

RENCANA PELAKSANAAN PEMBELAJARAN

Satuan Pendidikan	: SMA N 3 TARUTUNG
Mata Pelajaran	: MATEMATIKA
Kelas / Semester	: X / 2
Materi Pokok/Topik	: ATURAN SINUS DAN COSINUS
Alokasi Waktu	: 2 x 45

A. Kompetensi Inti

- **KI-1 dan KI-2:** Menghayati dan mengamalkan ajaran agama yang dianutnya. Menghayati dan mengamalkan perilaku jujur, disiplin, santun, peduli (gotong royong, kerjasama, toleran, damai), bertanggung jawab, responsif, dan pro-aktif dalam berinteraksi secara efektif sesuai dengan perkembangan anak di lingkungan, keluarga, sekolah, masyarakat dan lingkungan alam sekitar, bangsa, negara, kawasan regional, dan kawasan internasional”.
- **KI3:** Memahami, menerapkan, dan menganalisis pengetahuan faktual, konseptual, prosedural, dan metakognitif berdasarkan rasa ingin tahunya tentang ilmu pengetahuan, teknologi, seni, budaya, dan humaniora dengan wawasan kemanusiaan, kebangsaan, kenegaraan, dan peradaban terkait penyebab fenomena dan kejadian, serta menerapkan pengetahuan prosedural pada bidang kajian yang spesifik sesuai dengan bakat dan minatnya untuk memecahkan masalah
- **KI4:** Mengolah, menalar, dan menyaji dalam ranah konkret dan ranah abstrak terkait dengan pengembangan dari yang dipelajarinya di sekolah secara mandiri, bertindak secara efektif dan kreatif, serta mampu menggunakan metode sesuai kaidah keilmuan

B. Kompetensi Dasar

3.9. Menjelaskan aturan sinus dan cosinus

4.9. Menyelesaikan masalah yang berkaitan dengan aturan sinus dan cosinus

C. Indikator Pencapaian Kompetensi

Kompetensi Dasar	Indikator
3.9. Menjelaskan aturan sinus dan cosinus	• Menemukan konsep aturan sinus dan cosinus
4.9. Menyelesaikan masalah yang berkaitan dengan aturan sinus dan cosinus	• Menyelesaikan masalah kontekstual yang berkaitan dengan aturan sinus dan cosinus

D. Tujuan Pembelajaran

Setelah mengikuti proses pembelajaran, peserta didik diharapkan dapat

- Siswa dapat menemukan dengan tepat rumus aturan sinus dan cosinus pada segitiga

Dengan kegiatan pembelajaran menggunakan model *Problem Based Learnig* dan pendekatan TPAK yang menuntun peserta didik untuk mengamati (membaca) permasalahan, menuliskan penyelesaian dan mempresentasikan hasilnya melalui google Meet, peserta didik dapat menemukan konsep aturan sinus dan aturan cosinus(C4). Peserta didik diharapkan **terlibat aktif** dalam kegiatan pembelajaran, **toleransi terhadap pendapat orang lain**, rasa rasa ingin tahu, tanggung jawab,

disiplin selama proses pembelajaran, bersikap jujur, santun, percaya diri dan pantang menyerah, serta memiliki sikap responsif (berpikir kritis) dan pro-aktif (kreatif), serta mampu berkomunikasi dan bekerjasama dengan baik, serta dapat menyelesaikan masalah kontekstual yang berhubungan dengan aturan sinus dan aturan cosinus.

E. Materi

Trigonometri

Aturan sinus dan cosinus

F. Metode Pembelajaran

Model Pembelajaran : *Problem Based Learning*

Metode : Diskusi, Tanya jawab dan Penugasan

Pendekatan : TPACK

G. Kegiatan Pembelajaran

Kegiatan	Uraian Kegiatan		Waktu
	Kegiatan guru	Kegiatan peserta didik	
Pendahuluan	<ol style="list-style-type: none"> 1. Guru masuk ke aplikasi Google meet 2. Guru menyapa siswa di googlemeet dan wa kelas 3. Guru mengajak peserta didik berdoa 4. Guru memeriksa kesiapan peserta didik dan dilanjutkan mengabsen kehadiran di wa 5. Guru menyampaikan informasi tentang kompetensi yang akan didapat, ruang lingkup materi, tujuan dan metode pembelajaran yang digunakan. 6. Guru memotivasi peserta didik agar terlibat secara aktif dalam proses pembelajaran 	<ol style="list-style-type: none"> 1. Peserta didik masuk ke aplikasi Google meet 2. Peserta didik menjawab salam di Google meet dan wa kelas 3. Salah satu peserta didik memimpin doa sebelum memulai pelajaran 4. Peserta didik mempersiapkan fisik maupun psikis dan mengabsen di wa kelas 5. Peserta didik menerima informasi tentang kompetensi yang akan didapat, ruang lingkup materi, tujuan, dan metode pembelajaran yang akan digunakan dalam pembelajaran 6. Peserta didik mendengarkan motivasi dari guru. 	15 menit
Kegiatan Inti	Fase 1 : Orientasi peserta didik pada masalah		60 menit
	<ol style="list-style-type: none"> 1. Guru menampilkan gambar yang berkaitan dengan aturan sinus dan cosinus pada slide ppt yang diberikan melalui Google meet dan wa kelas. 2. Guru meminta peserta didik untuk menyampaikan informasi apa yang mereka dapat setelah melihat gambar dan bagaimana solusinya sesuai dengan pengalaman belajar mereka sebelumnya. 3. Guru menyampaikan rencana kegiatan bahwa peserta didik akan belajar secara berkelompok untuk menyelesaikan masalah dengan mengerjakan lembar kerja peserta didik (LKPD). 	<ol style="list-style-type: none"> 1. Peserta didik mengamati Gambar yang diberikan melalui layar pada media slide ppt yang diberikan menggunakan aplikasi Google meet 2. Peserta didik memberikan informasi apa yang mereka dapat setelah melihat gambar dan bagaimana solusinya sesuai dengan pengalaman belajar mereka sebelumnya. 3. Peserta didik mendengarkan arahan kegiatan pembelajaran yang akan dilakukan. 	

	Fase 2 : Mengorganisasikan peserta didik		
	<p>4. Guru membagi kelompok peserta didik dan menyuruh setiap kelompok membuat wa group dan mengikutkan guru sebagai anggota group.</p> <p>5. Guru memberikan LKPD kepada masing-masing kelompok melalui group wa kelas</p> <p>6. Guru mengarahkan peserta didik berdiskusi kelompok melalui wa group yang sudah mereka buat</p>	<p>4. Peserta didik dikelompokkan menjadi kelompok-kelompok kecil yang heterogen dan membuat wa kelompok.</p> <p>5. Setiap kelompok peserta didik menerima masalah yang tertulis pada lembar kerja peserta didik (LKPD)</p> <p>6. Peserta didik mendiskusikan masalah yang ada di LKPD yang diberikan guru.</p>	
	Fase 3 : Membimbing penyelidikan individu dan kelompok		
	<p>7. Guru membimbing peserta didik dalam pengerjaan LKPD melalui wa kelas.</p>	<p>7. Peserta didik berdiskusi untuk menganalisis dan menyelesaikan masalah yang diberikan pada lembar kerja peserta didik (LKPD) pada masing-masing kelompok. (Collaboration) (bertanya tentang langkah pada LKPD yang kurang dimengerti)</p>	
	Fase 4 : Mengembangkan dan menyajikan hasil karya		
	<p>8. Guru menginformasikan untuk bergabung kembali di google meet</p> <p>9. Guru meminta beberapa peserta didik mewakili kelompoknya mempresentasikan hasil kerja kelompoknya dan menyajikannya.</p>	<p>8. Peserta didik bergabung kembali ke wa kelas.</p> <p>9. Beberapa Peserta didik menyajikan/mengkomunikasikan hasil pengerjaannya melalui google meet dan wa</p>	
	Fase 5: Menganalisis dan mengevaluasi proses pemecahan masalah		
	<p>10. Guru mengarahkan peserta didik untuk menganalisis dan mengevaluasi hasil presentasi kelompok lain.</p> <p>11. Guru memberi penguatan dengan meluruskan pendapat peserta didik dalam presntasi</p>	<p>10. Peserta didik menganalisis dan mengevaluasi hasil presentasi kelompok lain.</p> <p>11. Peserta didik mendengarkan penguatan yang disampaikan guru.</p>	
Penutup	<p>1. Guru meminta pesertadidik membuat kesimpulan dari pembelajaran yang telah dilakukan.</p> <p>2. Guru memberikan evaluasi pada Google form https://forms.gle/gzFmaGictGmvuQmo7</p> <p>3. Guru memberikan pekerjaan rumah</p> <p>4. Guru menyampaikan kegiatan untuk pertemuan berikutnya.</p> <p>5. Guru mengajak peserta didik berdoa</p> <p>6. Guru mengucapkan salam.</p>	<p>1. Peserta didik membuat kesimpulan dari pembelajaran yang telah dilakukan.</p> <p>2. Peserta didik mengerjakan evaluasi yang terdapat pada Google form</p> <p>3. Peserta didik diharapkan dapat mengerjakan secara mandiri.</p> <p>4. Peserta didik mendengarkan arahan dari guru.</p> <p>5. Salah satu peserta didik memimpin doa menutup pelajaran</p> <p>6. Peserta didik menjawab salam</p>	15 menit

H. Penilaian (Sikap, Pengetahuan dan Keterampilan)

- Penilaian Sikap
- Penilaian Pengetahuan
- Penilaian Keterampilan

I. Media, Alat dan Sumber Pembelajaran

- Lembar LKPD
- PPT
- Laptop
- Buku penunjang kurikulum 2013 mata pelajaran Matematika Wajib Kelas X Kemendikbud, Tahun 2017
- Internet

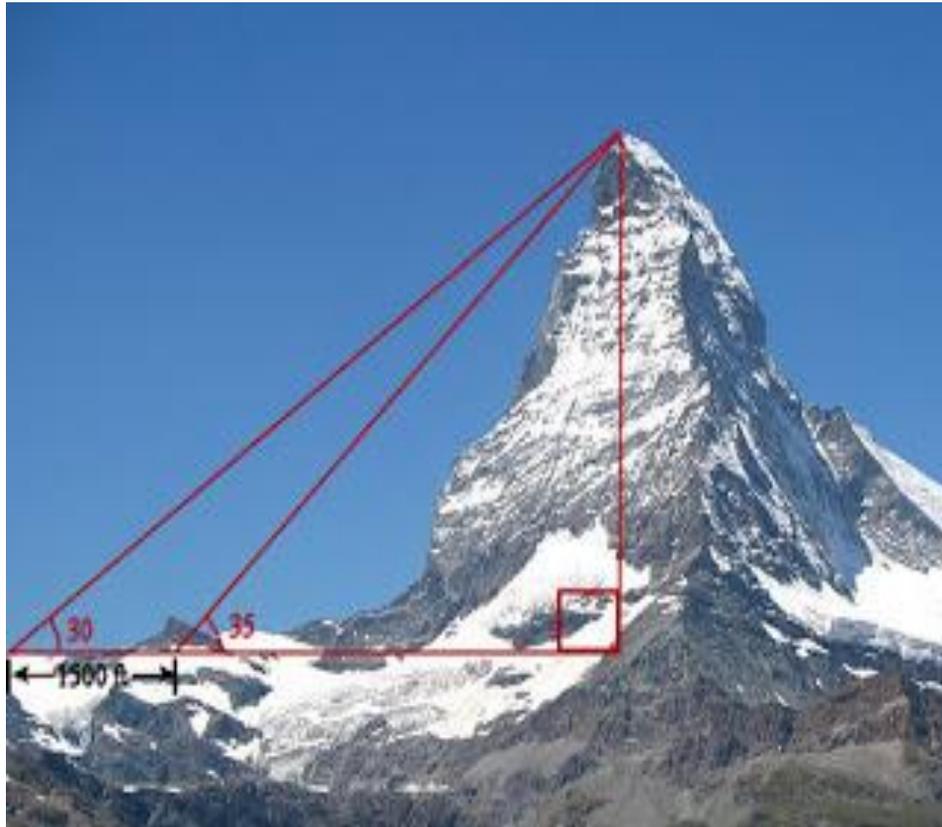
Mengetahui,
Kepala Sekolah

Drs. DALLES TAMBUN
NIP. 19640310 199512 1 001

TARUTUNG, Juni 2021
Guru Mata Pelajaran

HORAS JOSUA PAKPAHAN
NIP. 19890914 201505 1 001

ATURAN SINUS DAN COSINUS



DAFTAR ISI

DAFTAR ISI

I. PENDAHULUAN

1. Deskripsi Singkat

2. Petunjuk Belajar

II. INTI

1. Tujuan Pembelajaran.....

2. Pokok Materi

3. Uraian Materi.....

4. Forum Diskusi

III. PENUTUP

1. Rangkuman

2. Tes Formatif.....

DAFTAR PUSTAKA

I. PENDAHULUAN

1. Deskripsi Singkat

Matematika adalah hasil sebuah pemikiran manusia terhadap fenomena yang terkaji yang ada disekitar kita dan bagaimana kita dapat menyelesaikannya. Kejadian disekitar kita tidak langsung berhubungan dengan matematika, namun matematika adalah alat bantu supaya masalah yang kita hadapi dapat kita selesaikan. Hal ini membuat mengapa matematika salah satu ilmu penting yang harus kita kuasai.

Salah satu cabang matematika adalah Trigonometri. Trigonometri adalah suatu sistem perhitungan yang berkaitan dengan panjang dan sudut pada segitiga. Trigonometri banyak membantu disiplin ilmu lain dalam perhitungannya, seperti astronomi termasuk navigasi, di laut, udara, dan angkasa, teori musik, akustik, optik dan masih banyak lagi. Aturan Sinus dan Cosinus merupakan salah satu hasil dari penerapan Trigonometri dalam bidang kehidupan sehari-hari.

Modul ini akan membahas tentang aturan sinus dan cosinus
Secara umum, setelah mempelajari modul ini diharapkan dapat:

- 1) Siswa dapat memahami aturan sinus pada segitiga ;
- 2) Siswa dapat memahami aturan cosinus pada segitiga.

Secara khusus, setelah mempelajari modul ini diharapkan Anda dapat:

- 1) menggunakan aturan sinus dan cosinus untuk mencari panjang sisi dan sudut segitiga sembarang.

2. Petunjuk Belajar

- 1) Baca masalah awal yang diberikan dalam modul ini
- 2) Baca materi untuk memperdalam pengetahuan dalam menyelesaikan masalah yang diberikan.
- 3) Jawab soal latihan tugas yang ada
- 4) Aktif dalam forum diskusi

II. INTI

1. Tujuan Pembelajaran
 - Siswa dapat menemukan dengan tepat rumus aturan sinus dan cosinus pada segitiga
 - Siswa mampu menyelesaikan masalah kontekstual yang berhubungan dengan aturan sinus dan aturan cosinus.
2. Pokok Materi
 - Aturan Sinus dan Cosinus
3. Uraian Materi

ATURAN SINUS DAN COSINUS

1. Aturan Sinus

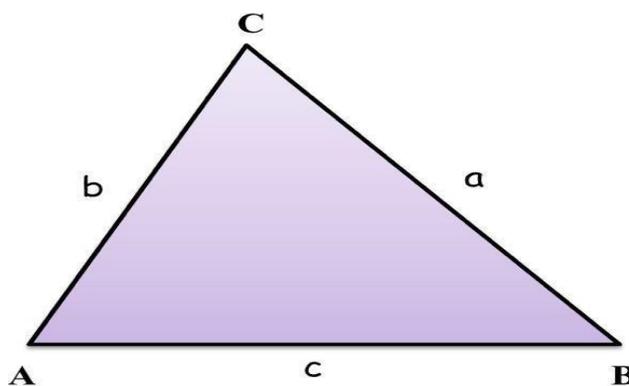
Untuk mengetahui rumus aturan sinus, kita dapat membuktikan dengan menggunakan segitiga sembarang. Selain itu, kita juga harus mengetahui definisi garis tinggi dan garis berat.

Garis tinggi adalah suatu garis yang dibentuk dari suatu sudut dan berpotongan tegak lurus dengan sisi di hadapannya. Garis tinggi akan membentuk sudut siku-siku.

Garis berat adalah suatu garis yang dibentuk dari suatu sudut dan memotong sisi di hadapannya menjadi dua bagian yang sama panjang.

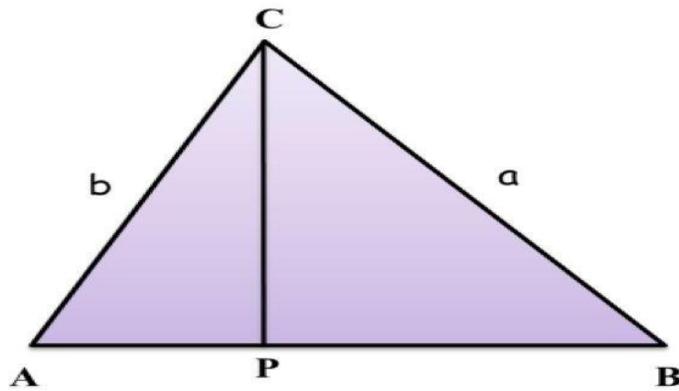
Untuk menentukan aturan sinus, perhatikan uraian berikut.

1. Buatlah segitiga sembarang

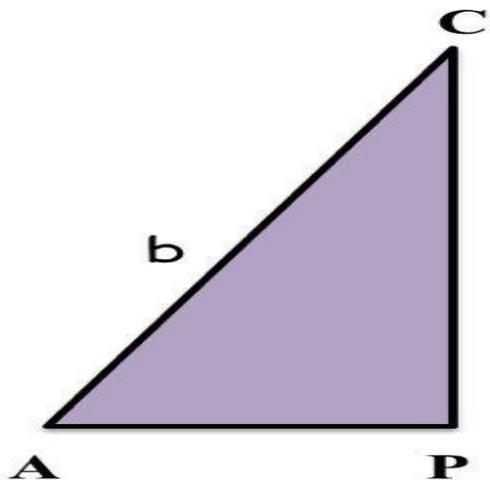


Diberikan segitiga sembarang dengan $AB = c$, $BC = a$, dan $AC = b$.

1. Buatlah garis tinggi yang dibentuk dari sudut-sudutnya.
 - a. Garis tinggi yang dibentuk dari sudut C

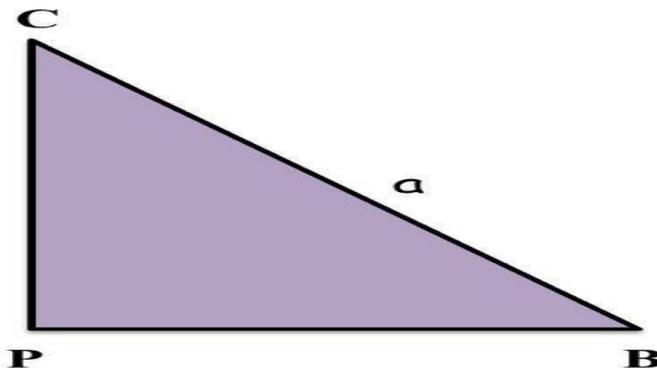


Pada gambar di atas, garis tinggi dibentuk dengan menarik garis dari sudut C ke sisi AB sehingga membentuk dua segitiga yaitu $\triangle ACP$ dan $\triangle BCP$. Karena garis CP adalah garis tinggi, maka kedua segitiga tersebut adalah segitiga siku-siku. Perhatikan. Untuk mengetahui $\sin A$ maka kita harus ingat perbandingan trigonometrinya.



- $\sin A = \frac{\text{sisi depan}}{\text{sisi miring}}$
 - $\sin A = \frac{CP}{AC}$
 - $\sin A = \frac{CP}{b}$
- $$CP = \sin A \cdot b$$

Langkah selanjutnya adalah perhatikan $\triangle BCP$

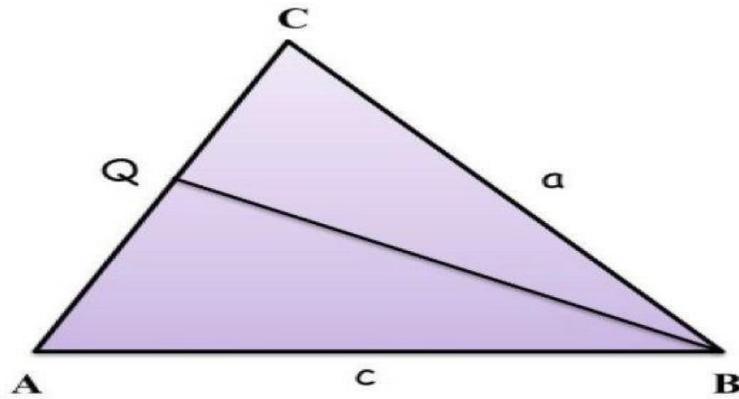


- $\sin B = \frac{\text{sisi depan}}{\text{sisi miring}}$
 - $\sin B = \frac{CP}{BC}$
 - $\sin B = \frac{CP}{a}$
- $$CP = \sin B \cdot a$$

Dari kedua persamaan di atas maka dapat ditentukan bahwa:

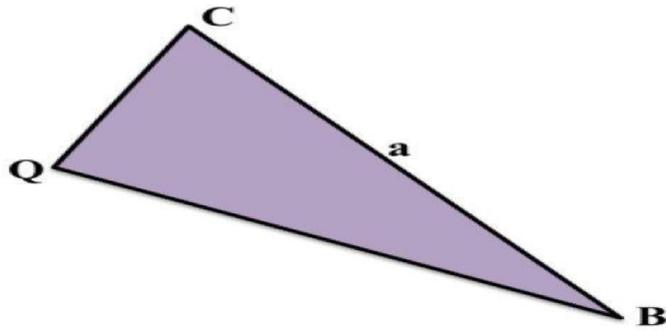
$$\sin A \cdot b = \sin B \cdot a \Rightarrow \frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} \dots\dots\dots(3)$$

b. Garis tinggi yang dibentuk dari sudut B



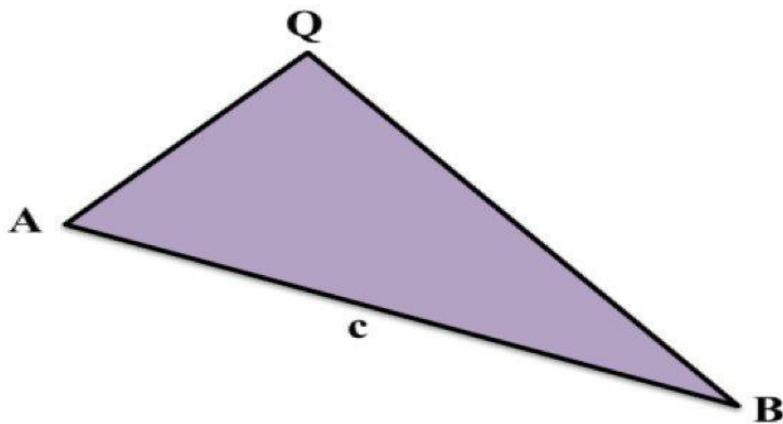
Dengan cara yang sama dengan langkah sebelumnya dalam menarik garis tinggi, maka dibuat garis tinggi dari sudut B ke titik P. Sehingga membentuk dua segitiga siku-siku, yaitu segitiga siku-siku ABQ dan BCQ.

Perhatikan segitiga BCQ dengan sudut siku-siku di Q.



- $\sin C = \frac{\text{sisi depan}}{\text{sisi miring}}$
- $\sin C = \frac{BQ}{BC}$
- $\sin C = \frac{BQ}{a}$
- $BQ = \sin C \cdot a$ (4)

Selanjutnya perhatikan segitiga ABQ



- $\sin C = \frac{\text{sisi depan}}{\text{sisi miring}}$
- $\sin C = \frac{BQ}{AB}$
- $\sin C = \frac{BQ}{c}$
- $BQ = \sin A \cdot c$ (5)

Pada persamaan (4) dan (5) maka didapatkan:

$$\sin C \cdot a = \sin A \cdot c \Rightarrow \frac{a}{\sin A} = \frac{c}{\sin C} \text{(6)}$$

Jadi, dari persamaan (3) dan (6), didapatkan sebagai berikut:

$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin b} \text{ dan } \frac{a}{\sin A} = \frac{c}{\sin C} \frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin b} = \frac{c}{\sin C}$$

2. Aturan Cosinus

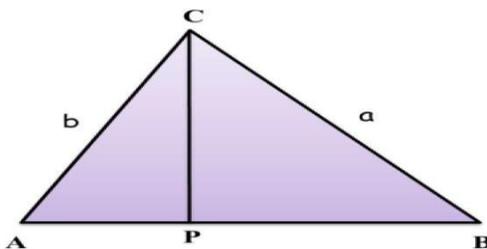
Sama halnya dengan aturan sinus, pembuktian aturan cosinus juga harus memperhatikan garis tinggi dan garis berat. Garis tinggi dibutuhkan untuk membentuk sudut siku-siku pada segitiga sembarang. Langkah yang digunakan sama halnya dengan langkah pertama pada aturan sinus yaitu membuat segitiga sembarang. Untuk lengkapnya, kalian dapat melihat kembali segitiga sembarang yang sebelumnya telah kita buat untuk membuktikan aturan sinus.

Rumus aturan sinus:

1. $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos \angle A$
2. $b^2 = a^2 + c^2 - 2ac \cos \angle B$
3. $c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos \angle C$

Berikut cara membuktikan rumus aturan sinus.

- a. Garis tinggi yang dibentuk dari sudut C. Perhatikan gambar berikut.



- $\cos B = \frac{\text{sisi samping}}{\text{sisi miring}}$
- $\cos B = \frac{PB}{CB}$
- $\cos B = \frac{PB}{a}$
- $PB = a \cos B \dots\dots\dots(1)$

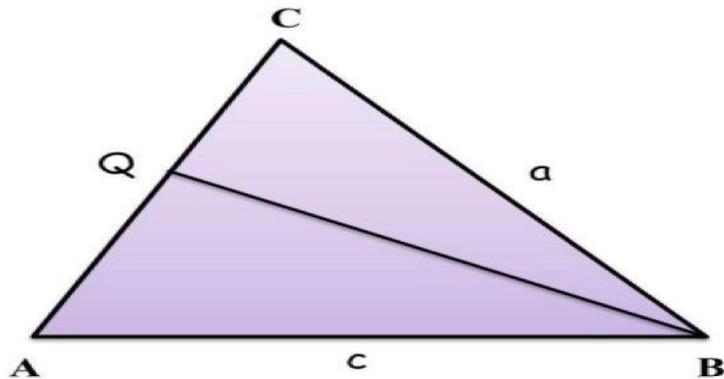
Perhatikan dua segitiga siku-siku yang dibentuk dengan menarik garis tinggi dari sudut C ke titik P. Maka dengan menggunakan teorema *Pythagoras* kita peroleh sebagai berikut:

- $a^2 = PB^2 + CP^2 \Rightarrow CP^2 = a^2 - PB^2$
- $b^2 = (c - PB)^2 + CP^2$
- $b^2 = (c - PB)^2 + a^2 - PB^2$
- $b^2 = c^2 + PB^2 - 2.c.PB + a^2 - PB^2$
- $b^2 = c^2 + a^2 - 2.c.PB \dots\dots\dots(2)$

Substitusi persamaan (1) ke persamaan (2), sehingga didapatkan

$$b^2 = a^2 + c^2 - 2ac \cos B \dots\dots\dots(3)$$

b. Garis tinggi yang dibentuk dari sudut B



$$\cos A = \frac{AQ}{AB}$$

$$\cos A = \frac{AQ}{c} \Leftrightarrow AQ = c \cos A \quad \dots\dots\dots(4)$$

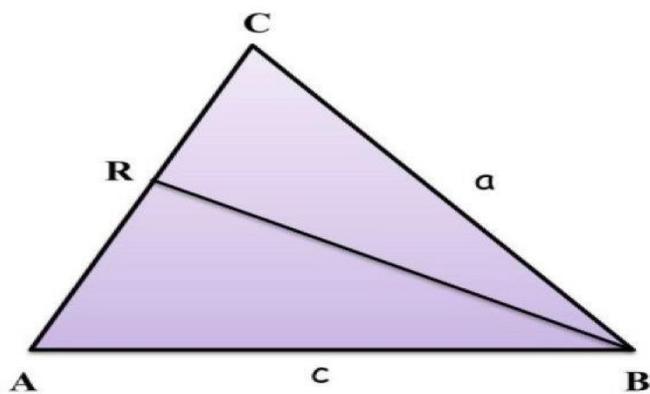
Perhatikan kedua segitiga yang terbentuk, yaitu $\triangle ABQ$ dan $\triangle BCQ$, dengan menggunakan teorema *pythagorasi*, maka:

- $c^2 = BQ^2 + AQ^2 \Rightarrow BQ^2 = c^2 - AQ^2$
- $a^2 = (b - AQ)^2 + QB^2$
- $a^2 = (b - AQ)^2 + c^2 - AQ^2$
- $a^2 = b^2 - AQ^2 - 2.b.AQ + c^2 - AQ^2$
- $a^2 = b^2 - c^2 - 2.b.AQ \quad \dots\dots\dots(5)$

Jika persamaan (4) disubstitusikan ke dalam persamaan (5), maka:

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2.bc \cos A \quad \dots\dots\dots(6)$$

c. Garis tinggi yang dibentuk dari sudut A



$$\cos C = \frac{CR}{AC}$$

$$\cos C = \frac{CR}{b} \Leftrightarrow CR = b \cos C \quad \dots\dots\dots(7)$$

Perhatikan kedua segitiga yang terbentuk, yaitu $\triangle BCR$ dan $\triangle ABR$, dengan menggunakan teorema *pythagorasi*, maka:

- $b^2 = AR^2 + CR^2 \Rightarrow AR^2 = b^2 - CR^2$
- $c^2 = (a - CR)^2 + AR^2$
- $c^2 = (a - CR)^2 + b^2 - CR^2$
- $c^2 = a^2 - CR^2 - 2.a.CR + b^2 - CR^2$
- $c^2 = a^2 + b^2 - 2.b.CR^2 \dots\dots\dots(8)$

Jika persamaan (7) disubstitusikan ke dalam persamaan (8), maka:

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2.ab \cos C^2 \dots\dots\dots(9)$$

Lebih lanjut, dari persamaan (3), (6), dan (9) kita dapat menurunkan rumus sudut-sudut segitiga, dengan ketiga sisinya diketahui sebagai berikut:

1. $a^2 = b^2 + c^2 - 2 bc \cos \angle A \Rightarrow \cos \angle A = \frac{b^2+c^2-a^2}{2bc}$
2. $b^2 = a^2 + c^2 - 2 ac \cos \angle B \Rightarrow \cos \angle B = \frac{a^2+c^2-a^2}{2ac}$
3. $c^2 = a^2 + b^2 - 2 ab \cos \angle C \Rightarrow \cos \angle C = \frac{a^2+b^2-c^2}{2bc}$

4. Forum Diskusi

Coba diskusikan bersama teman mu bagaimana kita membedakan aturan sinus dan aturan cosinus.

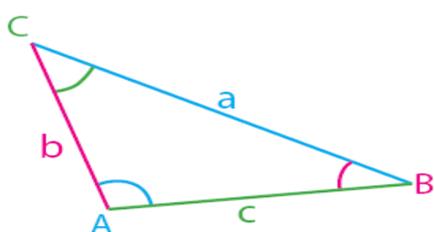
III. PENUTUP

1. Rangkuman Aturan Sinus

Untuk mengetahui rumus aturan sinus, kita dapat membuktikan dengan menggunakan segitiga sembarang. Selain itu, kita juga harus mengetahui definisi garis tinggi dan garis berat.

Garis tinggi adalah suatu garis yang dibentuk dari suatu sudut dan berpotongan tegak lurus dengan sisi di hadapannya. Garis tinggi akan membentuk sudut siku-siku.

Garis berat adalah suatu garis yang dibentuk dari suatu sudut dan memotong sisi di hadapannya menjadi dua bagian yang sama panjang.

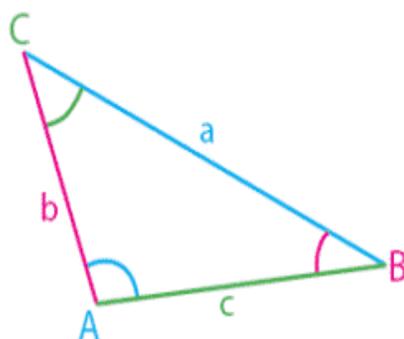


Aturan Sinus

$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}$$

Aturan Cosinus

Sama halnya dengan aturan sinus, pembuktian aturan cosinus juga harus memperhatikan garis tinggi dan garis berat. Garis tinggi dibutuhkan untuk membentuk sudut siku-siku pada segitiga sembarang.



Aturan Cosinus

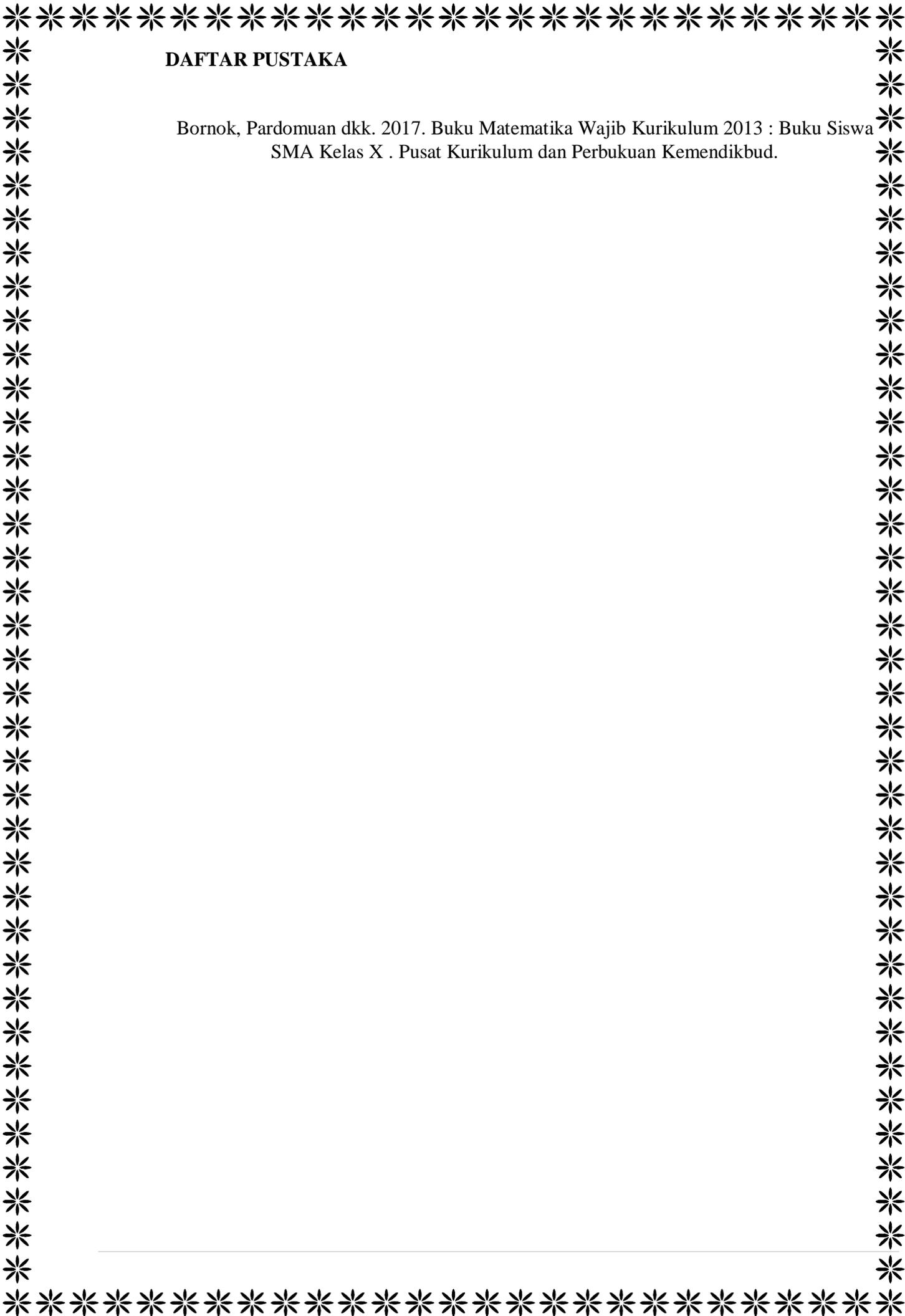
$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cdot \cos A$$
$$b^2 = a^2 + c^2 - 2ac \cdot \cos B$$
$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cdot \cos C$$

Fungsi Cosinus
dari Aturan Cosinus

$$\cos A = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc}$$
$$\cos B = \frac{c^2 + a^2 - b^2}{2ac}$$
$$\cos C = \frac{a^2 + b^2 - c^2}{2ab}$$

2. Formatif

- 1) Jika pada segitiga ABC diketahui panjang sisi $AB = 9$, $AC = 24$ dan ukuran sudut $BAC = 60^\circ$, maka panjang sisi $BC = \dots$
- 2) Pada segitiga PQR diketahui panjang $PQ = 5$, panjang $PR = 6$, dan panjang $QR = 7$. Nilai $\cos P = \dots$
- 3) Diketahui suatu taman di tengah kota berbentuk segitiga sembarang. Jika sudut apit sebesar 60° dan dua sisi yang mengapitnya masing-masing panjangnya 18 meter dan 16 meter, maka luas taman tersebut adalah \dots
- 4) Diketahui A dan B adalah titik-titik ujung sebuah terowongan yang dilihat dari C dengan sudut $ACB = 45^\circ$. Jika jarak $CB = p$ meter dan $CA = 2p\sqrt{2}$ meter, maka panjang terowongan adalah \dots
- 5) Sebuah kapal berlayar dari pelabuhan A ke pelabuhan B sejauh 60 mil dengan arah 40° dari A, kemudian berputar haluan dilanjutkan ke pelabuhan C sejauh 90 mil dengan arah 160° dari B. Jarak terdekat dari pelabuhan A ke C adalah \dots



DAFTAR PUSTAKA

Bornok, Pardomuan dkk. 2017. Buku Matematika Wajib Kurikulum 2013 : Buku Siswa SMA Kelas X . Pusat Kurikulum dan Perbukuan Kemendikbud.

LEMBAR KERJA PESERTA DIDIK (LKPD)

1. IdentITAS

- a. Nama Mata Pelajaran : Matematika X (Wajib)
- b. Semester : genap
- c. Kompetensi Dasar :



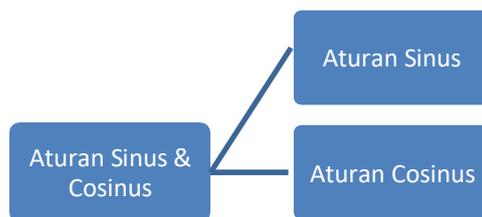
- 3.9. Menjelaskan aturan sinus dan cosinus
- 4.9. Menyelesaikan masalah yang berkaitan dengan aturan sinus dan cosinus

- d. Materi Pokok : Aturan Sinus Cosinus
- e. Tujuan Pembelajaran :

Melalui diskusi, tanya jawab, penugasan, presentasi dan analisis, peserta didik menemukan konsep aturan sinus, cosines, dari masalah kontekstual dan dapat menyelesaikan masalah kontekstual yang berkaitan dengan aturan sinus, cosines, , sehingga peserta didik dapat menghayati dan mengamalkan ajaran agama yang dianutnya, mengembangkan sikap jujur, peduli, dan bertanggungjawab, serta dapat mengembangkan kemampuan **berpikir kritis**,

komunikasi, kolaborasi, kreativitas (4C).

2. Peta Konsep



3. Proses Pembelajaran

a. Pendahuluan

Sebelum belajar pada materi ini silahkan kalian membaca dan memahami cerita di bawah ini.

C4, Literasi kontekstual, Karakter dan HOTS

Tiga orang berada di tiga tempat misalkan di titik A, titik B, dan titik C di suatu tanah lapang, sedemikian hingga besar sudut $BAC = 45^\circ$ dan besar sudut $ABC = 60^\circ$.

Orang pertama yang berada di A bergerak bergerak menuju ke C dengan kecepatan 12 km/jam, sedangkan orang kedua berada di B bergerak ke C juga. Orang pertama dan orang kedua bergerak pada saat yang sama dan sampai di C pada saat bersamaan pula.

Tentukan kecepatan orang kedua yang bergerak dari B ke C .

Untuk dapat menyelesaikan persoalan tersebut, silahkan kalian lanjutkan ke kegiatan belajar berikut dan ikuti petunjuk yang ada dalam LKPD ini.

b. Kegiatan Inti

1) Petunjuk Umum LKPD

- Baca dan pahami** materi pada buku Sinaga, Bornok, dkk. 2013. *Buku Siswa Matematika X Wajib*. Jakarta: Kementerian Pendidikan dan Kebudayaan .
- Setelah memahami isi materi dalam bacaan **berlatihlah untuk berfikir tingkat tinggi** melalui tugas-tugas yang terdapat pada LKPD ini baik bekerja sendiri maupun bersama teman sebangku atau teman lainnya.
- Kerjakan LKPD** ini dibuku kerja atau langsung mengisikan pada bagian yang telah disediakan.
- Kalian dapat **belajar bertahap dan berlanjut** melalui kegiatan **ayo berlatih**, apabila kalian yakin sudah paham dan mampu menyelesaikan permasalahan-permasalahan dalam kegiatan belajar 1 & 2 kalian boleh sendiri atau mengajak teman lain yang sudah siap untuk **mengikuti tes formatif agar kalian dapat belajar ke LKPD berikutnya**.

Critical thinking

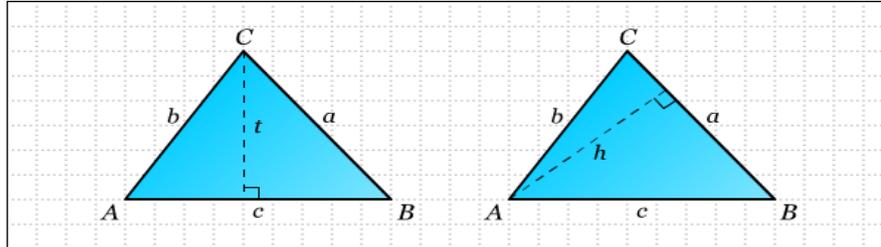
2) Kegiatan Belajar

Ayo.....ikuti kegiatan belajar berikut dengan penuh kesabaran dan konsentrasi !!!

Kegiatan Belajar 1

Diskusikan masalah-masalah berikut di kelompok Anda masing-masing!

Perhatikan segitiga ABC berikut.



Gambar 1

Gambar 2

Petunjuk:

- Perhatikan segitiga ABC gambar 1 ! t merupakan tinggi dari segitiga ABC dengan alas c
- Tentukan t dalam bentuk a atau b dan sinus dari suatu sudut tertentu.

$$\sin B = \frac{t}{a} \leftrightarrow t = \dots \times \dots \quad (1)$$

$$\sin A = \frac{t}{b} \leftrightarrow t = \dots \times \dots \quad (2)$$

- Substitusikan persamaan (1) ke persamaan (2). Gunakan manipulasi aljabar untuk menunjukkan: $\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B}$

$$t = \dots \times \dots$$

$$\dots \times \dots = \dots \times \dots$$

$$\frac{\dots}{\sin A} = \frac{\dots}{\sin B}$$

- Perhatikan segitiga ABC yang sama pada gambar 2, tetapi dengan menggunakan tinggi yang berbeda, yaitu h , dan alas yaitu a .
- Tentukan h dalam bentuk b atau c dan sinus dari suatu sudut tertentu.

$$\sin B = \frac{h}{c} \leftrightarrow h = \dots \times \dots \quad (3)$$

$$\sin C = \frac{h}{b} \leftrightarrow h = \dots \times \dots \quad (4)$$

- Substitusikan persamaan (3) ke persamaan (4). Gunakan manipulasi aljabar untuk menunjukkan : $\frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}$

$$h = \dots \times \dots$$

$$\dots \times \dots = \dots \times \dots$$

$$\frac{\dots}{\sin B} = \frac{\dots}{\sin C}$$

- Dari langkah ke-3 dan ke-6, kita dapatkan **rumus aturan sinus**, yaitu:

$$\frac{\dots}{\sin A} = \frac{\dots}{\sin B} = \frac{\dots}{\sin C}$$

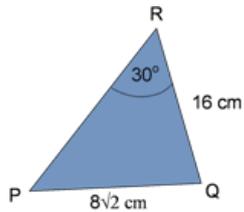




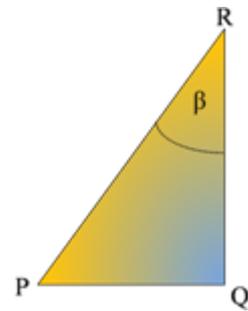
A

Diskusikan soal di bawah ini !

1. Segitiga PQR dengan sisi-sisinya adalah p, q dan r. Jika $p = 16$ cm, $r = 8\sqrt{2}$ cm dan $\angle R = 30^\circ$ tentukan besar $\angle P$!

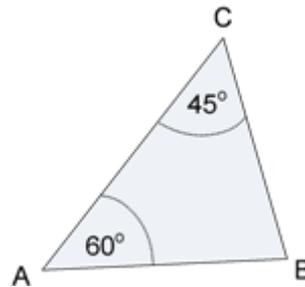


2. Aulia memotong sebuah kue ulang tahun. Ia ingin mencoba mengukur tiap sisi yang ia potong, dengan menggunakan Trigonometri.
Diketahui nilai dari $\sin \beta = \frac{2}{3}$. Tentukan nilai dari:
a) $\cos \beta$
b) $\tan \beta$

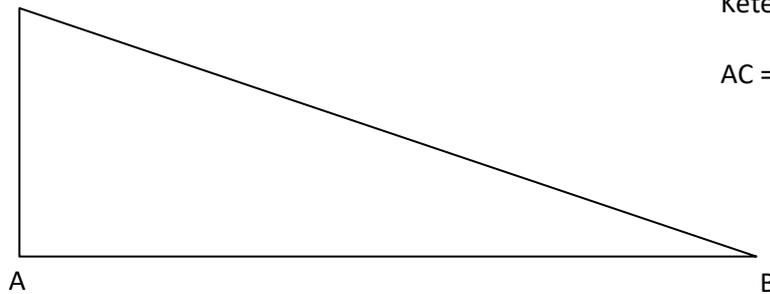


3. Perhatikan gambar segitiga di bawah ini!

Tentukan perbandingan panjang sisi AB dan BC!



4. Dalam $\triangle ABC$ sembarang, diketahui $\angle A = 45^\circ$, $\angle C = 75^\circ$, dan panjang BC = 10 cm. Hitunglah panjang AC!
5. Seorang anak yang tingginya 1,5 m berdiri di tengah lapangan yang terik. Cahaya matahari menyinari dan membuat bayangan dengan sudut elevasi titik pangkal bayangan adalah 30° terhadap horisontal. Berapa jarak anak ke titik pangkal bayangan tersebut!



Keterangan Gambar:

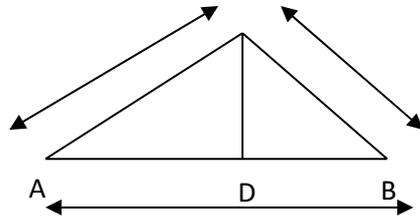
AC = tinggi anak

Apabila kalian telah mampu menyelesaikan soal di atas, maka kalian bisa melanjutkan pada kegiatan belajar 2 berikut.

Kegiatan Belajar 2

Setelah kalian belajar tentang aturan sinus pada contoh kegiatan belajar 1, sekarang perhatikan!

Coba diskusikan dengan temanmu mengenai aturan cosinus dibawah ini !



Perhatikan segitiga ABC diatas

Pada segitiga ACD
 $\sin A = \frac{CD}{AC} \leftrightarrow t = \dots \sin A$ (1)

$\cos B = \frac{AD}{AB} \leftrightarrow AD = \dots \cos A$ (2)

pada segitiga BCD
 $a^2 = \dots^2 + (\dots)^2$ (3)

$BD = AB - AD$
 $BD = \dots$ (4)

Substitusikan persamaan (1) dan (4) ke (3)

$a^2 = t^2 + (BD)^2$

$a^2 = (\dots)^2 + (\dots)^2$

$a^2 = \dots$

$a^2 = \dots$

$a^2 = \dots^2 + \dots^2 - 2 \dots$

$b^2 = \dots^2 + \dots^2 - 2 \dots$

$c^2 = \dots^2 + \dots^2 - 2 \dots$

Jadi.

$\cos A = \frac{\dots}{\dots}$

$\cos B = \frac{\dots}{\dots}$

$\cos C = \frac{\dots}{\dots}$





Ayo Berlatih !!!

1. Sebuah tiang bendera berdiri tegak pada tepian sebuah gedung bertingkat. Dari suatu tempat yang berada di tanah, titik pangkal tiang bendera terlihat dari sudut elevasi 60° dan titik ujung tiang bendera terlihat dengan sudut elevasi 70° .
Jika jarak horizontal dari titik pengamatan ke tepian gedung sama dengan 10 meter, berapa meterkah tinggi tiang bendera tersebut?
2. Ali, Badu, dan Carli sedang bermain di sebuah lapangan yang mendatar. Jarak Badu dari Ali 10 m, jarak Carli dari Badu 12 m. Berapakah besar sudut yang dibentuk oleh Badu, Ali dan Carli dalam posisi-posisi itu?
3. Hitunglah panjang sisi c pada segitiga ABC jika, $a=6$ cm, $b=8$ cm dan sudut $C=49^\circ$
4. Hitunglah besar sudut A jika $a = 6$ cm, $b = 5$ cm dan $c = 4$ cm

Bagaimana cara kalian bisa menemukan masing-masing pasangan tersebut? **Konsep mana** yang kalian gunakan untuk menemukan jawaban tersebut? Dapatkah kalian **menuliskan rumus** matematikanya? Dapatkah kalian memberikan contoh permasalahan dalam kehidupan sehari-hari yang **penyelesaiannya menggunakan rumusan matematika** tersebut? Kerjakan bersama teman kalian di buku kerja masing-masing! Periksa seluruh pekerjaan kalian kepada Guru agar dapat diketahui penguasaan materi sebelum kalian diperbolehkan belajar ke LKPD berikutnya.

c. Penutup

Bagaimana kalian sekarang?

Setelah kalian belajar bertahap dan berlanjut melalui kegiatan belajar 1 dan 2 berikut diberikan Tabel untuk mengukur diri kalian terhadap materi yang sudah kalian pelajari. Jawablah sejujurnya terkait dengan penguasaan materi pada LKPD ini di Tabel berikut.

Tabel Refleksi Diri Pemahaman Materi

No	Pertanyaan	Ya	Tidak
1.	Apakah kalian telah memahami konsep aturan sinus?		
2.	Apakah kalian telah memahami konsep aturan cosinus?		
3.	Dapatkah kalian menyelesaikan masalah kontekstual yang berkaitan dengan Aturan Sinus dan cosinus?		

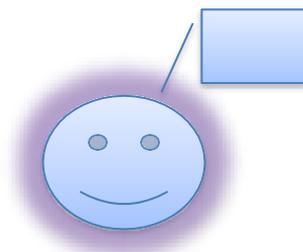
Jika menjawab “TIDAK” pada salah satu pertanyaan di atas, maka pelajarilah kembali materi tersebut dalam Buku Teks Pelajaran (BTP) dan pelajari ulang kegiatan belajar 1 dan 2 yang sekiranya perlu kalian ulang dengan bimbingan Guru atau teman sejawat. **Jangan putus asa**

untuk mengulang lagi!.Dan apabila semua pertanyaan, maka lanjutkan berikut.



Dimana posisimu?

Ukurlah diri kalian dalam menguasai materi Aturan Sinus Cosinus dalam rentang **0 - 100**, tuliskan ke dalam kotak yang tersedia.



Setelah kalian menuliskan penguasaanmu terhadap materi Trigonometri, lanjutkan kegiatan berikut untuk mengevaluasi penguasaan kalian!.

Yuk Cek Penguasaanmu terhadap Materi Trigonometri!

Agar dapat dipastikan bahwa kalian telah menguasai materi Aturan Sinu dan Cosinus maka kerjakan soal berikut secara mandiri di buku kerja kalian masing-masing.

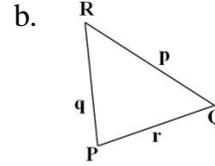
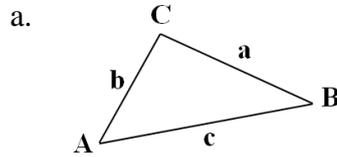
Setelah menyelesaikan soal di atas dan mengikuti kegiatan belajar 1 dan 2, **bagaimana** penyelesaian permasalahan di bagian awal pembelajaran tadi? Silahkan kalian berdiskusi dengan teman lain. Kemudian tuliskan penyelesaian matematika tersebut di buku kerja masing-masing!.

Ini adalah bagian akhir dari LKPD materi Aturan Sinus & Cosinus , mintalah tes formatif kepada Guru kalian sebelum belajar keLKPD berikutnya. **Sukses untuk kalian!!!**

o0000®0000o



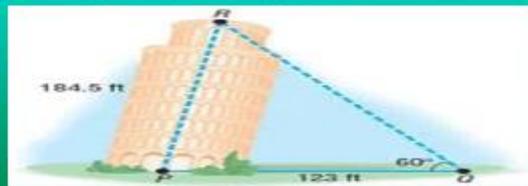
1. Tulislah aturan cosinus yang berlaku untuk tiap segitiga berikut.



2. Tiap $\triangle ABC$ berikut diketahui tiga buah unsur dalam urutan sisi, sudut, sisi. Hitunglah panjang sisi ketiga.
- $a = 7$ cm, $c = 8$ cm dan $\angle B = 120^\circ$
 - $a = 5$ cm, $b = 6$ cm dan $\angle C = 45^\circ$
 - $b = 12$ cm, $c = 14$ cm dan $\angle A = 135^\circ$
3. Dalam tiap $\triangle ABC$ berikut diketahui panjang ketiga sisinya. Hitunglah besar sudut yang diminta dengan pendekatan sampai satu tempat desimal.
- $a = 8$ cm, $b = 7$ cm dan $c = 4$ cm. Hitunglah besar $\angle A$.
 - $a = 8$ cm, $b = 14$ cm dan $c = 10$ cm. Hitunglah besar $\angle B$.
 - $a = 9$ cm, $b = 11$ cm dan $c = 6$ cm. Hitung sudut terbesar pada $\triangle ABC$.
4. Diketahui $\triangle ABC$ panjang sisi $AB = 14$ cm, $BC = 8$ cm dan $AC = 9$ cm. Tentukan : a. $\cos C$ b. $\tan C$ c. besar sudut C
5. Dalam waktu yang bersamaan, dua kapal meninggalkan pelabuhan. Kapal pertama berlayar dalam arah 092° dengan laju 20 km/jam, sedangkan kapal kedua berlayar dalam arah 152° dengan laju 15 km/jam. Hitunglah jarak antara kapal pertama dengan kapal kedua setelah berlayar selama 4 jam!

MEDIA

TRIGONOMETRI



Mempersembahkan

ATURAN SINUS DAN COSINUS

**Untuk Kelas X SMA
Semester 2**

Disusun Oleh :

HORAS J PAKPAHAN, S.Pd.

SMAN 3 TARUTUNG

Selamat Mengikuti

A. Kompetensi Inti

- **KI-1 dan KI-2:** Menghayati dan mengamalkan ajaran agama yang dianutnya. Menghayati dan mengamalkan perilaku jujur, disiplin, santun, peduli (gotong royong, kerjasama, toleran, damai), bertanggung jawab, responsif, dan pro-aktif dalam berinteraksi secara efektif sesuai dengan perkembangan anak di lingkungan, keluarga, sekolah, masyarakat dan lingkungan alam sekitar, bangsa, negara, kawasan regional, dan kawasan internasional".
- **KI 3:** Memahami, menerapkan, dan menganalisis pengetahuan faktual, konseptual, prosedural, dan metakognitif berdasarkan rasa ingin tahunya tentang ilmu pengetahuan, teknologi, seni, budaya, dan humaniora dengan wawasan kemanusiaan, kebangsaan, kenegaraan, dan peradaban terkait penyebab fenomena dan kejadian, serta menerapkan pengetahuan prosedural pada bidang kajian yang spesifik sesuai dengan bakat dan minatnya untuk memecahkan masalah
- **KI4:** Mengolah, menalar, dan menyaji dalam ranah konkret dan ranah abstrak terkait dengan pengembangan dari yang dipelajarinya di sekolah secara mandiri, bertindak secara efektif dan kreatif, serta mampu menggunakan metode sesuai kaidah keilmuan

B. Kompetensi Dasar

- 3.9. Menjelaskan aturan sinus dan cosinus
- 4.9. Menyelesaikan masalah yang berkaitan dengan aturan sinus dan cosinus

C. Indikator Pencapaian Kompetensi

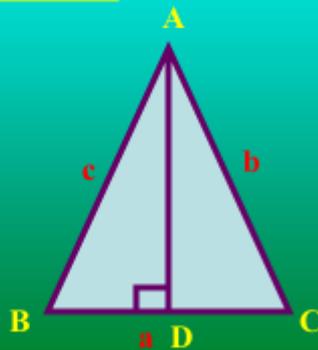
- 3.9.1. Menemukan konsep aturan sinus dan cosinus
- 4.9.1. Menyelesaikan masalah kontekstual yang berkaitan dengan aturan sinus dan cosinus

ATURAN SINUS

Pada segitiga ABC berlaku

$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}$$

BUKTI :

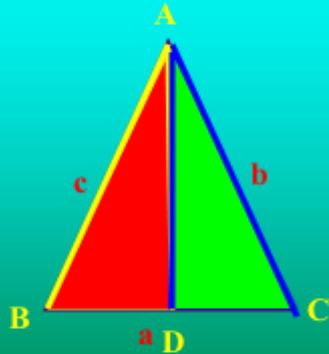


Perhatikan segitiga ABC di samping.

Pada segitiga ABC tersebut sisi AB = c, sisi AC = b dan sisi BC = a.

Pada segitiga ABC tersebut buatlah garis tinggi AD.





Perhatikan segitiga ADB dan segitiga ADC siku-siku di D di samping.

Pada segitiga ADB tersebut berlaku perbandingan trigonometri sebagai berikut :

$$\sin B = \frac{AD}{AB}$$

$$\Rightarrow AD = AB \cdot \sin B$$

$$\Rightarrow AD = c \cdot \sin B \quad (1)$$

Pada segitiga ADC siku-siku berlaku

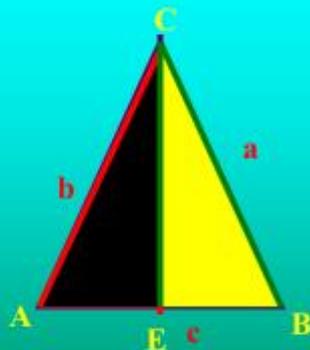
$$\sin C = \frac{AD}{AC} \Rightarrow AD = AC \cdot \sin C$$

$$\Rightarrow AD = b \cdot \sin C \quad (2)$$

Dari (1) $AD = c \cdot \sin B$ dan (2) $AD = b \cdot \sin C$ diperoleh hubungan sebagai berikut:

$$c \cdot \sin B = b \cdot \sin C$$

$$\frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} \quad (3)$$



Pada segitiga ABC di atas
buatlah garis tinggi CE.

Perhatikan segitiga AEC dan
segitiga BEC siku-siku di E di
samping.

Pada segitiga AEC berlaku
perbandingan trigonometri
sebagai berikut :

$$\sin A = \frac{EC}{AC}$$

$$\Rightarrow EC = AC \cdot \sin A$$

$$\Rightarrow EC = b \cdot \sin A \quad (4)$$

Pada segitiga BEC siku-siku
di E berlaku :

$$\sin B = \frac{EC}{BC} \Rightarrow EC = BC \cdot \sin B$$

$$\Rightarrow EC = a \cdot \sin B \quad (5)$$



Dari (4) $EC = b \cdot \sin A$ dan (5) $EC = a \cdot \sin B$
diperoleh hubungan sebagai berikut:

$$b \cdot \sin A = a \cdot \sin B$$

$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} \quad (6)$$



$$\frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} \quad (3)$$

$$\frac{b}{\sin B} = \frac{a}{\sin A} \quad (6)$$

Dari rumus (3) dan (6) di atas diperoleh hubungan sebagai berikut :

$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}$$

Rumus terakhir dikenal dengan

ATURAN SINUS

CONTOH SOAL

1. Pada segitiga ABC diketahui $\angle A = 30^\circ$, $\angle B = 45^\circ$ dan sisi $a = 6$ cm.

Tentukanlah :

- a. besar $\angle C$. b. panjang b .

Jawab :

- a. Dalam ΔABC berlaku $\angle A + \angle B + \angle C = 180^\circ$, maka $\angle C = 180^\circ - \angle A - \angle B = 180^\circ - 30^\circ - 45^\circ = 105^\circ$

Jadi besar $\angle C = 105^\circ$

$$\begin{aligned} \text{b. } \frac{a}{\sin A} &= \frac{b}{\sin B} \Rightarrow \frac{6}{\sin 30^\circ} = \frac{b}{\sin 45^\circ} \\ b &= \frac{6 \cdot \sin 45^\circ}{\sin 30^\circ} = \frac{6 \cdot 0,7071}{0,5} = 8,49 \end{aligned}$$

Jadi panjang $b = 8,49$ cm

ATURAN SINUS

Pada segitiga ABC berlaku

$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}$$



APLIKASI ATURAN SINUS

Aturan sinus secara umum dapat diaplikasikan (digunakan) untuk menentukan unsur-unsur pada sebuah segitiga yang belum diketahui, apabila unsur-unsur yang lainnya telah diketahui. Unsur-unsur yang diketahui dalam sebuah segitiga dapat terdiri dari

- 1) sisi, sudut, sudut disingkat ss, sd, sd
- 2) sudut, sisi, sudut disingkat sd, ss, sd
- 3) sisi, sisi, sudut disingkat ss, ss, sd



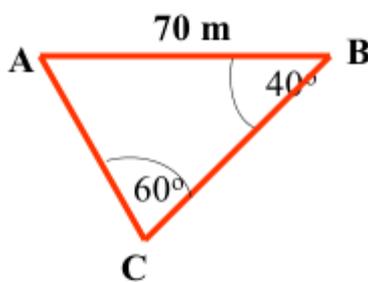
CONTOH :

1. Pak Udin ingin mengukur panjang batas-batas kebunnya yang berbentuk segitiga. Pada titik-titik pojok kebun ditempatkan tonggak A, B dan C. Jika jarak tonggak A dan B = 70 m dan $\angle ABC = 40^\circ$; $\angle BCA = 60^\circ$, tentukan panjang batas kebun Pak Udin lainnya yang belum diketahui !



Penyelesaian:

Keadaan kebun Pak Udin di atas dapat kita gambarkan sebagai berikut :



Pada gambar di samping

Diketahui :

Panjang AB = c = 70 m

$\angle ABC = \angle B = 40^\circ$

$\angle BCA = \angle C = 60^\circ$

(sisi, sudut, sudut)

Yang belum diketahui :

$\angle BAC = \angle A = \dots?$

Panjang AC = b =?

Panjang BC = a =?



ATURAN KOSINUS

Pada setiap segitiga ABC berlaku :

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2.b.c.\cos A$$

$$b^2 = a^2 + c^2 - 2.a.c.\cos B$$

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2.a.b.\cos C$$

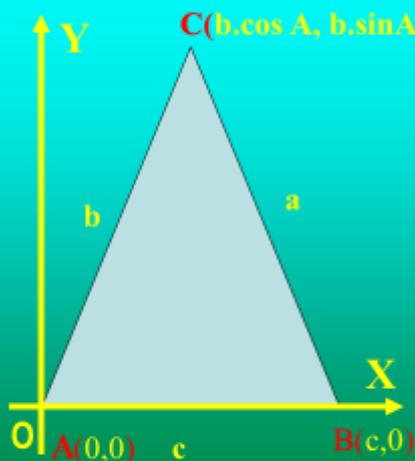
$$\cos A = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc}$$

$$\cos B = \frac{a^2 + c^2 - b^2}{2ac}$$

$$\cos C = \frac{a^2 + b^2 - c^2}{2ab}$$



BUKTI:



Perhatikan segitiga ABC di samping.

Jika segitiga tersebut kita letakkan pada bidang koordinat kartesius dengan titik A berimpit pada titik asal $O(0,0)$ dan sisi AB berimpit dengan sumbu X.

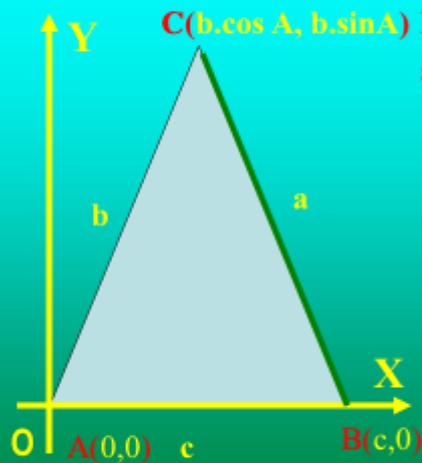
Maka diperoleh koordinat-koordinat titik sudut segitiga itu sebagai berikut.

Titik A(0,0) ,

Titik B(c,0)

Titik C(b.cos A, b.sinA)





Kita cari panjang BC dengan menggunakan rumus jarak :

$$BC^2 = (b \cdot \cos A - c)^2 + (b \cdot \sin A - 0)^2$$

$$a^2 = b^2 \cdot \cos^2 A - 2 \cdot b \cdot c \cdot \cos A + c^2 + b^2 \cdot \sin^2 A$$

$$a^2 = b^2 (\cos^2 A + \sin^2 A) + c^2 - 2 \cdot b \cdot c \cdot \cos A$$

karena $\cos^2 A + \sin^2 A = 1$, maka

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2 \cdot b \cdot c \cdot \cos A$$

$$\text{atau } \cos A = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc}$$



Dengan cara yang sama, jika kita letakkan sudut B pada titik asal $O(0,0)$ dan sisi BC berimpit dengan sumbu X, maka akan kita peroleh :

$$b^2 = a^2 + c^2 - 2ac \cdot \cos B$$

$$\text{atau } \cos B = \frac{a^2 + c^2 - b^2}{2ac}$$

Demikian juga, jika kita letakkan sudut C pada titik asal $O(0,0)$ dan sisi CA berimpit dengan sumbu X, maka akan kita peroleh :

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cdot \cos C$$

$$\text{atau } \cos C = \frac{a^2 + b^2 - c^2}{2ab}$$

Rumus-rumus di atas dinamakan

ATURAN KOSINUS



CONTOH SOAL

Pada segitiga ABC diketahui $\angle A = 60^\circ$, $b = 5$ cm dan $c = 6$ cm. Tentukan panjang a !.

Jawab :

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2.b.c.\cos A$$

$$a^2 = 5^2 + 6^2 - 2.5.6.\cos 60^\circ$$

$$= 25 + 36 - 60. \frac{1}{2}$$

$$= 61 - 30$$

$$= 31$$

$$a = \sqrt{31}. \text{ Jadi panjang } a = \sqrt{31} \text{ cm.}$$

ATURAN COSINUS

Pada segitiga ABC berlaku

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc.\cos A$$

$$b^2 = a^2 + c^2 - 2ac.\cos B$$

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab.\cos C$$

APLIKASI

ATURAN COSINUS

Aturan cosinus secara umum dapat diaplikasikan (digunakan) untuk menentukan

1. Panjang sisi pada sebuah segitiga yang belum diketahui, apabila dua sisi lainnya dan besar sudut yang diapit oleh kedua sisi itu diketahui (ss, sd, ss)
2. Besar sudut-sudut sebuah segitiga jika panjang ketiga buah sisinya telah diketahui (ss, ss, ss)



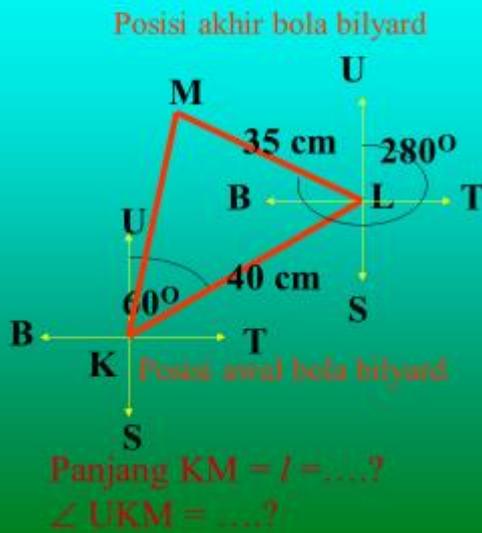
CONTOH :

1. Sebuah bola bilyard bergerak dengan arah 060° sejauh 40 cm, kemudian memantul dan bergerak dengan arah 280° sejauh 35 cm. Tentukan jarak dan arah posisi akhir bola bilyard dari posisi awal. !



Penyelesaian :

Kejadian tersebut dapat kita gambarkan sebagai berikut :



Pada gambar disamping
 $\angle KLS = \angle UKL = 60^\circ$
 $\angle KLB = \angle BLS - \angle KLS$
 $= 90^\circ - 60^\circ = 30^\circ$
 $\angle BLM = 10^\circ$
 $\angle KLM = \angle KLB + \angle BLM$
 $= 30^\circ + 10^\circ = 40^\circ$
Dengan demikian pada segi-
tiga KLM diketahui :
Panjang $KL = m = 40$ cm
 $\angle KLM = \angle L = 40^\circ$
Panjang $LM = k = 35$ cm
(ss, sd, ss)

Menentukan panjang $KM = l$ adalah sebagai berikut :

$$\begin{aligned}l^2 &= k^2 + m^2 - 2km \cdot \cos L \\l^2 &= 35^2 + 40^2 - 2 \cdot 35 \cdot 40 \cdot \cos 40^\circ \\l^2 &= 1225 + 1600 - 2800 \cdot 0,7660 \\l^2 &= 2825 - 2144,8 \\l^2 &= 680,2 \\l &= \sqrt{680,2} = 26,08\end{aligned}$$

Jadi jarak posisi akhir bola bilyard dari posisi awal adalah = panjang $KM = l = 26,08$ cm

**Menentukan arah bola bilyard pada posisi akhir dari
Posisi awal, sebagai berikut :**

$$\angle UKM = \angle UKT - \angle MKL - \angle LKT$$

$$\begin{aligned} \cos \angle MKL &= \frac{KL^2 + KM^2 - LM^2}{2 \cdot KL \cdot KM} \\ \Rightarrow \cos \angle MKL &= \frac{40^2 + 26,08^2 - 35^2}{2 \cdot 40 \cdot 26,08} \\ \Rightarrow \cos \angle MKL &= \frac{1600 + 680,17 - 1225}{2086,4} \\ \Rightarrow \cos \angle MKL &= \frac{1055,17}{2086,4} = 0,5057 \\ \Rightarrow \angle MKL &= 59,62^\circ \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Dengan demikian } \angle UKM &= \angle UKT - \angle LKT - \angle MKL \\ &= 90^\circ - 30^\circ - 59,62^\circ = 0,38^\circ \end{aligned}$$

**Jadi dengan demikian jarak bola bilyard pada posisi
akhir dari posisi awal adalah = panjang KM = 26,08 cm
dengan arah 0,38°**

**APAKAH ANDA
SUDAH MENGERTI
????**

SUDAH = 

BELUM = 

PILIH SALAH SATU (TEKAN TOMBOL)

**SELAMAT
ANDA SUDAH SELESAI**

**MEMPELAJARI
RUMUS-RUMUS SEGITIGA
DALAM TRIGONOMETRI**

SEMOGA BERHASIL

PENILAIAN

LEMBAR PENILAIAN SIKAP

Kelas/Semester : X / 2

Pelajaran : TRIGONOMETRI

Sub Pelajaran : Aturan Sinus dan Cosinus

No	Nama Siswa	Disiplin	Jujur	Tanggung Jawab	Santun	Keterangan

Keterangan sikap:

Sangat Baik: 4

Baik : 3

Cukup : 2

Kurang : 1

Cara mencari nilai (N) = Jumlah skor yang diperoleh siswa dibagi jumlah skor maksimal dikali skor ideal (100)

Mengetahui,
Kepala Sekolah

Drs.DALLES TAMBUN
NIP. 19640310 199512 1 001

TARUTUNG, Mei 2021
Guru Mata Pelajaran

HORAS JOSUA PAKPAHAN
NIP. 19890914 201505 1 001

LEMBAR PENILAIAN PENGETAHUAN

Kelas/Semester : X / 2

Pelajaran : TRIGONOMETRI

Sub Pelajaran : Aturan Sinus dan Cosinus

No	Nama Siswa	Penilaian 1	Penilaian 2	Penilaian 3	Penilaian 4	Keterangan

Mengetahui,
Kepala Sekolah

Drs.DALLES TAMBUN
NIP. 19640310 199512 1 001

TARUTUNG, Mei 2021
Guru Mata Pelajaran

HORAS JOSUA PAKPAHAN
NIP. 19890914 201505 1 001

ATURAN SINUS DAN COSINUS

1. Pada suatu segitiga ABC , besar $\angle C$ tiga kali besar $\angle A$ dan besar $\angle B$ dua kali besar $\angle A$. Berapakah perbandingan panjang AB dan BC ?
 - A. $2 : 1$.
 - B. $3 : 2$
 - C. $1 : 2$
 - D. $2 : 3$
 - E. $3 : 4$
2. Sukardi dan Lili berdiri di suatu pantai dengan terpisah jarak 6 km antara keduanya. Garis pantai yang melalui mereka berupa garis lurus. Keduanya dapat melihat kapal laut yang sama dari tempat mereka berdiri. Misalkan sudut antara tempat Sukardi berdiri dengan kapal laut yang merupakan garis lurus adalah 45° . Sementara itu, sudut antara tempat Lili berdiri dengan kapal laut yang merupakan garis lurus adalah 15° . Jika jarak kapal laut dengan tempat Lili berdiri adalah $a\sqrt{b}$ km, dengan $a\sqrt{b}$ adalah bentuk akar paling sederhana, maka nilai $b - a = \dots$
 - A. 0
 - B. 2
 - C. 3
 - D. 4.
 - E. 6
3. Nilai sinus sudut terkecil dari segitiga yang sisinya 5 cm, 6 cm dan $\sqrt{21}$ cm adalah...
 - A. $15\sqrt{21}$
 - B. $16\sqrt{21}$
 - C. $15\sqrt{5}$
 - D. $16\sqrt{5}$
 - E. $13\sqrt{5}$.
4. Sebuah kapal berlayar ke arah timur sejauh 30 mil. Kemudian kapal melanjutkan perjalanan dengan arah 030° sejauh 60 mil. Jarak kapal terhadap posisi saat kapal berangkat adalah...
 - A. $10\sqrt{37}$ mil
 - B. $30\sqrt{7}$ mil.
 - C. $30\sqrt{8}$ mil
 - D. $30\sqrt{9}$ mil
 - E. $30\sqrt{10}$ mil
5. Diketahui A dan B adalah titik-titik ujung sebuah terowongan yang dilihat dari C dengan sudut $ACB = 45^\circ$. Jika jarak $CB = p$ meter dan $CA = 2p\sqrt{2}$ meter, maka panjang terowongan itu adalah... meter.
 - A. $p\sqrt{5}$.
 - B. $p\sqrt{17}$
 - C. $3\sqrt{2}$
 - D. $4p$
 - E. $5p$

Pedoman Penskoran

NO	SOAL	SKOR
1	<p>1. Pada suatu segitiga ABC, besar $\angle C$ tiga kali besar $\angle A$ dan besar $\angle B$ dua kali besar $\angle A$. Berapakah perbandingan panjang AB dan BC?</p> <p>A. 2 : 1. B. 3 : 2 C. 1 : 2 D. 2 : 3 E. 3 : 4</p>	20
2	<p>2. Sukardi dan Lili berdiri di suatu pantai dengan terpisah jarak 6 km antara keduanya. Garis pantai yang melalui mereka berupa garis lurus. Keduanya dapat melihat kapal laut yang sama dari tempat mereka berdiri. Misalkan sudut antara tempat Sukardi berdiri dengan kapal laut yang merupakan garis lurus adalah 45°. Sementara itu, sudut antara tempat Lili berdiri dengan kapal laut yang merupakan garis lurus adalah 15°. Jika jarak kapal laut dengan tempat Lili berdiri adalah $a\sqrt{b}$ km, dengan $a\sqrt{b}$ adalah bentuk akar paling sederhana, maka nilai $b - a = \dots$</p> <p>A. 0 B. 2 C. 3 D. 4. E. 6</p>	20
3	<p>3. Nilai sinus sudut terkecil dari segitiga yang sisinya 5 cm, 6 cm dan $\sqrt{21}$ cm adalah...</p> <p>A. $15\sqrt{21}$ B. $16\sqrt{21}$ C. $15\sqrt{5}$ D. $16\sqrt{5}$ E. $13\sqrt{5}$.</p>	20
4	<p>4. Sebuah kapal berlayar ke arah timur sejauh 30 mil. Kemudian kapal melanjutkan perjalanan dengan arah 030° sejauh 60 mil. Jarak kapal terhadap posisi saat kapal berangkat adalah...</p> <p>A. $10\sqrt{37}$ mil B. $30\sqrt{7}$ mil. C. $30\sqrt{8}$ mil</p>	20

	<p>D. $30\sqrt{9}$ mil</p> <p>E. $30\sqrt{10}$ mil</p>	
5	<p>5. Diketahui A dan B adalah titik-titik ujung sebuah terowongan yang dilihat dari C dengan sudut $ACB = 45^\circ$. Jika jarak $CB = p$ meter dan $CA = 2p\sqrt{2}$ meter, maka panjang terowongan itu adalah... meter.</p> <p>A. $p\sqrt{5}$.</p> <p>B. $p\sqrt{17}$</p> <p>C. $3\sqrt{2}$</p> <p>D. $4p$</p> <p>E. $5p$</p>	20
Skor Maksimum		100

LEMBAR PENILAIAN KETERAMPILAN

Kelas/Semester : X / 2

Pelajaran : TRIGONOMETRI

Sub Pelajaran : Aturan Sinus dan Cosinus

No	Nama Siswa	Penguasaan materi	Kemampuan menjawab pertanyaan	Kemampuan mengolah kata	Kemampuan menyelesaikan masalah	Keterangan

Keterangan Keterampilan :

Sangat Baik: 4

Baik : 3

Cukup : 2

Kurang : 1

Cara mencari nilai (N) = Jumlah skor yang diperoleh siswa dibagi jumlah skor maksimal dikali skor ideal (100)

Mengetahui,
Kepala Sekolah

TARUTUNG, Mei 2021
Guru Mata Pelajaran

Drs.DALLES TAMBUN
NIP. 19640310 199512 1 001

HORAS JOSUA PAKPAHAN
NIP. 19890914 201505 1 001