

MEDIA PEMBELAJARAN

DETERMINAN  
DAN INVERS  
MATRIKS

**KELAS XI SMK**

Determinan dan  
invers matriks  
 $2 \times 2$

Determinan dan  
invers matriks  
 $3 \times 3$

Tujuan  
pembelajaran

Kompetensi  
dasar

Indikator  
pencapaian  
kompetensi

Melalui Model pembelajaran Problem Based Learning (PBL) dan aplikasi *Google Classroom* diharapkan siswa dapat belajar

1. Menentukan nilai determinan, invers dan tranpose matriks pada ordo  $2 \times 2$
2. Menentukan nilai determinan, invers dan tranpose matriks ordo  $3 \times 3$

Determinan dan  
invers matriks  
ordo  $2 \times 2$

Determinan dan  
invers matriks  
ordo  $3 \times 3$

Tujuan  
Pembelajaran

Kompetensi  
Dasar

Indikator  
Pencapaian  
Materi

- Menentukan nilai determinan, invers dan tranpos pada ordo  $2 \times 2$  dan nilai determinan dan tranpos pada ordo  $3 \times 3$
- Menyelesaikan masalah yang berkaitan dengan determinan, invers dan tranpose pada ordo  $2 \times 2$  serta nilai determinan dan tranpos pada ordo  $3 \times 3$



Determinan dan  
invers matriks  
ordo  $2 \times 2$

Determinan dan  
invers matriks  
ordo  $3 \times 3$

Tujuan  
Pembelajaran

Kompetensi  
Dasar

Indikator  
Pencapaian  
Materi



- Menjelaskan konsep determinan dan invers matriks dalam menyelesaikan masalah
- Menentukan determinan dan operasi matriks dalam menyelesaikan masalah
- Menyelesaikan masalah yang berkaitan dengan determinan dan invers matriks
- Menyelesaikan masalah kontekstual yang berkaitan dengan determinan dan operasi matriks



# DETERMINAN & INVERS

MATRIKS ORDO 2 X 2



## MASALAH 1

Mengingat kembali pembelajaran yang lalu, mari kita ingat kembali tentang transp matriks. Dalam mendapatkan informasi yang berbentuk tabel, kadang-kadang Anda mendapat dua tabel yang berbeda namun memiliki makna yang sama. Sebagai ilustrasi, perhatikan con berikut. Sebuah lembaga kursus bahasa asing memiliki program kursus Bahasa Inggris, Bahasa dan Bahasa Mandarin. Pada lembaga tersebut, jumlah kelas kursus pada setiap program di set harinya tidak selalu sama. Banyaknya kelas di setiap program kursus dapat disajikan dalam i tabel berbeda dengan makna sama berikut.

Hari Program	Senin	Selasa	Rabu	Kamis
B. Inggris	6	4	4	2
B. Arab	4	5	4	3
B. Mandarin	3	4	5	8

Program Hari	B. Inggris	B. Arab	B. MAndarin
Senin	6	4	3
Selasa	4	5	4
Rabu	4	4	5
Kamis	2	3	8

DARI MASALAH DI ATAS DAPAT DITULIS  
Matrik A dan Matriks B

$$A = \begin{pmatrix} 6 & 4 & 4 & 2 \\ 4 & 5 & 4 & 3 \\ 3 & 4 & 5 & 8 \end{pmatrix} \text{ dan } B = \begin{pmatrix} 6 & 4 & 3 \\ 4 & 5 & 4 \\ 4 & 4 & 5 \\ 2 & 3 & 8 \end{pmatrix}$$

- Dari kedua matriks di atas maka dapat disimpulkan bahwa  $B = \dots$



# DETERMINAN MATRIKS

## ORDO 2 X 2

Determinan dari matriks A dilambangkan dengan **|A|**

$$A = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \Rightarrow |A| = a.d - b.c$$



## Contoh :

Diketahui matriks  $A = \begin{bmatrix} 4 & 7 \\ 5 & 6 \end{bmatrix}$  carilah  
determinan matriks tersebut!

## Penglesaian :

$$\begin{aligned} A = \begin{bmatrix} 4 & 7 \\ 5 & 6 \end{bmatrix} &\implies |A| = 4 \cdot 6 - 7 \cdot 5 \\ &= 24 - 35 \\ &= -11 \end{aligned}$$

# INVERS MATRIKS ORDO 2 X 2

Invers matriks  $P$  adalah matriks yang jika dikalikan dengan matriks  $P$ , hasilnya sama dengan matriks identitas.

Invers dari matriks  $P$  dilambangkan  $P^{-1}$



Jika  $A = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$  sehingga diperoleh

$$A^{-1} = \frac{1}{ad - bc} \begin{pmatrix} d & -b \\ -c & a \end{pmatrix}$$

## Contoh :

Diketahui matriks  $P = \begin{bmatrix} 3 & 1 \\ 6 & 3 \end{bmatrix}$  hitunglah invers dari matriks  $P$  tersebut !

## Penyelesaian :

$$P^{-1} = \frac{1}{3 \cdot 3 - 1 \cdot 6} \begin{bmatrix} 3 & -1 \\ -6 & 3 \end{bmatrix}$$

$$= \frac{1}{9 - 6} \begin{bmatrix} 3 & -1 \\ -6 & 3 \end{bmatrix}$$

$$= \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 3 & -1 \\ -6 & 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & -\frac{1}{3} \\ -2 & 1 \end{bmatrix}$$



## Latihan soal :

1. Carilah determinan dari matriks  $A = \begin{bmatrix} 4 & 2 \\ 1 & 5 \end{bmatrix}$

2. Carilah invers matriks  $P = \begin{bmatrix} 7 & -3 \\ -5 & 1 \end{bmatrix}$

## Penyelesaian :

$$1. \quad A = \begin{bmatrix} 4 & 2 \\ 1 & 5 \end{bmatrix}$$

$$\begin{aligned} |A| &= 4 \cdot 5 - 2 \cdot 1 \\ &= 20 - 2 \\ &= 18 \end{aligned}$$



$$2. P = \begin{bmatrix} 7 & -3 \\ -5 & 1 \end{bmatrix}$$

$$P^{-1} = \frac{1}{7 \cdot 1 - (-3)(-5)} \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 5 & 7 \end{bmatrix}$$

$$= \frac{1}{7 - 15} \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 5 & 7 \end{bmatrix}$$

$$= -\frac{1}{8} \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 5 & 7 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{1}{8} & -\frac{3}{8} \\ -\frac{5}{8} & -\frac{7}{8} \end{bmatrix}$$



# DETERMINAN DAN INVERS MARIK ORDO 2X2

## DETERMINAN MARIK

Determinan dari matrik A dilambangkan dengan **|A|**

$$A = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} = a.d - b.c$$

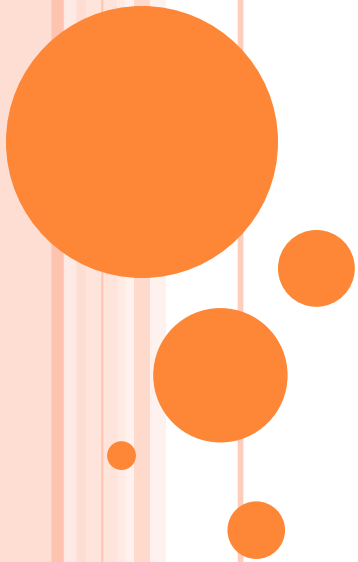
## INVERS MARIK

Invers matriks P adalah matriks yang jika dikalikan dengan matriks P hasilnya sama dengan matriks identitas dan dilambangkan **P<sup>-1</sup>**

$$P^{-1} = \frac{1}{(p.s - q.r)} \begin{bmatrix} s & -q \\ -r & p \end{bmatrix}$$



# **DETERMINAN DAN INVERS MATRIKS ORDO 3X3**



# DETERMINAN MATRIKS ORDO 3x3



## Aturan Sarrus

$$\det A = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} \begin{matrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \\ a_{31} & a_{32} \end{matrix}$$

Tulis kembali kolom ke-1 dan ke-2 di sebelah kanan matriks A.

Kalikan elemen-elemen matriks tersebut sesuai dengan pola garis putus-putus yang digambarkan. Perhatikan nomor urutan serta tanda (+) dan (-) nya.



DIPEROLEH.....

$$\det A = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & a_{21} & a_{22} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & a_{31} & a_{32} \end{vmatrix}$$

$$= a_{11}a_{22}a_{33} + a_{12}a_{23}a_{31} + a_{13}a_{21}a_{32} - (a_{12}a_{21}a_{33} + a_{11}a_{23}a_{32} + a_{13}a_{22}a_{31})$$





# **INVERS MATRIKS ORDO 3X3**



Sebuah perusahaan penerbangan menawarkan perjalanan wisata ke negara A, perusahaan tersebut mempunyai tiga jenis pesawat yaitu Airbus 100, Airbus 200, dan Airbus 300. Setiap pesawat dilengkapi dengan kursi penumpang untuk kelas turis, ekonomi, dan VIP. Jumlah kursi penumpang dari tiga jenis pesawat tersebut disajikan pada tabel berikut.

Kategori	Airbus 100	Airbus 200	Airbus 300
Kelas Turis	50	75	40
Kelas Ekonomi	30	45	25
Kelas VIP	32	50	30

Perusahaan telah mendaftarkan jumlah penumpang yang mengikuti perjalanan wisata ke negara A seperti pada tabel berikut.

Kategori	Jumlah Penumpang
Kelas Turis	305
Kelas Ekonomi	185
Kelas VIP	206

Berapa banyak pesawat masing-masing yang harus dipersiapkan untuk perjalanan tersebut?



## Alternatif Penyelesaian

Untuk memudahkan kita menyelesaikan masalah ini, kita misalkan:

$x$  : banyaknya pesawat Airbus 100

$y$  : banyaknya pesawat Airbus 200

$z$  : banyaknya pesawat Airbus 300

Sistem persamaan yang terbentuk adalah:

$$\left. \begin{array}{l} 50x + 75y + 40z = 305 \\ 30x + 45y + 25z = 185 \\ 32x + 50y + 30z = 206 \end{array} \right\} \leftrightarrow \begin{array}{c} \left[ \begin{array}{ccc|c} 50 & 75 & 40 & 305 \\ 30 & 45 & 25 & 185 \\ 32 & 50 & 30 & 206 \end{array} \right] \begin{array}{l} x \\ y \\ z \end{array} = \begin{array}{c} 305 \\ 185 \\ 206 \end{array}$$

$$\begin{array}{ccc|ccc} 50 & 75 & 40 & 50 & 75 & 40 \\ 30 & 45 & 25 & 30 & 45 & 25 \\ 32 & 50 & 30 & 32 & 50 & 30 \end{array} = \begin{array}{ccc|ccc} 50 & 75 & 40 & 50 & 75 & 40 \\ 30 & 45 & 25 & 30 & 45 & 25 \\ 32 & 50 & 30 & 32 & 50 & 30 \end{array}$$

+ + +

$$\begin{aligned} &= (50 \cdot 45 \cdot 30) + (75 \cdot 25 \cdot 32) + (40 \cdot 30 \cdot 50) - (32 \cdot 45 \cdot 40) - \\ &\quad (50 \cdot 25 \cdot 50) - (30 \cdot 30 \cdot 75) \\ &= -100. \end{aligned}$$

$$x = \frac{\begin{vmatrix} 305 & 75 & 40 \\ 185 & 45 & 25 \\ 206 & 50 & 30 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 50 & 75 & 40 \\ 30 & 45 & 25 \\ 32 & 50 & 30 \end{vmatrix}} = \frac{-300}{-100} = 3$$

$$y = \frac{\begin{vmatrix} 50 & 305 & 40 \\ 30 & 185 & 25 \\ 32 & 206 & 30 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 50 & 75 & 40 \\ 30 & 45 & 25 \\ 32 & 50 & 30 \end{vmatrix}} = \frac{-100}{-100} = 1$$

$$z = \frac{\begin{vmatrix} 50 & 75 & 305 \\ 30 & 45 & 185 \\ 32 & 50 & 206 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 50 & 75 & 40 \\ 30 & 45 & 25 \\ 32 & 50 & 30 \end{vmatrix}} = \frac{-200}{-100} = 2$$

Oleh karena itu:

banyak pesawat Airbus 100 yang disediakan sebanyak 3 unit

banyak pesawat Airbus 200 yang disediakan sebanyak 1 unit

banyak pesawat Airbus 300 yang disediakan sebanyak 2 unit.

