

DERET ARITMATIKA



By : Puji Rahayu

Tujuan Pembelajaran:

- Melalui kegiatan pembelajaran dengan menggunakan model PBL yang dipadukan dengan pendekatan scientific learning dengan menggunakan Aplikasi Google Clasroom, WA group, peserta didik mampu menentukan rumus jumlah suku ke- n dari deret aritmatika serta mampu menganalisis dan menerapkan konsep barisan dan deret aritmatika dengan benar.

Contoh Deret Aritmatika



B. Deret Aritmetika

- Definisi

Misalkan $U_1, U_2, U_3, \dots, U_n$ merupakan suku-suku dari suatu barisan aritmetika. $U_1 + U_2 + U_3 + \dots + U_n$ disebut **deret aritmetika**, dengan $U_n = a + (n - 1)b$.

- Deret aritmetika adalah jumlah n suku pertama barisan aritmetika. Jumlah n suku pertama dari suatu barisan bilangan dinotasikan S_n .

Dengan demikian, $S_n = U_1 + U_2 + U_3 + \dots + U_n$.

Untuk memahami langkah-langkah menentukan rumus S_n , perhatikan contoh berikut :

n

Contoh 1 :

Diketahui suatu barisan aritmetika 2, 5, 8, 11, 14.
Tentukan jumlah kelima suku barisan tersebut.

Jawab:

Jumlah kelima suku 2, 5, 8, 11, 14 dapat dituliskan sebagai berikut.

$$S = 2 + 5 + 8 + 11 + 14$$

$$S = 14 + 11 + 8 + 5 + 2$$

$$2S = 16 + 16 + 16 + 16 + 16$$

$$2S = 5 \times 16$$

$$S = \frac{5 \times 16}{2} \longleftrightarrow S = 40$$

Jadi, jumlah kelima suku barisan tersebut adalah 40.

Menentukan rumus umum untuk S sebagai berikut. Diketahui rumus umum suku ke- n dari barisan aritmetika adalah

$U_n = a + (n - 1)b$. Oleh karena itu,

$$U_1 = a = a$$

$$U_2 = a + b = U_1 + b$$

$$U_3 = a + 2b = U_2 + b$$

$$\vdots$$

$$U_{n-1} = a + (n-2)b = U_{n-2} + b$$

$$U_n = a + (n-1)b = U_{n-1} + b$$

n

n

Dengan demikian, diperoleh ;

$$S_n = a + (a + b) + (a + 2b) + \dots + (a + (n - 1)b)$$

$$= a + (U_n - (n - 2) b) + (U_n - (n - 3) b) + \dots + U_n$$

..... (1)

Dapat pula dinyatakan bahwa besar setiap suku adalah b kurang dari suku berikutnya.

$$U_{n-1} = U_n - b$$

$$U_{n-2} = U_{n-1} - b = U_n - 2b$$

$$U_{n-3} = U_{n-2} - b = U_n - 3b$$

Demikian seterusnya sehingga S dapat dituliskan

$$S_n = a + (U_n - (n - 1)b) + \dots + (U_n - 2b) + (U_n - b) + U_n$$

..... (2)

Dari persamaan 1 dan 2 jika kita jumlahkan, diperoleh ;

$$S_n = a + (U_n - (n - 2)b) + (U_n - (n - 3)b) + \dots + U_n$$

$$S_n = U_n + (U_n - b) + (U_n - 2b) + \dots + a$$

$$2S_n = \underbrace{(a + U_n) + (a + U_n) + (a + U_n) + \dots + (a + U_n)}_{n \text{ suku}}$$

n suku

Dengan demikian, $2S_n = n(a + U_n)$

$$S_n = \frac{1}{2} n(a + U_n)$$

$$S_n = \frac{1}{2} n(a + (a + (n - 1)b))$$

$$S_n = \frac{1}{2} n(2a + (n - 1)b)$$

Jadi, rumus umum jumlah n suku pertama deret aritmetika adalah

$$S_n = 1/2n(a + U) \text{ atau}$$

$$S_n = 1/2n [2a + (n - 1)b]$$

Keterangan:

S = jumlah n suku pertama

a = suku pertama

b = beda

U_n = suku ke- n

n = banyak suku

Contoh 2:

Carilah jumlah 100 suku pertama dari deret $2 + 4 + 6 + 8 + \dots$

Jawab:

Diketahui bahwa $a = 2$, $b = 4 - 2 = 2$, dan $n = 100$.

$$\begin{aligned} S_{100} &= \frac{1}{2} \times 100 \{2(2) + (100 - 1)2\} \\ &= 50 \{4 + 198\} \\ &= 50 (202) \\ &= 10.100 \end{aligned}$$

Jadi, jumlah 100 suku pertama dari deret tersebut adalah 10.100.

Contoh 3:

Hitunglah jumlah semua bilangan asli kelipatan 3 yang kurang dari 100.

Jawab:

Bilangan asli kelipatan 3 yang kurang dari 100 adalah 3, 6, 9, 12, ..., 99 sehingga diperoleh

$a = 3$, $b = 3$, dan $U = 99$.

Terlebih dahulu kitaⁿ cari n sebagai berikut ;

$$U = a + (n - 1)b$$

$$99 = 3 + (n - 1)3$$

$$3n = 99$$

$$n = 33$$

Jumlah dari deret tersebut adalah

$$S_n = \frac{1}{2} n (a + U_n)$$

$$\begin{aligned} S_{33} &= \frac{1}{2} \times 33(3 + 99) \\ &= 1.683 \end{aligned}$$

Jadi, jumlah bilangan asli kelipatan 3 yang kurang dari 100 adalah 1.683

Latihan Soal

1. Hitunglah jumlah lima puluh suku pertama dari deret aritmatika $2 + 4 + 6 + 8 + \dots$
2. Jumlah n suku pertama dari barisan aritmatika $1, 3, 5, 7$ adalah 225. Suku ke- n deret tersebut adalah
3. Sebuah ruang pertunjukan memiliki 20 baris kursi. Di barisan paling depan ada 15 kursi. Di baris ke-2 ada 20 kursi, di baris ke-3 ada 25 kursi, demikian seterusnya. Hitunglah total jumlah kursi yang tersedia didalam ruang pertunjukkan itu!