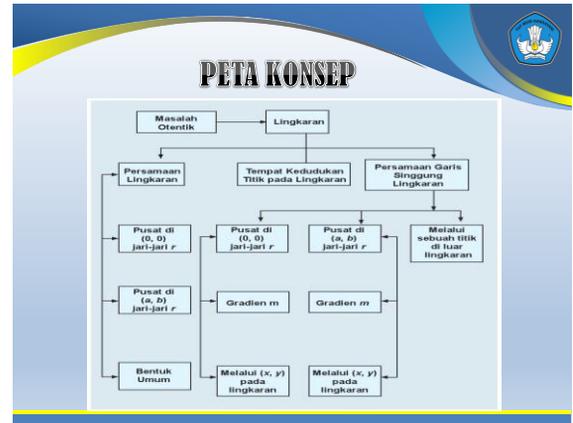




KOMPETENSI INTI	
KI 1	Menghayati dan mengamalkan ajaran agama yang dianutnya
KI 2	Menghayati dan mengamalkan perilaku jujur, disiplin, santun, peduli (gotong royong, kerja sama, toleran, damai), bertanggung jawab, responsif, dan proaktif melalui keteladanan, pemberian nasihat, penguatan, pembiasaan, dan pengkondisian secara berkesinambungan serta menunjukkan sikap sebagai bagian dari solusi atas berbagai permasalahan dalam berinteraksi secara efektif dengan lingkungan sosial dan alam serta dalam menempatkan diri sebagai cerminan bangsa dalam pergaulan dunia
KI 3	Memahami, menerapkan, menganalisis, dan mengevaluasi tentang pengetahuan faktual, konseptual, operasional dasar, dan metakognitif sesuai dengan bidang dan lingkup <i>Matematika</i> pada tingkat teknis, spesifik, detil, dan kompleks, berkenaan dengan ilmu pengetahuan, teknologi, seni, budaya, dan humaniora dalam konteks pengembangan potensi diri sebagai bagian dari keluarga, sekolah, dunia kerja, warga masyarakat nasional, regional, dan internasional.
KI 4	<ul style="list-style-type: none"> Melaksanakan tugas spesifik dengan menggunakan alat, informasi, dan prosedur kerja yang lazim dilakukan serta memecahkan masalah sesuai dengan lingkup <i>Matematika</i>. Menampilkan kinerja di bawah bimbingan dengan mutu dan kuantitas yang terukur sesuai dengan standar kompetensi kerja. Menunjukkan keterampilan menalar, mengolah, dan menyaji secara efektif, kreatif, produktif, kritis, mandiri, kolaboratif, komunikatif, dan solutif dalam ranah abstrak terkait dengan pengembangan dari yang dipelajarinya di sekolah, serta mampu melaksanakan tugas spesifik di bawah pengawasan langsung. Menunjukkan keterampilan mempersepsi, kesiapan, meniru, membiasakan, gerak mahir, menjadikan gerak alami dalam ranah konkret terkait dengan pengembangan dari yang dipelajarinya di sekolah, serta mampu melaksanakan tugas spesifik di bawah pengawasan langsung.



PERSAMAAN LINGKARAN

Kompetensi Dasar

3.19. Menentukan persamaan lingkaran
4.19. Menyajikan penyelesaian masalah yang berkaitan dengan persamaan lingkaran

Indikator yang akan dicapai

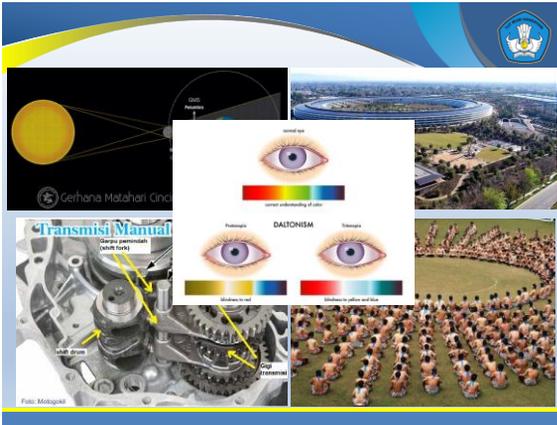
3.19.1. Menyusun persamaan lingkaran yang diketahui pusat dan jari-jarinya
3.19.2. Menyusun persamaan lingkaran yang diketahui pusat tertentu dan melalui titik tertentu
3.19.3. Menganalisis titik pusat dan jari-jari lingkaran dengan persamaan tertentu
4.19.1 Menyajikan konsep persamaan lingkaran yang diketahui pusat dan jari-jarinya
4.19.2 Menyajikan persamaan lingkaran dengan pusat dan melalui titik tertentu
4.19.3 Menggambar lingkaran dengan titik pusat dan melalui titik tertentu pada koordinat kartesius dilengkapi variasi dan warna yang menarik

TUJUAN PEMBELAJARAN

Pertemuan Ke 1
Melalui model pembelajaran *Problem Base Learning* secara *daring*, setelah menyaksikan tayangan video dan mempelajari materi powerpoint di google classroom tentang persamaan lingkaran peserta didik mampu menyusun persamaan lingkaran dengan pusat tertentu, selanjutnya trampil menyajikannya dengan jujur dan bertanggung jawab secara kreatif dan kolaboratif

Pertemuan Ke 2
Melalui model pembelajaran *Problem Base Learning* secara *daring*, setelah menyaksikan tayangan video dan mempelajari materi powerpoint di google classroom tentang persamaan lingkaran peserta didik mampu menyusun persamaan lingkaran dengan pusat tertentu dan jari-jari tertentu, selanjutnya trampil menyajikan serta membuat karya kreatif persamaan lingkaran dengan jujur dan bertanggung jawab secara kreatif dan kolaboratif

Pertemuan ke 3
Melalui model pembelajaran *Discovery Learning* secara *daring*, setelah menyaksikan tayangan video dan mempelajari materi powerpoint di google classroom tentang persamaan lingkaran peserta didik mampu Menganalisis titik pusat dan jari-jari lingkaran dengan persamaan tertentu, selanjutnya trampil menyajikannya dengan jujur dan bertanggung jawab secara kreatif dan kolaboratif



TOKOH MATEMATIKA

Zu Chongzhi

Dalam sejarah Tiongkok banyak ahli matematika berupaya menghitung π . Sedangkan hasil yang dicapai Zu Chongzhi pada abad ke-5 dapat dikatakan merupakan kemajuan dalam penghitungan π . Zu Chongzhi lahir di kota Jiakang (kota Nanjing) pada tahun 429, sejak kecil ia sangat cerdas dan suka pengetahuan di bidang matematika dan astronomi. Pada tahun 464 ketika ia berumur 35 tahun, Zu Chongzhi mulai menghitung π . Sebelum Zu Chongzhi, ahli matematika Tiongkok Liu Hui mengajukan cara ilmiah untuk menghitung π , dengan panjang keliling regular polygon dalam lingkaran untuk mendekati panjang keliling lingkaran yang asli. Dengan cara ini Liu Hui telah menghitung π sampai 4 angka dibelakang koma. Sedangkan melalui penelitian Zu Chongzhi, π telah dihitung sampai 7 angka di belakang koma yaitu diantara 3.1415926 dengan 3.1415927, dan memperoleh nilai mirip π dalam bentuk bilangan pecahan.

PERTEMUAN 1

Menyusun persamaan lingkaran yang diketahui titik pusat dan jari-jarinya

Materi Prasyarat

1. Koordinat kartesius
2. Persamaan garis lurus $ax + by + c = 0$
3. Persamaan kuadrat $ax^2 + bx + c = 0$ dan $(x - a)^2 = x^2 - 2ax + a^2$
4. Jarak antara dua titik $A(x_1, y_1)$ dan $B(x_2, y_2)$, ditentukan oleh

$$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$
5. Jarak titik $A(x_1, y_1)$ terhadap garis lurus $ax + by + c = 0$ dirumuskan

$$d = \frac{|ax_1 + by_1 + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}}$$

Definisi

Lingkaran adalah tempat kedudukan titik-titik yang berjarak sama (jari-jari lingkaran) terhadap sebuah titik tertentu (pusat lingkaran) yang digambarkan pada bidang kartesius.

Persamaan Lingkaran Berpusat di O (0,0) Berjari-jari r

Persamaan Umum Lingkaran
Pusat O(0,0) dan jari-jari r

$x^2 + y^2 = r^2$

Contoh:

Contoh 1
Tentukan persamaan lingkaran yang berpusat di O(0, 0) dan r = 3 !
Jawab :
 Pusat di O(0, 0) dan r = 3
 $x^2 + y^2 = r^2$
 $\Leftrightarrow x^2 + y^2 = 3^2$
 $\Leftrightarrow x^2 + y^2 = 9$
 $\Leftrightarrow x^2 + y^2 - 9 = 0$

Contoh:**Contoh 2**

Tentukan persamaan lingkaran yang pusatnya $O(0,0)$ dengan jari-jari $\frac{3}{2}$!

Jawab:

Pusat di $O(0, 0)$ dan $r = \frac{3}{2}$

$$x^2 + y^2 = r^2$$

$$\Leftrightarrow x^2 + y^2 = \left(\frac{3}{2}\right)^2$$

$$\Leftrightarrow x^2 + y^2 = \frac{9}{4}$$

$$\Leftrightarrow 4x^2 + 4y^2 = 9$$

Contoh:**Contoh 3**

Tentukan persamaan lingkaran yang pusatnya $O(0,0)$ dengan jari-jari $2\sqrt{2}$!

Jawab:

Pusat di $O(0, 0)$ dan $r = 2\sqrt{2}$ |

$$x^2 + y^2 = r^2$$

$$\Leftrightarrow x^2 + y^2 = (2\sqrt{2})^2$$

$$\Leftrightarrow x^2 + y^2 = 8$$

Contoh:**Contoh 3**

Tentukan persamaan lingkaran yang pusatnya $O(0,0)$ dengan jari-jari $2\sqrt{2}$!

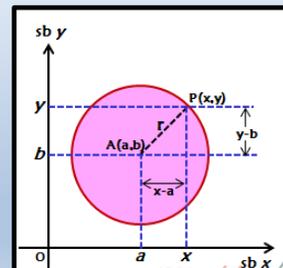
Jawab:

Pusat di $O(0, 0)$ dan $r = 2\sqrt{2}$ |

$$x^2 + y^2 = r^2$$

$$\Leftrightarrow x^2 + y^2 = (2\sqrt{2})^2$$

$$\Leftrightarrow x^2 + y^2 = 8$$

Persamaan Lingkaran Berpusat di $O(a, b)$ Berjari-jari r 

$$(x-a)^2 + (y-b)^2 = r^2$$

Contoh:**Contoh 4**

Tentukan persamaan lingkaran yang berpusat di $P(4, -3)$ dan $r = 6$!

Jawab :

Pusat di $P(4, 3)$ dan $r = 6$ maka diperoleh $a = 4$ dan $b = -3$

Persamaan Lingkaran :

$$(x-a)^2 + (y-b)^2 = r^2$$

$$\Leftrightarrow (x-4)^2 + (y+3)^2 = 6^2$$

$$\Leftrightarrow x^2 - 8x + 16 + y^2 + 6y + 9 = 36$$

$$\Leftrightarrow x^2 + y^2 - 8x + 6y + 25 = 36$$

$$\Leftrightarrow x^2 + y^2 - 8x + 6y + 25 - 36 = 0$$

$$\Leftrightarrow x^2 + y^2 - 8x + 6y - 11 = 0$$

Contoh:**Contoh 5**

Tentukan persamaan lingkaran yang berpusat di titik $(-2, 1)$ dan berjari-jari $r = 3\sqrt{2}$!

Jawab:

Pusat di $P(4, 3)$ dan $r = 3\sqrt{2}$ maka diperoleh $a = -2$ dan $b = 1$

Persamaan Lingkaran :

$$(x-a)^2 + (y-b)^2 = r^2$$

$$\Leftrightarrow (x+2)^2 + (y-1)^2 = (3\sqrt{2})^2$$

$$\Leftrightarrow x^2 + 4x + 4 + y^2 - 2y + 1 = 18$$

$$\Leftrightarrow x^2 + y^2 + 4x - 2y + 5 = 18$$

$$\Leftrightarrow x^2 + y^2 + 4x - 2y + 5 - 18 = 0$$

$$\Leftrightarrow x^2 + y^2 + 4x - 2y - 13 = 0$$

MARI BERLATIH

LATIHAN SOAL 1
Jawablah dengan singkat, jelas dan benar !

- Tentukan persamaan lingkaran yang berpusat di $O(0,0)$ dan mempunyai :
 - $r = 4$
 - $r = \sqrt{15}$
 - $r = 2\sqrt{3}$
- Tentukan persamaan lingkaran yang berpusat di $P(2, -3)$ dan mempunyai :
 - Pusat $(2, -3)$ jari-jari = 5
 - Pusat $(-2, 0)$ jari-jari = $\sqrt{10}$
 - Pusat $(4, -2)$ jari-jari = $2\sqrt{5}$

MARI BERDISKUSI

- Tuliskan penerapan prinsip lingkaran pada kehidupan nyata yang ada dalam kehidupan sehari-hari di lingkungan sekitarmu yang meliputi unsur teknologi, seni atau budaya! Adakah tujuan dari penggunaan konsep lingkaran tersebut?Jelaskan menurut pendapatmu!
- Berikut ini adalah sketsa terjadinya gerhana matahari yang digambarkan menggunakan aplikasi Geogebra. Diskusikan bersama kelompok kalian langkah-langka untuk menentukan persamaan lingkaran-lingkaran tersebut! Tentukan persamaan lingkaran yang mewakili Bumi, Bulan dan Matahari berdasarkan unsur-unsur yang diketahui!

MARI BERDISKUSI

PERTEMUAN 2

Menyusun persamaan lingkaran yang diketahui titik pusat dan melalui titik tertentu

Ingat!
 $O,A^2 = OB^2 + B,A^2$
 $r^2 = x^2 + y^2$
 atau
 $x^2 + y^2 = r^2$

$r^2 = x_1^2 + y_1^2$

Contoh:

Contoh 1
Tentukan persamaan lingkaran berpusat di $O(0, 0)$ dan melalui titik $A(-3, 4)$!

Jawab:
 Pusat lingkaran $(0, 0)$
 Melalui titik $A(-3, 4)$ maka $x_1 = -3$ dan $y_1 = 4$

$$r^2 = x_1^2 + y_1^2$$

$$\Leftrightarrow r^2 = (-3)^2 + 4^2$$

$$\Leftrightarrow r^2 = 9 + 16$$

$$\Leftrightarrow r^2 = 25$$

$$\Leftrightarrow r = 5$$

Sehingga diperoleh persamaan lingkarannya sebagai berikut:

$$x^2 + y^2 = r^2$$

$$\Leftrightarrow x^2 + y^2 = 5^2$$

$$\Leftrightarrow x^2 + y^2 = 25$$

Contoh:

Contoh 2
Tentukan persamaan lingkaran berpusat di $O(1, -2)$ dan melalui titik $A(4, -4)$!

Jawab:
 Pusat lingkaran $(1, -2)$ maka $a = 1$ dan $b = -2$
 Melalui titik $A(4, 4)$ maka $x_1 = 4$ dan $y_1 = -4$

$$r^2 = (x_1 - a)^2 + (y_1 - b)^2$$

$$\Leftrightarrow r^2 = (4 - 1)^2 + (-4 - (-2))^2$$

$$\Leftrightarrow r^2 = (3)^2 + (-2)^2$$

$$\Leftrightarrow r^2 = 9 + 4$$

$$\Leftrightarrow r^2 = 13$$

$$\Leftrightarrow r = \sqrt{13}$$

Sehingga diperoleh persamaan lingkarannya sebagai berikut:

$$(x - a)^2 + (y - b)^2 = r^2$$

$$\Leftrightarrow (x - 1)^2 + (y + 2)^2 = (\sqrt{13})^2$$

$$\Leftrightarrow x^2 - 2x + 1 + y^2 + 4y + 4 = 13$$

$$\Leftrightarrow x^2 + y^2 - 2x + 4y + 5 = 13$$

$$\Leftrightarrow x^2 + y^2 - 2x + 4y - 8 = 0$$

Contoh:

Contoh 3
Tentukan persamaan lingkaran dengan pusat (1, 2) menyinggung garis $x - y = 0$!

Jawab:
Pusat (1, 2) menyinggung garis $x - y = 0$
Diperoleh $x_1 = 1$ dan $y_1 = 2$
 $p = 1$ dan $q = -1$

Mencari jari-jari lingkaran:

$$r = \frac{|px_1 + qy_1 + p|}{\sqrt{p^2 + q^2}}$$

$$r = \frac{|1 \cdot 1 - 1 \cdot 2 + 0|}{\sqrt{1^2 + (-1)^2}}$$

$$r = \frac{|1 - 2 + 0|}{\sqrt{1 + 1}}$$

$$r = \frac{|-1|}{\sqrt{2}}$$

$$r = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$r = \frac{1}{2}\sqrt{2}$$

Contoh:

Persamaan lingkarannya
 $(x - a)^2 + (y - b)^2 = r^2$

$$\Leftrightarrow (x - 1)^2 + (y - 2)^2 = \left(\frac{1}{2}\sqrt{2}\right)^2$$

$$\Leftrightarrow x^2 - 2x + 1 + y^2 - 4y + 4 = \frac{1}{2}$$

$$\Leftrightarrow x^2 + y^2 - 2x - 4y + 1 + 4 = \frac{1}{2}$$

$$\Leftrightarrow x^2 + y^2 - 2x - 4y + 5 - \frac{1}{2} = 0$$

$$\Leftrightarrow x^2 + y^2 - 2x - 4y + 4,5 = 0$$

$$\Leftrightarrow 2x^2 + 2y^2 - 4x - 8y + 9 = 0$$

MARI BERLATIH

Latihan Soal 2
Tentukan persamaan lingkaran berikut!

1. Pusat (0, 0) melalui titik (2, -4)
2. Pusat di titik (-2, 1) melalui titik (4, 9)
3. Pusat (3, -4) menyinggung sumbu x
4. Pusat (-1, -3) menyinggung garis $y = 2$
5. Pusat di P(-2, 3) dan menyinggung $4x - 3y + 2 = 0$

MARI BERDISKUSI

1. Tentukan persamaan lingkaran yang menyinggung sumbu X dan sumbu Y dengan titik pusat pada kuadran III dan berjari-jari 3 !
2. Tentukan persamaan lingkaran yang berdiameter garis AB dengan titik A (1,-2) dan B(-3,6)
3. Tentukan persamaan lingkaran yang pusatnya terletak pada garis $x - 2y + 6 = 0$, melalui titik pangkal O (0,0) dan menyinggung garis $4x - 3y - 6 = 0$!
4. Berikut ini adalah gambaran dua buah gir penyusun jam mekanik yang digambar menggunakan aplikasi Geogebra. Apabila titik pusat gir besar (2, 1) dan titik pusat gir kecil (-1, 1) serta titik singgung dua lingkaran tersebut adalah (0, 1) tentukan persamaan kedua gir tersebut!

MARI BERDISKUSI

PERTEMUAN 3

Menentukan titik pusat dan jari-jari lingkaran

Lingkaran Pusat (0, 0) jari-jari r

$$x^2 + y^2 = r^2$$

Lingkaran Pusat (a, b) jari-jari r

$$(x - a)^2 + (y - b)^2 = r^2$$

Bentuk Umum Persamaan Lingkaran

$$x^2 + y^2 + Ax + By + C = 0$$

PERTEMUAN 3

Menentukan titik pusat dan jari-jari lingkaran

Bentuk Umum Persamaan Lingkaran

$$x^2 + y^2 + Ax + By + C = 0$$

Pusat Lingkaran

$$P\left(-\frac{A}{2}, -\frac{B}{2}\right)$$

Jari-jari Lingkaran

$$r = \sqrt{\left(-\frac{A}{2}\right)^2 + \left(-\frac{B}{2}\right)^2 - C}$$

Tuliskan langkah-langkah untuk menemukan pusat dan jari-jari lingkaran dari persamaan bentuk umum lingkaran tersebut!

Contoh:

Contoh 1

Tentukan pusat dan jari-jari lingkaran yang memenuhi persamaan $x^2 + y^2 = 5$!

Jawab:

Pusat lingkaran $x^2 + y^2 = 5$ adalah $(0,0)$.

Jari-jari $r^2 = 5$ berarti $r = \sqrt{5}$.

Contoh 2

Tentukan pusat dan jari-jari lingkaran $(x - 4)^2 + (y + 1)^2 = 12$!

Jawab:

$(x - 4)^2 + (y + 1)^2 = 12$

Dari persamaan tersebut diperoleh $a = 4$ dan $b = -1$ sehingga pusat lingkaran $(4, -1)$ Serta jari-jari lingkaran

$r^2 = 12$ sehingga $r = \sqrt{12} = 2\sqrt{3}$

Contoh:

Contoh 3

Tentukan pusat dan jari-jari lingkaran $x^2 + y^2 - 6x + 8y - 24 = 0$!

Jawab :

Lingkaran : $x^2 + y^2 - 6x + 8y - 24 = 0$

diperoleh $A = -6$, $B = 8$ dan $C = -24$

Pusat: $\left(-\frac{A}{2}, -\frac{B}{2}\right) = (3, -4)$

Jari-jari = $\sqrt{\left(-\frac{A}{2}\right)^2 + \left(-\frac{B}{2}\right)^2 - C}$

$$r = \sqrt{3^2 + (-4)^2 - (-24)} = 7$$

Contoh 4

Lingkaran $x^2 + y^2 + 4x + by - 12 = 0$ melalui titik $(1, 7)$, tentukan pusat dan jari-jari lingkaran tersebut !

Jawab :

Substitusi $(1, 7)$ ke lingkaran $x^2 + y^2 + 4x + by - 12 = 0$

diperoleh :

$$1^2 + 7^2 + 4 \cdot 1 + b \cdot 7 - 12 = 0$$

$$7b - 42 = 0 \Rightarrow b = 6$$

Sehingga persamaan lingkarannya $x^2 + y^2 + 4x + 6y - 12 = 0$

$A = 4$, $B = -6$, $C = -12$

Pusat : $\left(-\frac{A}{2}, -\frac{B}{2}\right) = (-2, 3)$

$$\begin{aligned} \text{Jari-jari} &= \sqrt{\left(-\frac{A}{2}\right)^2 + \left(-\frac{B}{2}\right)^2 - C} \\ &= \sqrt{\left(-\frac{4}{2}\right)^2 + \left(-\frac{-6}{2}\right)^2 - (-12)} \\ &= \sqrt{(-2)^2 + (3)^2 + 12} \\ &= \sqrt{4 + 9 + 12} \\ &= \sqrt{25} \\ &= 5 \end{aligned}$$

MARI BERLATIH

LATIHAN SOAL 3

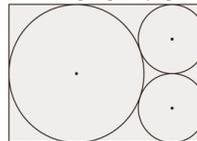
Tentukan pusat dan jari-jari lingkaran dengan persamaan sebagai berikut:

- Tentukan pusat dan jari-jari lingkaran berikut!
 - $x^2 + y^2 = 25$
 - $2x^2 + 2y^2 = 16$
 - $(x - 2)^2 + (y + 5)^2 = 12$
 - $3(x + 4)^2 + 3(y - 1)^2 = 27$
- Tentukan pusat dan jari-jari lingkaran berikut!
 - $x^2 + y^2 + 4x - 2y + 1 = 0$
 - $x^2 + y^2 - 4y - 5 = 0$
 - $x^2 + y^2 + 6x + 4y - 3 = 0$
 - $3x^2 + 3y^2 - 4x + 8y - 1 = 0$
- Lingkaran $x^2 + y^2 - 4x + 2y + c = 0$ melalui titik $(0, -1)$. Tentukan jari-jarinya!
- Lingkaran $x^2 + y^2 + 2px + 6y + 4 = 0$ mempunyai jari-jari 3 dan menyinggung sumbu X. Tentukan pusat Lingkaran!
- Titik (a, b) adalah pusat lingkaran $x^2 + y^2 - 2x + 4y + 1 = 0$, tent. Nilai $2a + b$!

MARI BERDISKUSI

TOPIK DISKUSI 3

- Tentukan pusat dan jari-jarinya, lingkaran yang melalui titik $(2, 3)$, $(0, -1)$ dan $(3, 0)$!
- Tunjukkan bahwa garis $3x + 4y = 0$ menyinggung lingkaran yang berjar-jari 3 dan berpusat di titik $(5, 0)$!
- Tentukan persamaan lingkaran yang konsentris (sepusat) dengan lingkaran $x^2 + y^2 - 4x + 12y - 2 = 0$ dan melalui titik $A(-1, 5)$!
- Perhatikan tiga lingkaran yang bersinggungan berikut!



Jika persamaan lingkaran besar adalah $x^2 + y^2 - 20x + 30y - 75 = 0$, tentukan pusat dan jari-jari lingkaran besar dan lingkaran kecil!



RANGKUMAN

Ketentuan:	Persamaan:
Pusat $(0,0)$ jari-jari r	$x^2 + y^2 = r^2$
Pusat (a,b) jari-jari r	$(x - a)^2 + (y - b)^2 = r^2$
Pusat $(-\frac{1}{2}A, -\frac{1}{2}B)$	$x^2 + y^2 + Ax + By + C = 0$
Jari-jari $r = \sqrt{(-\frac{1}{2}A)^2 + (-\frac{1}{2}B)^2 - C}$	

Terima Kasih

