

BARISAN ARITMATIKA

Tujuan Pembelajaran

- Menganalisis bentuk-bentuk dan ciri-ciri barisan aritmatika
- Menentukan suku pertama, beda dan suku ke- n pada barisan aritmatika
- Menganalisis masalah yang berkaitan dengan barisan aritmetika

PETA KONSEP

BARISAN
BILANGAN

BARISAN
ARITMATIKA

BARISAN
GEOMETRI

Suku
Pertama

Beda

Suku Ke-n

3

4

5

6

7

8

Bacalah Bacaan berikut:

Wawan setiap hari menyisihkan uang sakunya Rp2000,00 untuk ditabung. Hari pertama terkumpul Rp2000, hari kedua terkumpul Rp4.000,00, hari ketiga terkumpul Rp6.000,00 dan seterusnya. Sehingga jumlah tabungannya pada hari pertama, kedua, ketiga dan seterusnya membentuk barisan sebagai berikut:

2000, 4000, 6000, 8000,

v

v

v

2000

2000

2000

Bacalah Bacaan berikut:

Fahmi diberikan uang saku Rp 100.000,00 oleh ibunya. Setiap harinya uang tersebut dibelanjakan Rp10.000,00. Sehingga jumlah uangnya dari hari pertama, kedua dan ketiga dan seterusnya berkurang dari Rp100.000,00, Rp90.000,00, Rp80.000,00, Rp70.000,00, dan seterusnya membentuk barisan sebagai berikut:

100000, 95000, 90000, 85000, ...

v v v
-2000 -2000 -2000

Contoh lain Barisan aritmatika, perhatikan Tabel berikut ini:

Barisan Aritmatika dengan Beda Positif	Barisan Aritmatika dengan Beda Negatif
2, 4, 6, 8, 10,	12, 8, 4, 0,
3, 9, 12, 15,	45, 40, 35, 30,
9, 13, 17, 21,	4, 1, -3, -7,

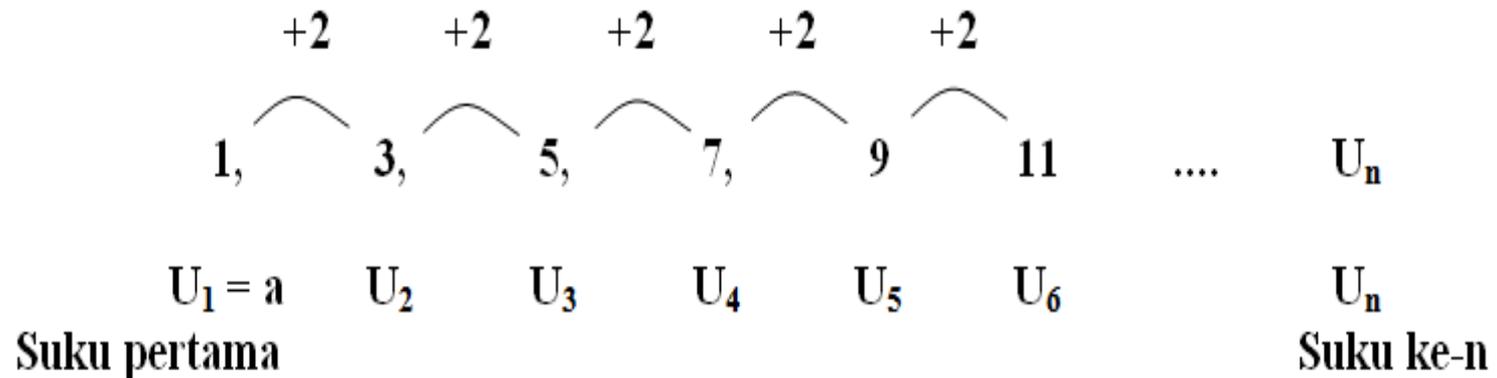
Ciri-ciri Barisan Aritmatika:

Pertambahan antar suku selalu sama

Pengurangan antar suku selalu sama

SUKU PERTAMA, BEDA, DAN SUKU KE-N

BARISAN ARITMATIKA



Beda (b)		Suku ke-n (U_n)	
$3 - 1 = 2$	$U_2 - a = b$	$U_1 = 1 + 2$	$U_1 = a + b$
$5 - 3 = 2$	$U_3 - U_2 = b$	$U_2 = 1 + 2 \times 2$	$U_2 = a + b \times (2-1)$
$7 - 5 = 2$	$U_4 - U_3 = b$	$U_3 = 1 + 2 \times 3$	$U_3 = a + b \times (3-1)$
$9 - 7 = 2$	$U_n - U_{n-1} = b$	$U_n = 1 + 2 \times (n-1)$	$U_n = a + b \times (n-1)$
$b = U_n - U_{n-1}$		$U_n = a + b \times (n-1)$ $U_n = a + (n-1)b$	

Contoh Permasalahan:

Dalam suatu gedung pertunjukkan disusun kursi dengan baris paling depan terdiri dari 12 kursi, baris kedua berisi 14 kursi, baris ketiga berisi 16 kursi, dan seterusnya. Banyaknya kursi pada baris ke-20 adalah ...

Jawab :

Diketahui:

Barisan yang dibentuk dari permasalahan di atas adalah:

12, 14, 16, 18,

$$a = 12$$

$$b = 14 - 12 = 2$$

Ditanyakan $U_{20} = \dots$

Jawab:

$$U_n = a + (n-1)b$$

$$U_{20} = 12 + (20-1) \cdot 2$$

$$= 12 + (19) \cdot 2$$

$$= 12 + (38)$$

$$= 50$$

Jadi jumlah kursi pada baris ke-20 adalah 50 kursi

KESIMPULAN

- Barisan aritmatika memiliki beda yang tetap
- Menentukan beda (b)

$$b = U_n - U_{n-1}$$

- Menentukan suku ke-n

$$U_n = a + (n-1)b$$

BARISAN ARITMATIKA

Tujuan Pembelajaran

- Menerapkan rumus untuk menyelesaikan masalah yang berkaitan dengan Barisan aritmatika
- Menganalisis masalah yang berkaitan dengan Barisan aritmatika

BARISAN ARITMATIKA

```
graph TD; A[BARISAN ARITMATIKA] --- B[Suku Tengah]; A --- C[Modifikasi Rumus Un];
```

**Suku
Tengah**

**Modifikasi
Rumus Un**

Menentukan suku pertama dan beda dari barisan aritmatika yang diketahui dua sukunya

Untuk menentukan nilai suku pertama dan beda dalam barisan aritmatika dapat dilakukan dengan mensubstitusi nilai U_n dan mengeliminasi kedua persamaannya

Contoh

Suatu barisan aritmatika diketahui $U_4 = 12$ dan $U_8 = 32$ maka nilai suku pertama dan beda barisan tersebut adalah

Jawab

$$U_4 = 12 \Leftrightarrow a + (4 - 1)b = 12 \Leftrightarrow a + 3b = 12 \quad \dots (i)$$

$$U_8 = 32 \Leftrightarrow a + (8 - 1)b = 32 \Leftrightarrow \underline{a + 7b = 32} \quad \dots (ii)$$

$$-4b = -20$$

$$b = 5$$

Dari (i) dan (ii) disubstitusi ($b = 5$) diperoleh:

$$a + 3 \cdot 5 = 12$$

$$a + 15 = 12$$

$$a = -3$$

MENETUKAN BEDA

**dari barisan aritmatika yang diketahui dua sukunya
DENGAN CARA LAIN**

Jika $U_a = a$ dan $U_b = b$ maka beda dapat diperoleh dengan rumus:

$$b = \frac{U_b - U_a}{b - a}$$

Dari soal di atas diketahui

$$\left. \begin{array}{l} U_4 = 12 \quad a = 4 \\ U_8 = 32 \quad b = 8 \end{array} \right\} b = \frac{32 - 12}{8 - 4} = \frac{20}{4} = 5$$

SUKU TENGAH

Suku tengah suatu barisan membagi suku pada barisan tersebut sama banyak di sebelah kanan dan kiri. Contoh:

2, 5, 8, 11, 14 suku tengahnya adalah 8

2, 5, 8, 11 suku tengahnya tidak ada (suku tengah hanya ada pada barisan yang jumlah sukunya ganjil)

Untuk menentukan letak suku tengah (t)

$$t = \frac{1}{2} (n + 1)$$

Untuk menentukan nilai suku tengah (t)

$$U_t = \frac{1}{2} (a + U_n)$$

Contoh Soal :

Diketahui barisan aritmatika : 3, 7, 11, , 99. Berapakah nilai suku tengah barisan tersebut?

Jawab

Diketahui :

$$a = 3, U_n = 99$$

$$U_t = \frac{1}{2} (3 + 99)$$

$$= \frac{1}{2} (102)$$

$$= 51$$

Penghitungan nilai n dari suatu barisan matematika yang telah diketahui nilai U_n -nya

Jika pada soal di atas suku tengah tersebut posisinya pada suku ke berapa, maka dapat diselesaikan dengan langkah substitusi biasa dengan syarat a (suku pertama) dan b (beda) diketahui

Terlihat dari soal di atas $a = 3$ dan $b = 4$

Sehingga : $U_t = 3 + (n - 1)4 = 51$

$$4n - 4 = 51 - 3$$

$$4n = 52$$

$$n = 13$$

Menentukan nilai U_n dengan memodifikasi rumus U_n

Masih dari soal di atas misalkan ditanyakan suku ke seratus, dua ratus, seribu atau dua ribu maka modifikasi rumus akan memudahkan

$$\begin{aligned}U_n &= a + (n-1)b \\ &= a + bn - b\end{aligned}$$

$$**U_n = bn + (a - b)**$$

Misal ditanyakan suku ke seribu pada soal di atas dengan $a = 3$ dan $b = 4$

Dengan rumus di atas ditentukan:

$$\begin{aligned}U_{1000} &= 4 \cdot 1000 + (3 - 4) \\ &= 4000 - 1 \\ &= 3999\end{aligned}$$

KESIMPULAN

- Untuk menentukan nilai suku pertama dan beda dalam barisan aritmatika dapat dilakukan dengan mensubstitusi nilai U_n dan mengeliminasi kedua persamaannya
- Untuk menentukan beda dalam barisan aritmatika dapat menggunakan rumus:
- Jika $U_a = a$ dan $U_b = b$ maka beda dapat diperoleh dengan rumus:

$$b = \frac{U_b - U_a}{b - a}$$

- Untuk menentukan letak suku tengah (t)

$$t = \frac{1}{2} (n + 1)$$

- Untuk menentukan nilai suku tengah (t)

$$U_t = \frac{1}{2} (a + U_n)$$

- Menentukan nilai U_n dengan memodifikasi rumus U_n

$$U_n = bn + (a - b)$$

DERET ARITMATIKA

Tujuan Pembelajaran

- ❖ Menentukan nilai S_n dari suatu deret matematika yang telah diketahui
- ❖ Menerapkan rumus untuk menyelesaikan masalah yang berkaitan dengan deret aritmatika
- ❖ Menganalisis masalah yang berkaitan dengan deret aritmatika

MENENTUKAN JUMLAH SELURUH SUKU DERET ARITMATIKA

Misalkan diberikan deret aritmatika sebagai berikut:

$$1 + 3 + 5 + 7 + 9 = \dots$$

$$U_1 \quad U_2 \quad U_3 \quad U_4 \quad U_5$$

$$S_5 = 1 + 3 + 5 + 7 + 9$$

$$S_5 = 9 + 7 + 5 + 3 + 1$$

$$2S_5 = 10 + 10 + 10 + 10 + 10$$

$$2S_5 = 50$$

$$S_5 = 25$$

$$S_n = \frac{1}{2} n(a + U_n)$$

CONTOH SOAL

Diketahui suatu deret aritmatika 10, 15, 20, 25, maka Jumlah 20 suku pertama barisan tersebut adalah

Jawab

Diketahui:

$$a = 10, b = 5$$

dicari terlebih dahulu U_{20}

$$U_n = bn + (a - b)$$

$$U_{20} = 5 \cdot 20 + (10 - 5)$$

$$= 100 + 5$$

$$= 105$$

$$S_n = \frac{1}{2} n(a + U_n)$$

$$S_{20} = \frac{1}{2} \cdot 20 (10 + 105)$$

$$= 10 (115)$$

$$= 1.150$$

Jadi jumlah dua puluh suku pertama deret aritmatika tersebut adalah 1.150

Rumus Jumlah Deret Aritmatika (S_n)

Di atas telah ditunjukkan rumus untuk mencari jumlah seluruh suku deret aritmatika. Rumus tersebut dapat dimodifikasi sebagai berikut:

$$S_n = \frac{1}{2} n(a + U_n) \dots\dots\dots [U_n = a + (n - 1)b]$$

$$S_n = \frac{1}{2} n[a + a + (n - 1)b]$$

$$\mathbf{S_n = \frac{1}{2} n[2a + (n - 1)b]}$$

CONTOH SOAL

Diketahui suatu deret aritmatika 10, 15, 20, 25, maka Jumlah 20 suku pertama barisan tersebut adalah

Jawab

Diketahui:

$$a = 10, b = 5$$

Maka S_{20} dapat dicari dengan rumus S_n :

$$S_n = \frac{1}{2} n [2a + (n - 1)b]$$

$$S_{20} = \frac{1}{2} 20 [2 \cdot 10 + (20 - 1)5]$$

$$= 10 [20 + 19 \cdot 5]$$

$$= 10 [20 + 95]$$

$$= 10 [115]$$

$$= 1150$$

Menentukan jumlah seluruh suku deret aritmatika dari suku ke- p sampai dengan suku ke- q

Misal suatu deret aritmatika sebagai berikut:

$$1 + 3 + 5 + 7 + 9 + 11$$

$$S_1 = 1$$

$$S_2 = 1 + 3 = 4$$

$$S_3 = 1 + 3 + 5 = 9$$

$$S_4 = 1 + 3 + 5 + 7 + 9 = 16$$

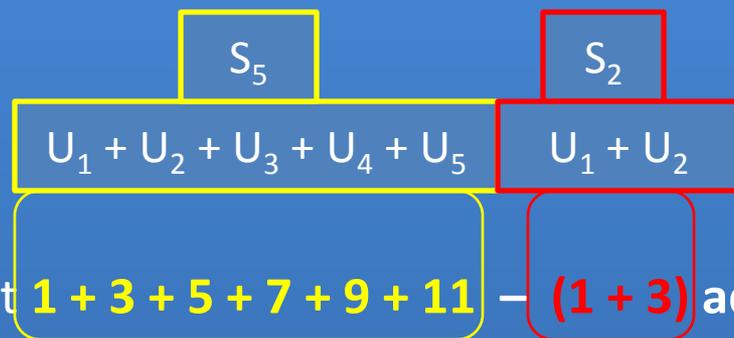
$$S_5 = 1 + 3 + 5 + 7 + 9 + 11 = 27$$

Jumlah U_3 sampai dengan U_5 dari deret $1 + 3 + 5 + 7 + 9 + 11 - (1 + 3)$ adalah

$$S_n = S_5 - S_2$$

Sehingga jumlah seluruh suku deret aritmatika dari U_p sampai dengan U_q dirumuskan

$$S = S_q - S_{p-1}$$



TERIMA

KASIH

SEMOGA BERMANFAAT