

PERSAMAAN LINEAR DUA VARIABEL

Disusun Oleh:
Eti Puji Lestari

Sistem Persamaan Linier Dua Variabel

- Sistem persamaan dua variabel (SPLDV) mempunyai bentuk umum sebagai berikut:
$$\begin{cases} a_1x + b_1y = c_1 \\ a_2x + b_2y = c_2 \end{cases}$$
 dengan a_1, b_1, c_1 dan a_2, b_2, c_2 merupakan konstanta real.

Cara menyelesaikan SPLDV dapat dicari dengan beberapa cara diantaranya adalah dengan menggunakan:

- Menggunakan metode grafik
- menggunakan metode substitusi
- Menggunakan metode eliminasi
- Menggunakan metode gabungan (eliminasi dan substitusi)
- Menggunakan metode matrik

Pada pertemuan ini kita akan menyelesaikan SPLDV dengan metode grafik

Langkah 1:

- Tentukan koordinat titik potong masing-masing persamaan terhadap sumbu x dan sumbu y
- Gambarkan grafik dari masing-masing persamaan pada sebuah bidang kartesius.

Langkah 2:

- Jika kedua garis berpotongan pada satu titik maka himpunan penyelesaiannya tepat memiliki satu anggota
- Jika kedua garis sejajar maka himpunan penyelesaiannya tidak memiliki anggota. Dikatakan himpunan penyelesaiannya adalah himpunan kosong dan ditulis Φ .
- Jika kedua garis saling berhimpit, maka himpunan penyelesaiannya memiliki anggota yang tak hingga banyaknya.

Dengan menggunakan sifat-sifat dua garis berpotongan, dua garis sejajar dan dua garis berimpit maka banyaknya anggota dari himpunan penyelesaian SPLDV berikut:

$$\begin{cases} a_1x + b_1y = c_1 \\ a_2x + b_2y = c_2 \end{cases}$$

Dapat ditetapkan sebagai berikut:

- Jika $a_1 b_2 - a_2 b_1 \neq 0$, maka SPLDV tepat memiliki satu anggota dalam himpunan penyelesaiannya.
- Jika $a_1 b_2 - a_2 b_1 = 0$ dan $a_1 c_2 - a_2 c_1 \neq 0$ atau $c_1 b_2 - c_2 b_1 \neq 0$, maka SPLDV tidak memiliki anggota dalam himpunan penyelesaiannya.
- Jika $a_1 b_2 - a_2 b_1 = 0$ dan $a_1 c_2 - a_2 c_1 = 0$ atau $c_1 b_2 - c_2 b_1 = 0$, maka SPLDV memiliki anggota tak hingga banyaknya

Baiklah anak-anak agar kalian lebih paham, silahkan kalian cermati contoh soal soal berikut



Contoh 1

Tentukan himpunan penyelesaian system persamaan linear :
 $x + y = 5$ dan $x - y = 1$ untuk $x, y \in \mathbb{R}$ dengan menggunakan metode grafik.

Penyelesaian:

Pertama, kita tentukan titik potong masing-masing persamaan pada sumbu x dan sumbu y.

⦿ $x + y = 5$

titik potong dengan sumbu x, syaratnya $y = 0$

$$\leftrightarrow x + y = 5$$

$$\leftrightarrow x + 0 = 5$$

$$\leftrightarrow x = 5$$

Sehingga titik potong sumbu x (5, 0)

Titik potong dengan sumbu y, syaratnya $x = 0$

$$\leftrightarrow x + y = 5$$

$$\leftrightarrow 0 + y = 5$$

$$\leftrightarrow y = 5$$

Sehingga titik potong sumbu y (0, 5)

○ $x - y = 1$

titik potong sumbu x, syaratnya $y = 0$

$$\leftrightarrow x - y = 1$$

$$\leftrightarrow x - 0 = 1$$

$$\leftrightarrow x = 1$$

Sehingga titik potong sumbu x (1, 0)

Titik potong sumbu y, syaratnya $x = 0$

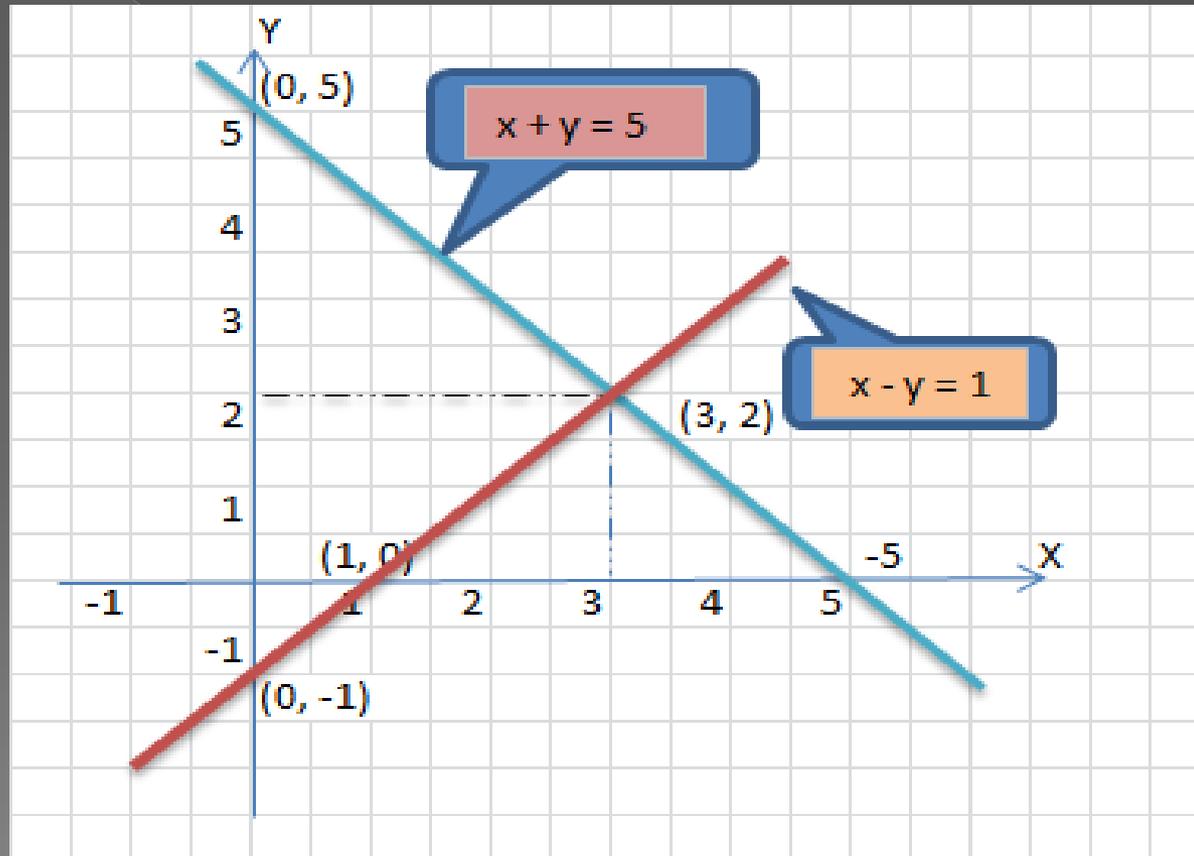
$$\leftrightarrow x - y = 1$$

$$\leftrightarrow 0 - y = 1$$

$$\leftrightarrow y = -1$$

Sehingga titik potong sumbu y (0, -1)

Kedua, kita gambarkan grafik dari masing-masing persamaan pada sebuah bidang cartesius seperti yang ditunjukkan pada gambar di bawah ini



Dari grafik di atas, titik potong kedua grafik tersebut adalah di titik $(3,2)$. Dengan demikian, himpunan penyelesaian dari system persamaan $x + y = 5$ dan $x - y = 1$ untuk $x, y \in \mathbb{R}$ adalah $\{(3,2)\}$

CONTOH 2

Tentukan himpunan penyelesaian dari system persamaan $x + 2y = 2$ dan $2x + 4y = 8$ untuk $x, y \in \mathbb{R}$ menggunakan metode grafik.

Penyelesaian:

Pertama, kita tentukan titik potong masing-masing persamaan pada sumbu x dan sumbu y

$$\odot x + 2y = 2$$

titik potong dengan sumbu x, syaratnya adalah $y = 0$

$$x + 2y = 2$$

$$\leftrightarrow x + 2(0) = 2$$

$$\leftrightarrow x + 0 = 2$$

$$\leftrightarrow x = 2$$

Sehingga titik potong dengan sumbu x $(2,0)$

Titik potong dengan sumbu y, syaratnya adalah $x = 0$

$$\odot \quad x + 2y = 2$$

$$\leftrightarrow 0 + 2y = 2$$

$$\leftrightarrow 2y = 2$$

$$\leftrightarrow y = 1$$

Sehingga titik potong sumbu y (0, 1)

$$\odot \quad 2x + 4y = 8$$

Titik potong dengan sumbu x, syaratnya $y = 0$

$$2x + 4y = 8$$

$$\leftrightarrow 2x + 4(0) = 8$$

$$\leftrightarrow 2x + 0 = 8$$

$$\leftrightarrow 2x = 8$$

$$\leftrightarrow x = 4$$

Sehingga titik potong sumbu x (0,4)

Titik potong dengan sumbu y, syaratnya $x = 0$

$$\odot \quad 2x + 4y = 8$$

$$\leftrightarrow 2(0) + 4y = 8$$

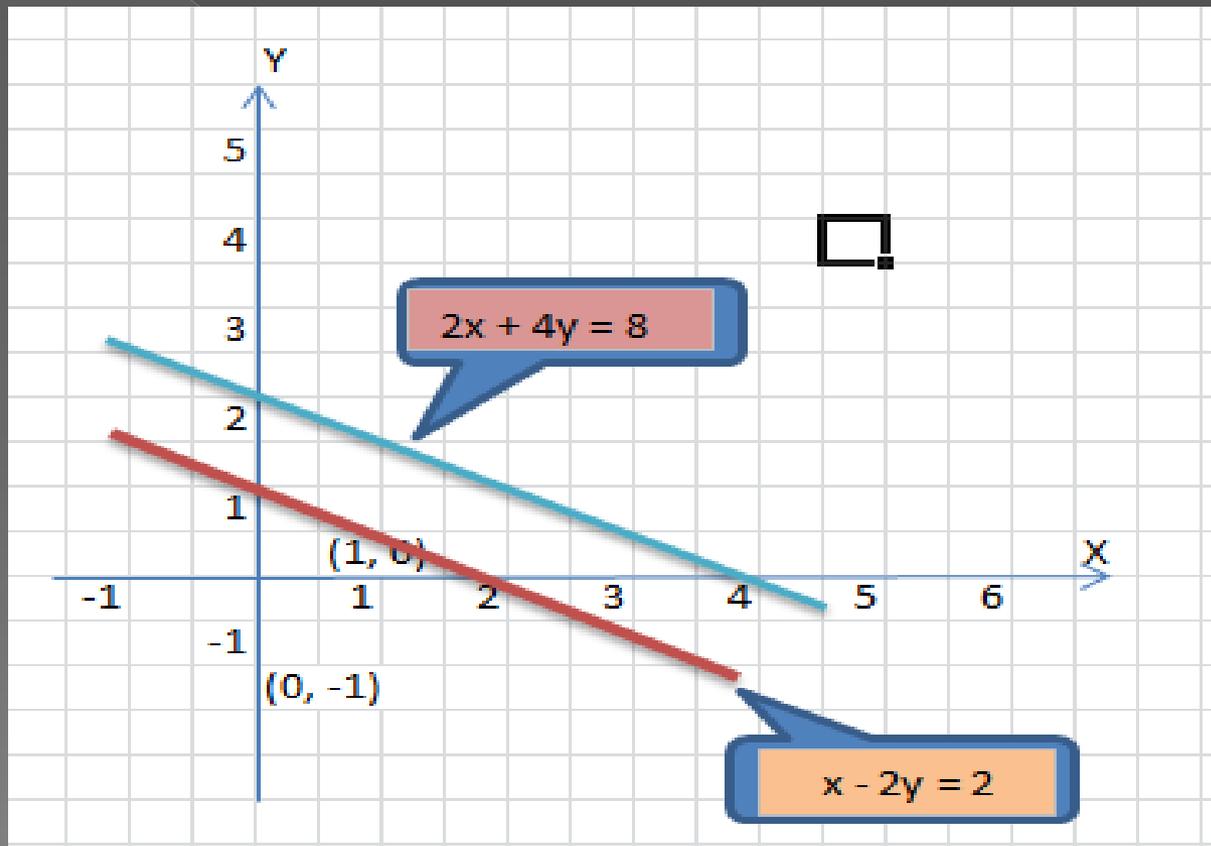
$$\leftrightarrow 0 + 4y = 8$$

$$\leftrightarrow 4y = 8$$

$$\leftrightarrow y = 2$$

Sehingga titik potong sumbu y (0,2)

- Kedua, kita gambarkan grafik dari masing-masing persamaan pada sebuah bidang cartesius seperti yang ditunjukkan pada gambar di bawah ini



Berdasarkan gambar grafik system persamaan di atas, tampak bahwa kedua garis tersebut tidak akan pernah berpotongan karena keduanya sejajar. Dengan demikian, himpunan penyelesaian dari system persamaan $x + 2y = 2$ dan $2x + 4y = 8$ adalah himpunan kosong, ditulis $\{\}$ atau $\{\Phi\}$

Selamat kalian sudah berhasil mempelajari cara menyelesaikan SPLDV dengan metode grafik



kita lanjut cara yang kedua pada pertemuan berikutnya

