & c_{22} \\ a_{23} & b_{23} & c_{23} \end{array}$$

Nilai z diperoleh dari :

$$\begin{array}{c|c|c} a_{11} & b_{11} & a_{12} \\ a_{12} & b_{12} & a_{13} \\ a_{13} & b_{13} & a_{21} \\ \hline a_{21} & b_{21} & c_{21} \\ a_{22} & b_{22} & c_{22} \\ a_{23} & b_{23} & c_{23} \end{array}$$



# Contoh soal



Tentukan determinan dari matriks berikut ini :

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 3 & 4 \\ 5 & 4 & 3 \\ 7 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

## PENYELESAIAN

Dengan metode sarrus bentuk matriks determinannya sebagai berikut

$$\begin{array}{ccc|ccc} 2 & 3 & 4 & 2 & 3 & \\ 5 & 4 & 3 & 5 & 4 & \\ 7 & 0 & 1 & 7 & 0 & \end{array}$$

$$\text{Det } A = 2 \cdot 4 \cdot 1 + 3 \cdot 3 \cdot 7 + 4 \cdot 5 \cdot 0 - 4 \cdot 4 \cdot 7 - 2 \cdot 3 \cdot 0 - 3 \cdot 5 \cdot 1$$

$$\text{Det } A = 8 + 63 + 0 - 112 - 0 - 15 = -56$$

Jadi determinan matriks tersebut adalah -56.



# Contoh masalah kontekstual

ranum membuka jasa pembungkusan kado. Kado yang ranum buat membutuhkan kertas kado, pita dan bunga sebagai aksesorisnya.

Rita, hana dan dea meminta ranum membungkus kado mereka untuk pernikahan selly. Kado rita menggunakan 4 kertas, 2 meter pita dan 2 bunga, hana menggunakan 3 lembar kertas kado, 3 meter pita dan 2 bunga, dan dea menggunakan 2 meter kertas kado, 1 meter pita dan 2 bunga. Rita, hana, dan dea masing-masing membayar jasa kepada ranum yaitu 12.000, 11.500 dan 8000. Harga satuan untuk kertas kado, pita dan bunga adalah ...



# penyelesaian

Bentuk SPLTV dari soal tersebut

$$\begin{cases} 4x + 2y + 2z = 12.000 \\ 3x + 3y + 2z = 11500 \\ 2x + y + 2z = 8000 \end{cases}$$

Bentuk matriksnya

$$\begin{pmatrix} 4 & 2 & 2 \\ 3 & 3 & 2 \\ 2 & 1 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 12.000 \\ 11.500 \\ 8.000 \end{pmatrix}$$

Determinan matriks  $\begin{pmatrix} 4 & 2 & 2 \\ 3 & 3 & 2 \\ 2 & 1 & 2 \end{pmatrix}$  adalah

$$\det A \begin{pmatrix} 4 & 2 & 2 & 4 & 2 \\ 3 & 3 & 2 & 3 & 3 \\ 2 & 1 & 2 & 2 & 1 \end{pmatrix} = 4.3.2 + 2.2.2 + 2.3.1 - 2.3.2 - 4.2.1 - 2.3.2$$

$$\det A = 24 + 8 + 6 - 12 - 8 - 12 = 6$$



# penyelesaian

$$\text{Matriks } x = \begin{pmatrix} 12000 & 2 & 2 \\ 11500 & 3 & 2 \\ 8000 & 1 & 2 \end{pmatrix} \quad \text{sehingga} \quad \det X = \begin{pmatrix} 12000 & 2 & 2 & 12.000 & 2 \\ 11500 & 3 & 2 & 11.000 & 3 \\ 8000 & 1 & 2 & 8000 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\det x = (12000) \cdot 3 \cdot 2 + 2 \cdot 2 \cdot (8000) + 2 \cdot (11.500) \cdot 1 - (2 \cdot 3 \cdot (8000) + (12000) \cdot 2 \cdot 1 + 2 \cdot (11.500) \cdot 2)$$

$$\det x = 72000 + 32000 + 23000 - (48000 + 24000 + 46000) = 9000$$

$$x = \frac{9000}{6} = 1500$$



# penyelesaian

$$\det y = \begin{pmatrix} 4 & 12000 & 2 & 4 & 12000 \\ 3 & 11500 & 2 & 3 & 11500 \\ 2 & 8000 & 2 & 2 & 8000 \end{pmatrix}$$

$$\det y = 4 \cdot 11500 \cdot 2 + 12000 \cdot 2 \cdot 2 + 2 \cdot 3 \cdot 8000 - 2 \cdot 11500 \cdot 2 - 8000 \cdot 2 \cdot 4 - 2 \cdot 3 \cdot 12000$$

$$\det y = 92000 + 48000 + 48000 - 46000 - 64000 - 72000 = 6000$$

$$y = \frac{6000}{6} = 1000$$



# penyelesaian

$$\det Z = \begin{pmatrix} 4 & 2 & 12000 & 4 & 2 \\ 3 & 3 & 11500 & 3 & 3 \\ 2 & 1 & 8000 & 2 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\det z = 4 \cdot 3 \cdot 8000 + 2 \cdot 11500 \cdot 2 + 12000 \cdot 3 \cdot 1 - 2 \cdot 3 \cdot 12000 - 1 \cdot 11500 \cdot 4 - 8000 \cdot 3 \cdot 2$$

$$\det z = 96000 + 46000 + 36000 - 72000 - 46000 - 48000 = 12000$$

$$z = \frac{12000}{6} = 2000$$

Jadi  $x = 1500$ ,  $y = 1000$  dan  $z = 2000$



- Made astawan, <http://ilmuhitung.com>,2016
- <https://bisnisukm.com/uploads/2013/09/penjual-jeruk-menggunakan-pick-up.jpg>
- @hakimium, <https://brainly.co.id/tugas/1476814>
- <https://hafizatullail.blogspot.com/2016/03/penerapan-matrix-dalam-kehidupan-sehari.html>





**WASSALAMU'ALAIKUM**

