Kompetensi Dasar

3.15. Menerapkan Operasi Matriks dalam menyelesaikan masalah yang berkaitan dengan matriks

4.15 Menyelesaikan masalah yang berkaitan dengan matriks

Tujuan Pembelajaran

Melalui model pembelajaran discovery learning dan aplikasi *Google meet*, *Google Classroom* serta WA Grup, peserta didik dapat mengidentifikasi, menerapkan, dan menentukan hasil operasi hitung pada penjumlahan, pengurangan, serta dapat menyelesaikan permasalahan berkaitan dengan operasi hitung penjumlahan, pengurangan matriks tanpa kesalahan secara jujur, mandiri, dan bertanggung jawab.

Page 2

A

- Mengenal Bentuk dan Ciri Matriks

Ayo Cermati

Diketahui data hasil penjualan tiket penerbangan dari Padang dengan tujuan Medan, Jakarta dan Batam dari sebuah biro travel selama dua hari berturut-turut disajikan dalam tabel berikut.

Tujuan	Hari ke	
	I	II
Medan	12	8
Jakarta	7	5
Batam	14	15

Data tersebut, dapat disederhanakan dengan cara menghilangkan semua keterangan (judul baris dan kolom) pada tabel, dan mengganti tabel dengan kurung siku atau kurung biasa menjadi seperti berikut:

$$A = \begin{bmatrix} 12 & 8 \\ 7 & 5 \\ 14 & 15 \end{bmatrix}$$

Definisi Matriks

- *Matriks* adalah kelompok bilangan yang diatur menurut aturan baris dan kolom dalam suatu susunan berbentuk persegipanjang atau persegi. Susunan bilangan itu diletakkan di dalam kurung biasa "( )" atau kurung siku "[ ]".
- Nama suatu matriks biasanya dilambangkan dengan huruf kapital, seperti A, B, C, ... dst.

NOTASI MATRIKS

- Jadi, suatu matriks yang mempunyai m baris dan n kolom disebut matriks berordo atau berukuran m x n.

  Notasi $A = (a_{ij})$

- Memudahkan menunjuk anggota suatu matriks

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & \dots & a_{2n} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & \dots & a_{3n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{m1} & a_{m2} & a_{m3} & \dots & a_{mn} \end{pmatrix}$$

Dengan
$i = 1,2,\dots,m$
$j = 1,2,\dots,n$

B

- Istilah dalam Matriks

Baris

- Baris dari suatu matriks adalah bagian susunan bilangan yang dituliskan mendatar atau horizontal dalam matriks.

Kolom

- Kolom dari suatu matriks adalah bagian susunan bilangan yang dituliskan tegak atau vertikal dalam matriks

Elemen

- Elemen atau unsur suatu matriks adalah bilangan-bilangan (real atau kompleks) yang menyusun matriks itu. Elemen dari suatu matriks dinotasikan dengan huruf kecil seperti a, b, c, ... dan biasanya disesuaikan dengan nama matriksnya

Page 5

Ayo Berlatih

Pada tabel berikut ditunjukkan jarak antara dua kota dalam kilometer (km).

	Bandung	Cirebon	Semarang	Yogyakarta	Surabaya	Bogor
Bandung	0	130	367	428	675	126
Cirebon	130	0	237	317	545	256
Semarang	367	237	0	115	308	493
Yogyakarta	428	317	115	0	327	554
Surabaya	675	545	308	327	0	801
Bogor	126	256	493	554	801	0

a) Dengan menghilangkan judul baris dan judul kolom, tulislah matriks yang diperoleh!
b) Berapa banyak baris dan banyak kolom yang Anda peroleh dari soal a)?
c) Sebutkan elemen-elemen pada setiap baris!
d) Sebutkan elemen-elemen pada setiap kolom!

Page 6

Ayo Perhatikan

$$A = \begin{bmatrix} 17 & 13 & 15 \\ 16 & 15 & 1 \end{bmatrix}$$

Berapakah banyak baris dari matriks A? → (2)
Berapakah banyak kolom dari matriks A? → (3)

Dalam hal demikian matriks A dikatakan **berordo** atau berukuran 2 x 3 dan dituliskan dengan menggunakan notasi $A_{2\times3}$

Ordo Matriks

- *Ordo atau Ukuran dari suatu matriks ditentukan oleh banyak baris dan banyak kolom dari matriks itu. Ordo suatu matriks ditulis sebagai perkalian dua buah bilangan bulat positif dengan bilangan pertama menyatakan benyaknya baris, dan bilangan kedua menyatakan banyaknya kolom.*
- *Banyak elemen atau banyak unsur dari suatu matriks ditentukan oleh hasil kali banyak baris dengan banyak kolom dari matriks itu.*

JENIS –JENIS MATRIKS

- **Matriks bujursangkar (persegi)** adalah matriks yang berukuran n x n

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 4 \\ 3 & 1 \end{bmatrix}$$

- **Matriks nol** adalah matriks yang setiap entri atau elemennya adalah bilangan nol

$$O_{3x2} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Sifat-sifat dari matriks nol :

-A+0=A, jika ukuran matriks A = ukuran matriks 0

-A*0=0, begitu juga 0*A=0.

JENIS –JENIS MATRIKS

- **Matriks Diagonal** adalah matriks persegi yang semua elemen diatas dan dibawah diagonalnya adalah nol. Dinotasikan sebagai D.
  Contoh :

$$D_{3x3} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 5 \end{bmatrix}$$

- **Matriks Skalar** adalah matriks diagonal yang semua elemen pada diagonalnya sama

$$D_{3x3} = \begin{bmatrix} 5 & 0 & 0 \\ 0 & 5 & 0 \\ 0 & 0 & 5 \end{bmatrix}$$

JENIS –JENIS MATRIKS

- **Matriks Identitas** adalah matriks skalar yang elemen-elemen pada diagonal utamanya bernilai 1.

$$D = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Sifat-sifat matriks identitas :
A*I=A
I*A=A

- **Matriks Segitiga Atas** adalah matriks persegi yang elemen di bawah diagonal utamanya bernilai nol
- **Matriks Segitiga Bawah** adalah matriks persegi yang elemen di atas diagonal utamanya bernilai nol

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 4 & 5 \\ 0 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 6 \end{bmatrix} \qquad B = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 3 & 4 & 0 \\ 2 & 5 & 1 \end{bmatrix}$$

D

• Kesamaan Dua Matriks

MATRIKS A = B

- Dua buah matriks A dan B dikatakan sama (A = B) apabila A dan B mempunyai jumlah baris dan kolom yang sama (berordo sama) dan semua unsur yang terkandung di dalamnya sama.

- $a_{ij} = b_{ij}$ dimana
  - a_{ij} = elemen matriks A dari baris i dan kolom j
  - b_{ij} = elemen matriks B dari baris i dan kolom j

- A = B

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 4 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad \text{dan} \quad B = \begin{bmatrix} 2 & 4 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

- A ≠ B

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 4 & 2 \\ 0 & 1 & 5 \end{bmatrix} \quad \text{dan} \quad B = \begin{bmatrix} 1 & 4 \\ 3 & 1 \end{bmatrix}$$

E

• **Transpose Matriks**

- Jika A adalah suatu matriks m x n, maka tranpose A dinyatakan oleh A^t dan didefinisikan dengan matriks n x m yang kolom pertamanya adalah baris pertama dari A, kolom keduanya adalah baris kedua dari A, demikian juga dengan kolom ketiga adalah baris ketiga dari A dan seterusnya.
- Contoh :

matriks A : $A = \begin{bmatrix} 1 & 3 & 1 \\ 4 & 1 & 3 \end{bmatrix}$ berordo 2 x 3

transposenya : $A' = \begin{bmatrix} 1 & 4 \\ 3 & 1 \\ 1 & 3 \end{bmatrix}$ berordo 3 x 2

TRANSPOSE MATRIKS

Beberapa Sifat Matriks Transpose :

1. $(A+B)^T = A^T + B^T$
2. $(A^T)^T = A$
3. $(AB)^T = B^T A^T$
4. $(kA)^T = kA^T$

F

- **Operasi pada Matriks**

Di suatu kota terdapat dua toko meubel toko meubel 'abadi' dan toko meubel 'Jaya' . beberapa jenis meubel yang dijual di toko itu adalah rak piring, almari dan kasur. Berikut ini adalah persediaan meubel yang ada di kedua toko tersebut.

	Rak Piring	Almari	Kasur
Toko "Abadi"	4	5	4
Toko "Jaya"	2	9	3

Untuk menambah persediaan barang, kedua pedagang tersebut pada hari yang sama melakukan pembelian meubel-meubel baru yang jumlahnya disajikan pada tabel berikut.

	Rak Piring	Almari	Kasur
Toko "Abadi"	11	7	8
Toko "Jaya"	18	4	5

Kedua tabel pada uraian tersebut jika diubah ke dalam bentuk matriks dan dijumlahkan adalah sebagai berikut:

$$A = \begin{bmatrix} 4 & 5 & 4 \\ 2 & 9 & 3 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 11 & 7 & 8 \\ 18 & 4 & 5 \end{bmatrix}$$

$$A + B = \begin{bmatrix} 4 & 5 & 4 \\ 2 & 9 & 3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 11 & 7 & 8 \\ 18 & 4 & 5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4+11 & 5+7 & 4+8 \\ 2+18 & 9+4 & 3+5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 15 & 12 & 12 \\ 20 & 13 & 8 \end{bmatrix}$$

Definisi

- *Jika A dan B adalah dua matriks yang berordo sama maka jumlah dari matriks A dan B(ditulis A+ B) adalah sebuah matriks baru yang diperoleh dengan cara menjumlahkan setiap elemen matriks A dengan elemen-elemen matriks B yang seletak (bersesuaian).*

Sifat-sifat penjumlahan Matriks

- *Misalkan A, B, C dan D adalah matriks-matriks yang berordo sama, maka dalam penjumlahan matriks :*
- *1.Bersifat komutatif : A + B = B + A*
- *2.Bersifat asosiatif : (A + B) + C = A + (B + C)*
- *3.Terdapat sebuah matriks identitas, yaitu matriks O (matriks nol) yang bersifat A + O = O + A = A*
- *4.Semua matriks A mempunyai lawan atau negatif A yang bersifat A + (-A) = O*

PENGURANGAN MATRIKS

- A dan B adalah suatu dua matriks yang ukurannya sama, maka A-B adalah matriks yang diperoleh dengan mengurangkan bersama-sama entri yang seletak/bersesuaian dalam kedua matriks tersebut.
- Matriks-matriks yang ordo/ukurannya berbeda tidak dapat dikurangkan.

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix} \quad \text{dan} \quad B = \begin{bmatrix} b_{11} & b_{12} & b_{13} \\ b_{21} & b_{22} & b_{23} \\ b_{31} & b_{32} & b_{33} \end{bmatrix}$$

$$A - B = \begin{bmatrix} a_{11}-b_{11} & a_{12}-b_{12} & a_{13}-b_{13} \\ a_{21}-b_{21} & a_{22}-b_{22} & a_{23}-b_{23} \\ a_{31}-b_{31} & a_{32}-b_{32} & a_{33}-b_{33} \end{bmatrix}$$

PENGURANGAN MATRIKS

- **Contoh** :

$$A=\begin{bmatrix}1 & 0 & -1\\ 2 & 2 & -3\\ 3 & 4 & 0\end{bmatrix} \qquad B=\begin{bmatrix}1 & 1 & 1\\ -1 & 2 & 4\\ 3 & 4 & 2\end{bmatrix}$$

$$A-B=\begin{bmatrix}1-1 & 0-1 & -1-1\\ 2+1 & 2-2 & -3-4\\ 3-3 & 4-4 & 0-2\end{bmatrix}$$

$$A-B=\begin{bmatrix}0 & -1 & -2\\ 3 & 0 & -7\\ 0 & 0 & -2\end{bmatrix}$$

SELESAI

Silahkan Pelajari Modul dan Kerjakan LKPD Matriks Pertemuan Pertama