


## RENCANA PELAKSANAAN PEMBELAJARAN (RPP)

**Satuan Pendidikan** : SMK Ma'arif 1 Wates  
**Mata Pelajaran** : Matematika  
**Kelas** : X  
**Semester** : Genap  
**Tema** : Trigonometri  
**Sub Tema** : Aturan Sinus dan Cosinus  
**Pembelajaran ke** : 1  
**Alokasi Waktu** : 10 menit (1 x pertemuan)

<b>Kompetensi Dasar</b>	3.9.	Menjelaskan aturan sinus dan cosinus
	4.9.	Menyelesaikan masalah yang berkaitan dengan aturan sinus dan cosinus.
<b>Indikator Pencapaian Kompetensi (IPK)</b>	3.9.1	Menjelaskan konsep aturan sinus dan cosinus
	4.9.1	Menerapkan aturan sinus dan cosinus dalam menyelesaikan masalah yang ada
<b>A. Tujuan Pembelajaran:</b> Melalui pembelajaran (menggunakan metode diskusi informasi dan presentasi serta) menggunakan model pembelajaran <b>Problem Based Learning</b> dengan mengamati gambar, peserta didik dapat mengamati segitiga yang memiliki garis tinggi dengan benar dan mempresentasikan aturan sinus dan cosinus dengan komunikatif dan penuh percaya diri.		
<b>B. Metode, model, media pembelajaran, dan sumber belajar</b> Metode : Diskusi informasi, presentasi Model : <i>Problem Based Learning</i> Media : <i>Power Point, LKPD</i> Sumber belajar : Buku pelajaran, <i>Youtube, Situs internet</i>		
<b>C. Kegiatan Pembelajaran</b>		
Pendahuluan (2 menit)	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. Guru dan peserta didik saling memberi dan menjawab salam, menanyakan kabar dan berdoa bersama.</li> <li>2. Guru mengecek kehadiran.</li> <li>3. Guru menyampaikan materi pada pertemuan sebelumnya.</li> <li>4. Guru memberikan apersepsi dengan mengaitkan materi pelajaran sebelumnya yaitu panjang lintasan dan memberi pertanyaan mengenai balon udara.</li> <li>5.                             <div style="display: flex; justify-content: space-around; align-items: center;">  <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; width: 200px;">                                 Apakah kalian pernah melihat balon udara terbang ?                                  Berapa panjang lintasan yang dicapai oleh balon udara dari kota A ke kota B ?                             </div> </div> <p style="font-size: small; margin-top: 10px;">                                 Sumber: <a href="http://4.bp.blogspot.com/-N8cDBcyyLo8/UP_YOW_z-mI/AAAAAAAAARa8/BO9jyBX16A/s1600/super+Air+Balloons+Wallpapers+01.jpg">http://4.bp.blogspot.com/-N8cDBcyyLo8/UP_YOW_z-mI/AAAAAAAAARa8/BO9jyBX16A/s1600/super+Air+Balloons+Wallpapers+01.jpg</a> </p> </li> <li>6. Guru menyampaikan motivasi dan mengingatkan protokol kesehatan.</li> <li>7. Guru menyampaikan topik dan tujuan pembelajaran yang ingin dicapai.</li> </ol>	
Kegiatan Inti (6 menit)	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. Guru menyampaikan permasalahan yang akan dipecahkan oleh peserta didik melalui gambar segitiga sembarang yang disajikan.</li> <li>2. Peserta didik mengamati, menemukan dan memahami masalah yang disampaikan melalui gambar.</li> <li>3. Guru membagi peserta didik dalam kelompok diskusi dan meminta menyimak LKPD.</li> <li>4. Peserta didik menjelaskan dan menerapkan aturan sinus dan cosinus menggunakan LKPD dengan bantuan guru.</li> </ol>	

	<ol style="list-style-type: none"> <li>5. Peserta didik mengumpulkan informasi yang sesuai mengenai gambar segitiga sembarang dari tayangan slide ppt yang disajikan guru.</li> <li>6. Peserta didik mengerjakan LKPD. Guru membantu peserta didik untuk menemukan konsep aturan sinus dan cosinus apabila menemui kesulitan.</li> <li>7. Peserta didik mempresentasikan LKPD yang telah dikerjakan.</li> <li>8. Peserta didik dan guru membahas LKPD yang telah dikerjakan untuk menuntun peserta didik menemukan konsep sesuai LKPD</li> <li>9. Peserta didik menyimpulkan hasil pembelajaran sesuai dengan tujuan pembelajaran dengan bantuan guru.</li> <li>10. Guru dan peserta didik melaksanakan klarifikasi atas beberapa miskonsepsi selama kegiatan pembelajaran.</li> <li>11. Guru memberikan penguatan atas kesimpulan yang disampaikan peserta didik</li> </ol>
<p>Penutup (2 menit)</p>	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. Peserta didik memberikan umpan balik (pengalaman belajar) dan refleksi diri atas kegiatan pembelajaran yang telah dilakukan dan menuliskannya pada buku catatan masing-masing.</li> <li>2. Guru memberikan tes tertulis untuk mengukur hasil belajar kognitif peserta didik.</li> <li>3. Guru memberikan informasi untuk materi pada pertemuan selanjutnya.</li> <li>4. Guru bersama-sama dengan peserta didik mengakhiri pembelajaran dengan doa dan salam penutup.</li> </ol>

#### D. Penilaian

Pengetahuan	Tes tertulis
Keterampilan	Observasi keterampilan
Sikap	Observasi

## LAMPIRAN

### A. Penilaian, Pembelajaran Remedial dan Pengayaan

#### 1. Teknik Penilaian:

##### a. Sikap (**Spiritual dan Sosial**)

- 1) Observasi (jurnal)
- 2) Penilaian diri
- 3) Penilaian antar teman

##### b. Pengetahuan

Tes tertulis

##### c. Keterampilan

Kinerja

#### 2. Instrumen Penilaian: Terlampir

##### a. Instrumen Penilaian Pengetahuan

- **Kisi Kisi**

Kompetensi Dasar	Indikator	Nomer Soal	Bentuk Soal
3.9 :Menjelaskan aturan sinus dan cosinus	- Menentukan panjang salah satu sisi segitiga, jika diketahui 2 sisi lain dan salah satu sudutnya.	1	C1 Uraian
4.9:Menyelesaikan masalah yang berkaitan dengan aturan sinus dan cosinus	- Membuktikanaturancosinus pada segitiga	2	C2 Uraian
	- Menentukan panjang salah satu sudut segitiga, jika diketahui 2 sisi lain dan salah satu sudutnya.	3	C1 Uraian

- Menerapkan aturan sinus 4 C3  
 cosinus pada kehidupan Uraian  
 sehari-hari

• **Tes Tertulis**

1. Diketahui  $\Delta ABC$  siku-siku di C, dengan panjang sisi  $b = 6$ , dan besar  $\angle A = 60^\circ$ .  
 Hitung panjang sisi a !
2. Buktikan bahwa untuk segitiga sembarang, berlaku

$$\cos A = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc}$$

3. Diketahui  $\Delta ABC$  dengan panjang sisi  $AB = 8$  cm,  $BC = 6$  cm dan besar  $\angle A = 60^\circ$ . Tentukan panjang sisi AC.
4. Dua kapal A dan B meninggalkan suatu pelabuhan secara bersama-sama. Kapal A berlayar dengan arah  $25^\circ$  dan kecepatan 8 Km/jam, sedangkan kapal B berlayar dengan arah  $145^\circ$  dan kecepatan 12 km/jam. Tentukan jarak kedua kapal tersebut setelah berlayar selama 2 jam.

• **Rubrik Penilaian**

1. **Diketahui :**  $\angle C = 90^\circ$   
 $b = 6$   
 $\angle A = 60^\circ$

**Ditanya :** panjang sisi a

**Jawab:**

$$\begin{aligned} \angle B &= 180^\circ - \angle C - \angle A \\ &= 180^\circ - 90^\circ - 60^\circ \\ &= 30^\circ \end{aligned}$$

$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B}$$

$$\begin{aligned}
 a &= \frac{b \times \sin A}{\sin B} \\
 &= \frac{6 \times \sin 60^\circ}{\sin 30^\circ} \\
 &= \frac{6 \times \frac{1}{2}\sqrt{3}}{\frac{1}{2}} \\
 &= 6\sqrt{3}
 \end{aligned}$$

∴ Jadi panjang sisi a adalah  $a = 6\sqrt{3}$  (score 20)

2. Pada segitiga ACD

$$\sin A = \frac{CD}{AC} \leftrightarrow t = b \cdot \sin A \quad \dots \dots (i)$$

$$\cos B = \frac{AD}{AC} \leftrightarrow AD = b \cdot \cos A \quad \dots \dots (ii)$$

pada segitiga BCD

$$a^2 = t^2 + (BD)^2 \quad \dots \dots (iii)$$

$$BD = AB - AD$$

$$BD = c - b \cdot \cos A \quad \dots \dots (iv)$$

Substitusikan persamaan (i) dan (iv) ke (iii)

$$\begin{aligned}
 a^2 &= t^2 + (BD)^2 \\
 &= (b \sin A)^2 + (c - b \cos A)^2 \\
 &= b^2 \sin^2 A + c^2 - 2bc \cos A + b^2 \cos^2 A \\
 &= b^2 \sin^2 A + b^2 \cos^2 A + c^2 - 2bc \cos A \\
 &= b^2 (\sin^2 A + \cos^2 A) + c^2 - 2bc \cos A \\
 &= b^2 + c^2 - 2bc \cos A
 \end{aligned}$$

∴ Jadi, terbukti  $\cos A = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc}$  (score 20)

3. **Diketahui:**  $AB = 8 \text{ cm}$

$$BC = 6 \text{ cm}$$

$$\angle A = 60^\circ.$$

**Ditanya :** AC.

**Jawab:**

$$AC^2 = AB^2 + BC^2 - 2 \cdot AB \cdot BC \cdot \cos A$$

$$= 8^2 + 6^2 - (2 \cdot 8 \cdot 6 \cdot \cos 60^\circ)$$

$$= 64 + 36 - \left(2 \cdot 8 \cdot 6 \cdot \frac{1}{2}\right)$$

$$= 100 - 48$$

$$= 52$$

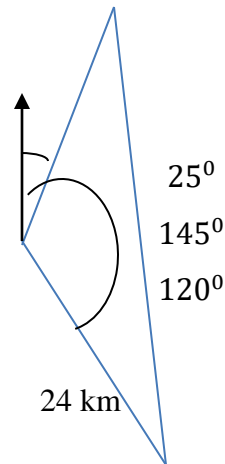
$$AC = \sqrt{52}$$

$$= 2\sqrt{13}$$

$\therefore$  Jadi panjang sisi AC adalah  $2\sqrt{13} \text{ cm}$ . (score 20)

4. **Diketahui :**

16 km



Perhatikan gambar di atas. Setelah berlayar selama 2 jam, kapal A menempuh jarak 16 km dan kapal B menempuh jarak 24 km.

**Ditanya :** jarak AB

**Jawab :**

$$AB^2 = 16^2 + 24^2 - 2 \cdot 16 \cdot 24 \cdot \cos 120^\circ$$

$$\begin{aligned}
&= 256 + 576 - \left(2.16.24. \left(-\frac{1}{2}\right)\right) \\
&= 832 + 384 \\
&= 1216 \\
AB &= \sqrt{1216} \\
&= 8\sqrt{19}
\end{aligned}$$

∴ Jadi jarak AB setelah menempuh 2 jam perjalanan adalah  $8\sqrt{19}$  km. (*score 20*)

**Penilaian:**  $\frac{\text{Total Score}}{100} \times 100$

*Catatan:*

Penskoran bersifat komprehensif / menyeluruh, tidak saja memberi skor untuk jawab anakhir, tetapi juga proses pemecahan masalah yang terutama meliputi pemahaman, tata cara penulisan, ketepatan penggunaan simbol, penalaran (logis) serta ketepatan strategi memecahkan masalah.

**b. Instrumen Penilaian Keterampilan**

**LEMBAR PENGAMATAN PENILAIAN KETERAMPILAN**

Mata Pelajaran : Matematika  
Materi : Trigonometri (Aturan Sinus dan Cosinus)  
Kelas/Semester : X / Genap  
Tahun Pelajaran : 2021/2022  
Waktu Pengamatan :

Indikator terampil menerapkan konsep/prinsip dan strategi pemecahan masalah yang relevan yang berkaitan dengan Rumus - Rumus Segitiga (Aturan Sinus dan Cosinus)

1. Skor 1 : Kurang terampil *jika* sama sekali tidak dapat menjelaskan dan menerapkan pemecahan masalah yang berkaitan dengan aturan sinus dan cosinus.
2. Skor 2 : Cukup terampil *jika* menunjukkan mampu menjelaskan dan menerapkan pemecahan masalah yang berkaitan dengan aturan sinus dan cosinus namun membutuhkan lebih lama.
3. Skor 3 : Terampil *jika* menunjukkan mampu menjelaskan dan menerapkan pemecahan masalah yang berkaitan dengan aturan sinus dan cosinus dalam waktu normal.
4. Skor 4 : Sangat terampil *jika* menunjukkan mampu menjelaskan dan menerapkan pemecahan masalah yang berkaitan dengan aturan sinus dan cosinus dalam waktu yang lebih singkat.

Isilah Skor pada kolom-kolom sesuai hasil pengamatan.

No	Nama Siswa	Keterampilan			
		Menerapkan konsep/prinsip dan strategi pemecahan masalah			
		1	2	3	4



**c. Instrumen Penilaian Sikap**

**LEMBAR PENGAMATAN PENILAIAN SIKAP**

Mata Pelajaran : Matematika  
Materi : Trigonometri (Aturan Sinus dan Cosinus)  
Kelas/Semester : X / Genap  
Tahun Pelajaran : 2021/2022  
Waktu Pengamatan :

Indikator sikap aktif dalam pembelajaran Rumus - Rumus Segitiga (Aturan Sinus dan Cosinus)

1. Skor 1 : *jika* menunjukkan sama sekali tidak ambil bagian dalam pembelajaran
2. Skor 2 : *jika* menunjukkan sudah ada usaha ambil bagian dalam pembelajaran namun pasif dalam diskusi kelompok
3. Skor 3 : *jika* menunjukkan sudah ada ambil bagian dalam pembelajaran tetapi belum konsisten
4. Skor 4 : *jika* menunjukkan sudah ambil bagian dalam menyelesaikan tugas kelompok secara terus menerus dan konsisten

Indikator sikap bekerjasama dalam kegiatan kelompok.

1. Skor 1 : *jika* sama sekali tidak berusaha untuk bekerjasama dalam kegiatan kelompok.
2. Skor 2 : *jika* menunjukkan sudah ada usaha untuk bekerjasama dalam kegiatan kelompok tetapi pasif dalam diskusi kelompok.
3. Skor 2 : *jika* menunjukkan sudah bekerjasama dalam kegiatan kelompok tetapi masih belum konsiten.
4. Skor 4 : *jika* menunjukkan sudah bekerjasama dalam kegiatan kelompok secara terus menerus dan konsisten.

NO	NAMA SISWA	Dalam pembelajaran dan kegiatan diskusi kelompok							
		AKTIF				BEKERJA SAMA			
		1	2	3	4	1	2	3	4
1									
2									
3									
4									
5									
6									
7									

### LEMBAR PENILAIAN SIKAP SOSIAL

Rubrik: 4 = Sangatbaik, 3 = Baik, 2 = Cukup, 1 = Kurang

NAMA	No	KERJASAMA	Kriteria			
			1	2	3	4
	1	Bertanya saat proses penyelesaian masalah				
	2	Menjawab pertanyaan saat proses penyelesaian masalah				
	3	Bersedia diberi tugas dalam kelompoknya				
	4	Kerjasama saat pengumpulan data				
	5	Kerjasama saat penarikan kesimpulan				

### DISIPLIN

- 1 Sudah siap saat pelajaran akan dimulai
- 2 Membawa peralatan yang diperlukan dalam pembelajaran
- 3 Tepat waktu dalam mengumpulkan tugas

- 4 Mentaati aturan kelas dan aturan guru dalam proses pembelajaran
- 5 Datang tepat waktu

#### **TOLERANSI**

- 1 Menerima kesepakatan meskipun berbeda dengan pendapatnya
- 2 Dapat menerima kekurangan orang lain
- 3 Tidak mengganggu teman yang berbeda pendapat
- 4 Dapat memaafkan orang lain
- 5 Terbuka terhadap keyakinan dan gagasan orang lain

Penilaian:  $\frac{\text{total score}}{15} \times 100$

## PENILAIAN DIRI MENGENAI SIKAP TERHADAP MATA PELAJARAN

Mata Pelajaran : Matematika  
Materi : Trigonometri (Aturan Sinus dan Cosinus)  
Kelas/Semester : X / Genap  
Tahun Pelajaran : 2021/2022  
Waktu Pengamatan :

### Kompetensi Inti:

KI.2 : Mengembangkan perilaku (proaktif, dan kerjasama) dan menunjukkan sikap sebagai bagian dari solusi atas berbagai permasalahan bangsa dalam berinteraksi secara efektif dengan lingkungan sosial dan alam serta dalam menempatkan diri sebagai cerminan bangsa dalam pergaulan dunia

### Kompetensi Dasar:

1.1 Memiliki motivasi internal, kemampuan bekerjasama, konsisten, sikap disiplin, rasa percaya diri, dan sikap toleransi dalam perbedaan strategi berpikir dalam memilih dan menerapkan strategi menyelesaikan masalah.

### Penilaian diri:

Bacalah baik-baik setiap pernyataan dan berilah tanda V pada kolom yang sesuai dengan keadaan dirimu yang sebenarnya!

NO	PERNYATAAN	YA	TIDAK
1	Pada masalah kontekstual yang diajukan saya mencatat data apa adanya		
2	Saya menyelesaikan tugas diskusi sesuai dengan waktu yang telah ditentukan		
3	Saya mencari literatur lain untuk menyelesaikan masalah		
4	Saya menyimpulkan rumus dengan didukung data		
5	Dalam membuat laporan saya cukup menyalin laporan teman saya		

## LEMBAR PENILAIAN ANTAR TEMAN

Mata Pelajaran : Matematika  
Materi : Trigonometri (Aturan Sinus dan Cosinus)  
Kelas/Semester : X / Genap  
Tahun Pelajaran : 2021/2021  
Waktu Pengamatan :

### Kompetensi Inti:

KI.2 : Mengembangkan perilaku (proaktif, dan kerjasama) dan menunjukkan sikap sebagai bagian dari solusi atas berbagai permasalahan bangsa dalam berinteraksi secara efektif dengan lingkungan sosial dan alam serta dalam menempatkan diri sebagai cerminan bangsa dalam pergaulan dunia

### Kompetensi Dasar:

2.1 :Memiliki motivasi internal, kemampuan bekerjasama, konsisten, sikap disiplin, rasa percaya diri, dan sikap toleransi dalam perbedaan strategi berpikir dalam memilih dan menerapkan strategi menyelesaikan masalah.

### Petunjuk:

1. Amatilah perilaku temanmu dengan cermati selama mengikuti pembelajaran matematika tentang aturan sinus cosinus
2. Berilah tanda V pada kolom yang sesuai (ya atau tidak) berdasarkan hasil pengamatanmu!
3. Serahkan hasil pengamatan kepada bapak/ibu guru!

Daftar periksa pengamatan sikap antar teman

Mata Pelajaran : Matematika  
 Nama pesertadidik yang diamati : .....  
 Kelas : .....  
 Waktu pengamatan : .....

No	Perilaku / sikap	Muncul/ dilakukan	
		Ya	Tidak
1	Mau menerima pendapat teman		
2	Memaksa teman untuk menerima pendapatnya		
3	Memberi solusi terhadap pendapat yang bertentangan		
4	Dapat bekerjasama dengan teman yang berbeda status sosial, suku, dan agama		
5	Mau membantu teman yang belum memahami materi		

Nama pengamat:

( ..... )

## B. Rencana Tindak Lanjut Hasil Penilaian (Remedial dan atau pengayaan)

### Remedial

1. Diketahui  $\triangle ABC$  dengan  $\angle A = 30^\circ$  dan  $\angle B = 120^\circ$  dan panjang sisi  $AC = 8$  cm. Hitunglah :
  - i. Besar  $\angle C$
  - ii. Panjang sisi BC
  - iii. Panjang sisi AB
2. Diketahui  $\triangle PQR$  dengan  $\angle Q = 90^\circ$  dan  $\angle R = 30^\circ$  dan panjang sisi  $PQ = 6$  cm. Hitunglah panjang sisi PR !
3. Diketahui suatu taman di tengah kota berbentuk segitiga sembarang. Jika sudut apit sebesar  $60^\circ$  dan duasisi yang mengapitnya masing-masing panjangnya 18 meter dan 16 meter, maka luastamantersebutadalah ....
4. Dalam  $\triangle ABC$  panjang sisi  $a = 13$  cm, panjang sisi  $b = 8$  cm, dan besar  $\angle C = 30^\circ$ . Hitunglah panjang sisi  $c$  !
5. Dalam  $\triangle DEF$  panjang sisi  $e = 6$  cm, panjang sisi  $f = 10$  cm, dan besar  $\angle D = 60^\circ$ . Hitunglah panjang sisi  $d$  !
6. Diketahui  $\triangle PQR$  dengan panjang sisi  $p = 10$  cm, panjang sisi  $q = 17$  cm, dan panjang sisi  $r = 6$  cm. Hitunglah besar  $\angle P, \angle Q,$  dan  $\angle R$  !
7. Diketahui suatu taman di tengah kota berbentuk segitiga sembarang. Jika sudut apit sebesar  $60^\circ$  dan duasisi yang mengapitnya masing-masing panjangnya 18 meter dan 16 meter, maka luas taman tersebut adalah ....
8. Pada  $\triangle KLM$  diketahui panjang  $k = 10$  cm,  $m = 18$  cm dan  $\angle L = 45^\circ$  . Hitunglah luas  $\triangle KLM$  ?
9. Dalam  $\triangle PQR$  diketahui panjang  $PQ = 6$  cm dan  $PR = 5$  cm. Jika luas  $\triangle PQR$  itu sama dengan  $30 \text{ cm}^2$ . Hitunglah besar  $\angle P$  ?
10. Diketahui suatu taman di tengah kota berbentuk ksegitiga sembarang. Jika sudut apit sebesar  $60^\circ$  dan dua sisi yang mengapitnya masing-masing panjangnya 18 meter dan 16 meter, maka luas taman tersebut adalah ....

**Pengayaan:**

1. Diketahui fungsi  $f(x) = \sqrt{2} \cos 3x + 1$ . Jika nilai maksimum  $f(x)$  adalah  $a$  dan nilai minimum  $f(x)$  adalah  $b$  maka nilai  $a^2 + b^2 = \dots$
2. Fungsi  $y = 10 \sin x - 4$ . Tentukan nilai maksimum, minimum, dan amplitudo fungsi tersebut.
3. Tentukan nilai maksimum dan minimum fungsi  $f(x) = 8 \sin \left( x + \frac{3\pi}{2} \right) \cos x$



## **LKPD (Lembar Kerja Peserta Didik)**

**SATUAN PENDIDIKAN** : SMK MA'ARIF 1 WATES  
**MATA PELAJARAN** : MATEMATIKA  
**KELAS / SEMESTER** : X / GENAP  
**TEMA** : TRIGONOMETRI  
**SUB TEMA** : ATURAN SINUS dan COSINUS

## ATURAN SINUS

Kompetensi Dasar :

KD 3.9 :

- Menjelaskan aturan sinus dan cosinus

KD 4.9 :

- Menyelesaikan masalah yang berkaitan dengan aturan sinus dan cosinus

Indikator Pencapaian KD :

Indikator KD 3.9 :

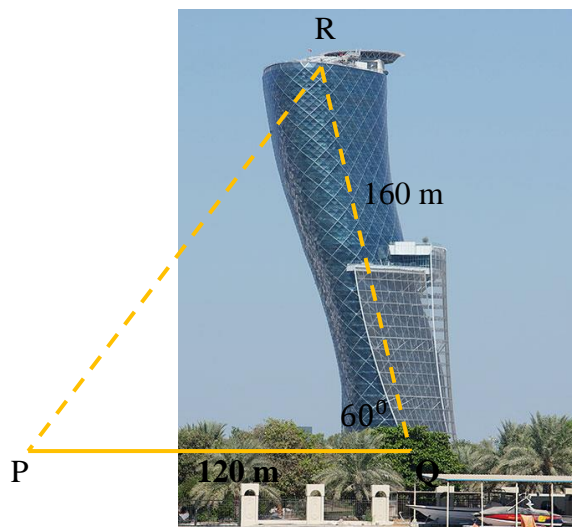
- Menjelaskan konsep aturan sinus dan cosinus

Indikator KD 4.9 :

- Menerapkan aturan sinus dan cosinus dalam menyelesaikan masalah yang ada

### Masalah 1 :

Tower Gerbang Capital di Abu Dhabi memiliki tinggi 160 meter. Pada jarak 120 meter dari dasar tower terbentuk sudut elevasi  $60^\circ$ . Tentukan besar sudut RQP yang ditunjukkan pada gambar. Dan tentukan juga panjang PR



Lakukan kegiatan dibawah ini dengan teman sekelompokmu !

**LEMBAR KEGIATAN PESERTA DIDIK 1 :**

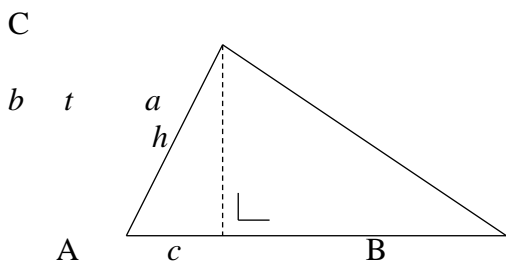
Mata Pelajaran : Matematika

Kelas/Semester : X / Genap

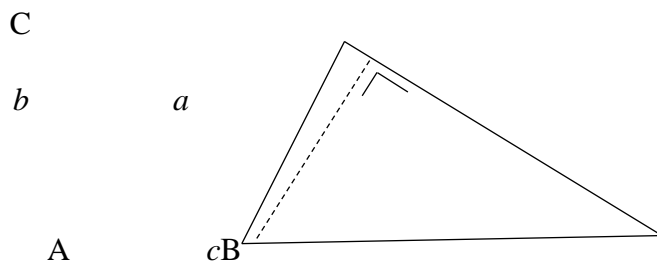
Tahun Pelajaran : 2021/2022

Indikator Pencapaian : menjelaskan dan menentukan konsep aturan sinus

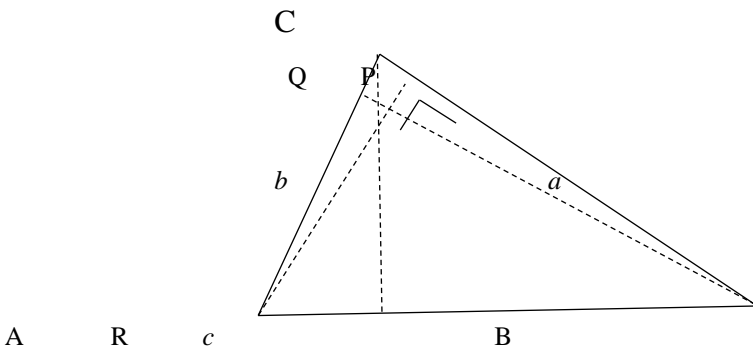
Perhatikan dua segitiga  $ABC$  berikut. Lalu diskusikan dengan teman kalian agar didapatkan aturan sinus dari kedua segitiga  $ABC$  berikut ini. Dan buatlah kesimpulan dari hasil yang didapat kelompok kalian!.



Gambar 1



Gambar 2



Gambar 3

.....

.....

.....

.....

.....

.....

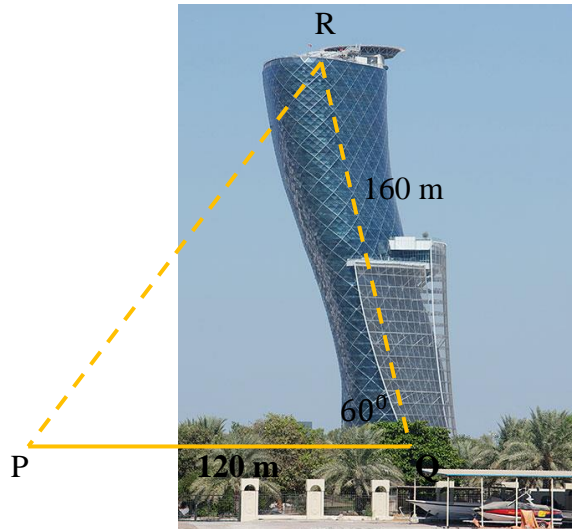
LATIHAN SOAL 1 (Tugas Individu pertemuan 1)

1. Hitunglah panjang sisi yang belum diketahui pada  $\Delta ABC$  berikut jika:  $a = 8 \text{ cm}$ ,  $b = 12 \text{ cm}$ . dan sudut  $B = 60^\circ$
2. Diketahui segitiga  $ABC$ , dengan panjang  $BC = 6 \text{ cm}$ ,  $AC = 12 \text{ cm}$  dan sudut  $B = 45^\circ$ . Hitung besar sudut  $A$
3. Pada segitiga  $ABC$ , sisi  $AC = 16 \text{ cm}$ ,  $AB = 21 \text{ cm}$  dan  $\beta = 42^\circ$  tentukan sudut-sudut segitiga itu.

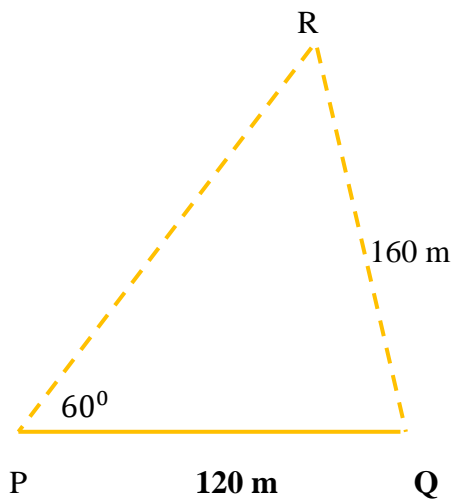
## KUNCI JAWABAN

### JAWABAN MASALAH 1 :

Tower Gerbang Capital di Abu Dhabi memiliki tinggi 160 meter. Pada jarak 120 meter dari dasar tower terbentuk sudut elevasi  $60^\circ$ . Tentukan besar sudut RQP yang ditunjukkan pada gambar. Dan tentukan juga panjang PR



### Alternative jawaban 1 :



Langkah 1.

Mencari sudut R :

$$\frac{\sin R}{PQ} = \frac{\sin P}{QR}$$

$$\sin R = \frac{\sin P}{QR} \times PQ$$

$$= \frac{\sin 60^{\circ}}{160} \times 120$$

$$= \frac{\frac{1}{2}\sqrt{3}}{4} \times 3$$

$$= \frac{3\sqrt{3}}{8}$$

$$\sin R = 0,65$$

$$\angle R = 40,54^{\circ}$$

Langkah 2.

Mencari sudut Q :

$$\begin{aligned}\angle Q &= 180^{\circ} - \angle P - \angle R \\ &= 180^{\circ} - 60^{\circ} - 40,54^{\circ} \\ &= 79,46^{\circ}\end{aligned}$$

Langkah 3.

Mencari panjang sisi PR :

$$\begin{aligned}\frac{PR}{\sin Q} &= \frac{QR}{\sin P} \\ PR &= \frac{QR}{\sin P} \times \sin Q \\ &= \frac{160}{\sin 60^{\circ}} \times \sin 79,46^{\circ} \\ &= \frac{160}{0,866} \times 0,983 \\ &= 181,62\end{aligned}$$

∴ Jadi didapat besar sudut Q adalah  $79,46^{\circ}$  dan panjang PR adalah 181,62 meter

*Alternative jawaban 2 :*

Langkah 1.

Mencari sudut R :

$$\frac{\sin R}{PQ} = \frac{\sin P}{QR}$$

$$\begin{aligned}\sin R &= \frac{\sin P}{QR} \times PQ \\ &= \frac{\sin 60^\circ}{160} \times 120 \\ &= \frac{\frac{1}{2}\sqrt{3}}{4} \times 3 \\ &= \frac{3\sqrt{3}}{8}\end{aligned}$$

$$\sin R = 0,65$$

$$\angle R = 40,54^\circ$$

Langkah 2.

Mencari sudut Q :

$$\begin{aligned}\angle Q &= 180^\circ - \angle P - \angle R \\ &= 180^\circ - 60^\circ - 40,54^\circ \\ &= 79,46^\circ\end{aligned}$$

Langkah 3.

Mencari panjang sisi PR :

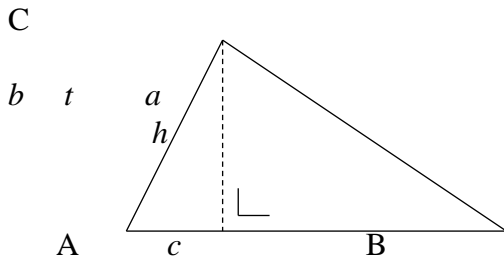
$$\begin{aligned}PR^2 &= PQ^2 + QR^2 - 2 \cdot PQ \cdot QR \cdot \cos Q \\ &= 120^2 + 160^2 - 2 \cdot (120) \cdot (160) \cdot \cos 79,46^\circ \\ &= 14400 + 25600 - 38400(0,183) \\ &= 40000 - 7027,2 \\ &= 32972,8 \\ PR &= \sqrt{32972,8} \\ &= 181,54\end{aligned}$$

∴ Jadi didapat besar sudut Q adalah  $79,46^\circ$  dan panjang PR adalah 181,54 meter

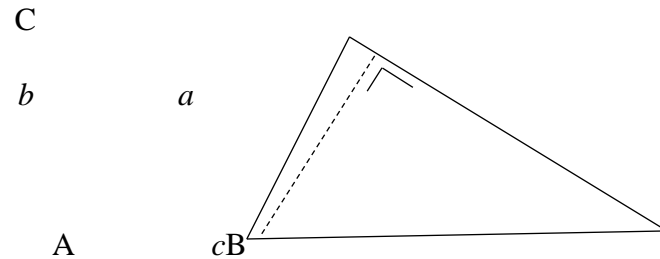
*(terjadi perbedaan hasil antara perhitungan sisi PR pada alternative ke 1 dan alternative ke 2 ini diakibatkan oleh pembulatan nilai-nilai dalam perhitungannya)*

## JAWABAN LKPD 1 :

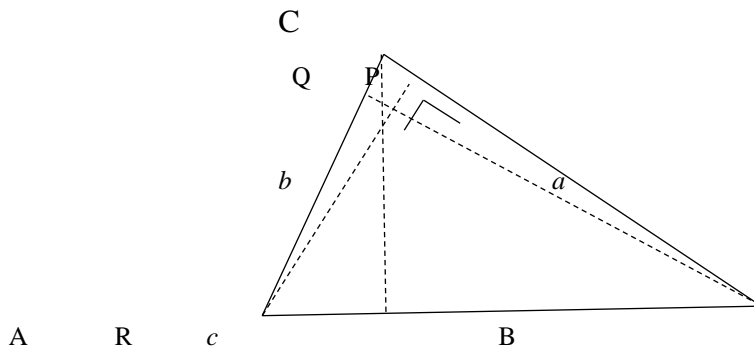
Perhatikan dua segitiga  $ABC$  berikut. Lalu diskusikan dengan teman kalian agar didapatkan aturan sinus dari kedua segitiga  $ABC$  berikut ini. Dan buatlah kesimpulan dari hasil yang didapat kelompok kalian!.



Gambar 1



Gambar 2



Gambar 3

### Alternative jawaban 1 :

Langkah 1.

Pada segitiga  $ABC$  gambar 1 :

$$\sin B = \frac{t}{a} \text{ maka } t = a \times \sin B$$

$$\sin A = \frac{t}{b} \text{ maka } t = b \times \sin A$$

Maka didapatkan :

$$t = t$$

$$a \times \sin B = b \times \sin A$$

$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B}$$

Langkah 2.

Pada segitiga  $ABC$  gambar 2 :

$$\sin B = \frac{h}{c} \text{ maka } h = c \times \sin B$$

$$\sin C = \frac{h}{b} \text{ maka } h = b \times \sin C$$



Maka didapatkan :

$$h = h$$

$$c \times \sin B = b \times \sin C$$

$$\frac{c}{\sin B} = \frac{b}{\sin C}$$

Dari langkah 1 dan 2, didapatkan rumus aturan sinus, yaitu:

$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}$$

*Alternative jawaban 2 :*

Langkah 1.

Pada gambar 3 perhatikan segitiga ACR maka didapatkan :

$$\sin A = \frac{CR}{b} \text{ maka } CR = b \times \sin A$$

Pada segitiga BCR didapat :

$$\sin B = \frac{CR}{a} \text{ maka } CR = a \times \sin B$$

Maka didapatkan :

$$CR = CR$$

$$b \times \sin A = a \times \sin B$$

$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B}$$

Langkah 2.

Pada segitiga BAP didapat :

$$\sin B = \frac{AP}{c} \text{ maka } AP = c \times \sin B$$

Pada segitiga CAP didapat :

$$\sin C = \frac{AP}{b} \text{ maka } AP = b \times \sin C$$

Maka didapatkan :

$$AP = AP$$

$$c \times \sin B = b \times \sin C$$

$$\frac{c}{\sin B} = \frac{b}{\sin C}$$

Dari langkah 1 dan 2, didapatkan rumus aturan sinus, yaitu:  $\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}$

## JAWABAN LATIHAN SOAL 1

1. **Diketahui** :  $a = 8 \text{ cm}$

$$b = 12 \text{ cm}$$

$$\text{sudut } B = 60^\circ$$

**Ditanya**: panjang sisi  $b$  dan  $c$

**Jawab** :

$$b^2 = a^2 + c^2 - 2ac \cos B$$

$$b^2 = 8^2 + 12^2 - 2(8 \cdot 12) \cdot \cos 60^\circ$$

$$= 64 + 144 - 192 \cdot \frac{1}{2}$$

$$= 208 - 96$$

$$c^2 = 112$$

$$c = 4\sqrt{7}$$

2. **Diketahui** :  $BC = 6 \text{ cm}$

$$AC = 12 \text{ cm}$$

$$B = 45^\circ$$

**Ditanya** : sudut  $A$  ?

**Jawab** :

$$\frac{\sin A}{BC} = \frac{\sin B}{AC}$$

$$\sin A = \frac{\sin B}{AC} \times BC$$

$$= \frac{\sin 45^\circ}{12} \times 6$$

$$= \frac{\frac{1}{2}\sqrt{2}}{2}$$

$$= \frac{\sqrt{3}}{4}$$

$$\sin A = 0,43$$

$$\angle A = 25,47^\circ$$

3. **Diketahui** :  $AC = 16 \text{ cm}$ ,

$$AB = 21 \text{ cm}$$

$$\beta = 42^\circ$$

**Ditanya** : sudut-sudut lainnya ?

**Jawab** :

$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B}$$

$$\frac{16}{\sin 42^\circ} = \frac{21}{\sin \gamma}$$

$$\sin \gamma = \frac{21 \sin 42^\circ}{16}$$

$$= 0,8782$$

$$\angle \gamma = 61,43^\circ$$

Besar Sudut  $\alpha$  adalah

$$\angle \alpha = 180^\circ - (\angle \gamma + \angle \beta)$$

$$= 180^\circ - 42^\circ - 61,43^\circ$$

$$= 76,57^\circ$$

## ATURAN COSINUS

Kompetensi Dasar :

KD 3.9 :

- Menjelaskan aturan sinus dan cosinus

KD 4.9 :

- Menyelesaikan masalah yang berkaitan dengan aturan sinus dan cosinus

Indikator Pencapaian KD :

Indikator KD 3.9 :

- Menjelaskan konsep aturan sinus dan cosinus

Indikator KD 4.9 :

- Menerapkan aturan sinus dan cosinus dalam menyelesaikan masalah yang ada

Masalah 2 :

Sebuah balon udara terbang dari kota A ke kota B (Seberang sungai), jika balon udara tersebut terbang dari kota A dengan sudut  $30^\circ$  dan sampai di kota B dengan sudut kedatangan  $45^\circ$ , jarak titik keberangkatan dari kota A ke titik kota B adalah 2000 m. Hitunglah panjang lintasan yang dicapai oleh balon udara tersebut?



Lakukan kegiatan dibawah ini dengan teman sekelompokmu !

**LEMBAR KEGIATAN PESERTA DIDIK2 :**

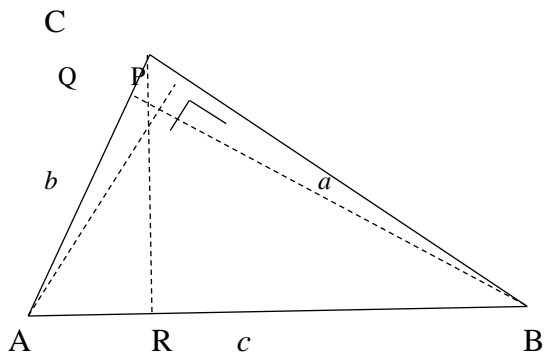
Mata Pelajaran : Matematika

Kelas/Semester : X / Genap

Tahun Pelajaran : 2021/2022

Indikator Pencapaian : menjelaskan dan menentukan konsep aturan cosinus

Alokasi Waktu : 60 menit



Temukanlah aturan cosinus dari segitiga  $ABC$  di atas, Diskusikanlah dengan teman satu kelompokmu lalu buatlah kesimpulan dari hasil kerja kelaompok kalian !

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

LATIHAN SOAL 2 (Tugas Individu pertemuan 2)

1. Diketahui segitiga ABC, dengan panjang  $a = 8 \text{ cm}$ ,  $b = 7 \text{ cm}$  dan  $c = 4 \text{ cm}$ . Hitunglah besar sudut A
2. Hitunglah besar sudut B pada soal no 1.
3. Diketahui segitiga ABC, dengan panjang  $BC = 6 \text{ cm}$ ,  $AC = 12 \text{ cm}$  dan  $\gamma = 45^\circ$ . Tentukan panjang sisi AB
4. Pada segitiga ABC, sisi  $AC = 16 \text{ cm}$ ,  $AB = 21 \text{ cm}$  dan sudut  $A = 42^\circ$  Tentukan panjang BC

## KUNCI JAWABAN

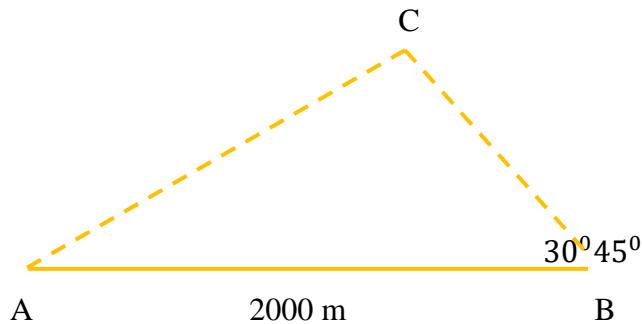
### JAWABAN MASALAH 2 :

Sebuah balon udara terbang dari kota A ke kota B (Seberang sungai), jika balon udara tersebut terbang dari kota A dengan sudut  $30^\circ$  dan sampai di kota B dengan sudut kedatangan  $45^\circ$ , jarak titik keberangkatan dari kota A ke titik kota B adalah 2000 m. Hitunglah panjang lintasan yang dicapai oleh balon udara tersebut?



### Alternative jawaban 1 :

Masalah tersebut jika digambarkan pada segitiga akan menjadi seperti berikut :



Langkah 1.

Mencari sudut C :

$$\begin{aligned}\angle C &= 180^\circ - \angle A - \angle B \\ &= 180^\circ - 30^\circ - 45^\circ \\ &= 105^\circ\end{aligned}$$

Langkah 2.

Mencari sisi BC

$$\begin{aligned}\frac{BC}{\sin A} &= \frac{AB}{\sin C} \\ BC &= \frac{AB}{\sin C} \times \sin A\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 &= \frac{2000}{\sin 105^\circ} \times \sin 30^\circ \\
 &= \frac{2000}{0,97} \times \frac{1}{2} \\
 &= 1030,93
 \end{aligned}$$

Langkah 3.

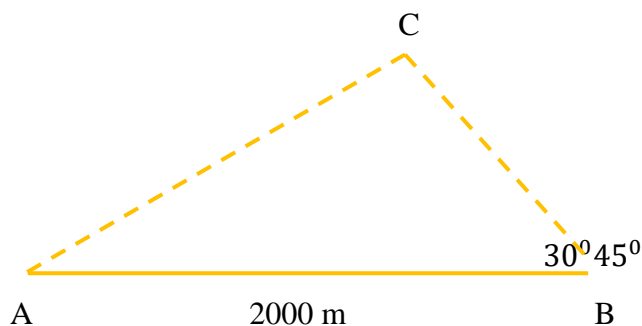
Mencari sisi AC :

$$\begin{aligned}
 AC^2 &= AB^2 + BC^2 - 2 \cdot AB \cdot BC \cdot \cos B \\
 &= 2000^2 + 1030,93^2 - 2 \cdot (2000) \cdot (1030,93) \cdot \cos 45^\circ \\
 &= 4000000 + 1062816,665 - 2915910,376 \\
 &= 2146906,289 \\
 AC &= \sqrt{2146906,289} \\
 &= 1465,233
 \end{aligned}$$

∴ Jadi Jarak yang ditempuh balon udara dari pulau A ke pulau B adalah  $AC + BC = 1465,233 + 1030,93 = 2496,163$  meter

*Alternative jawaban 2 :*

Masalah tersebut jika digambarkan pada segitiga akan menjadi seperti berikut :



Langkah 1.

Mencari sudut C :

$$\begin{aligned}
 \angle C &= 180^\circ - \angle A - \angle B \\
 &= 180^\circ - 30^\circ - 45^\circ \\
 &= 105^\circ
 \end{aligned}$$



Langkah 2.

Mencari sisi AC

$$\frac{AC}{\sin B} = \frac{AB}{\sin C}$$

$$\begin{aligned} AC &= \frac{AB}{\sin C} \times \sin B \\ &= \frac{2000}{\sin 105^\circ} \times \sin 45^\circ \\ &= \frac{2000}{0,97} \times \frac{1}{2} \sqrt{2} \\ &= 1464,101 \end{aligned}$$

Langkah 3.

Mencari sisi BC :

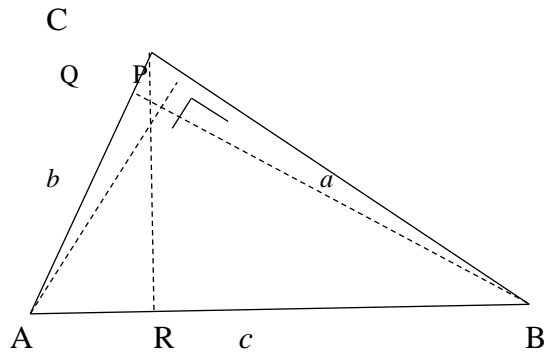
$$\frac{BC}{\sin A} = \frac{AB}{\sin C}$$

$$\begin{aligned} BC &= \frac{AB}{\sin C} \times \sin A \\ &= \frac{2000}{\sin 105^\circ} \times \sin 30^\circ \\ &= \frac{2000}{0,97} \times \frac{1}{2} \\ &= 1035,276 \end{aligned}$$

∴ Jadi Jarak yang ditempuh balon udara dari pulau A ke pulau B adalah  $AC + BC = 1464,101 + 1035,276 = 2499,377$  meter

*(Pada hasil alternative 1 dan alternative 2 terdapat perbedaan hasil ini diakibatkan dari hasil perhitungan pembulatan angka dibelakang koma)*

## JAWABAN LKPD 2 :



Temukanlah aturan cosinus dari segitiga  $ABC$  di atas, Diskusikanlah dengan teman satu kelompokmu lalu buatlah kesimpulan dari hasil kerja kelaompok kalian !

### Penyelesaian 1 :

Langkah 1.

Pada segitiga  $ACD$  didapat :

$$\sin A = \frac{CD}{AC} \text{ maka } t = b \sin A \quad (i)$$

$$\cos A = \frac{AD}{AC} \text{ maka } AD = b \cos A \quad (ii)$$

Pada segitiga  $BCD$  didapatkan :

$$a^2 = t^2 + (BD)^2 \quad (iii)$$

$$BD = AB - AD$$

$$BD = c - b \cos A \quad (iv)$$

Langkah 2.

Substitusi pers (i) dan (iv) ke (iii) :

$$a^2 = t^2 + (BD)^2$$

$$a^2 = (b \sin A)^2 + (c - b \cos A)^2$$

$$a^2 = b^2 \sin^2 A + c^2 - 2bc \cos A + b^2 \cos^2 A$$

$$a^2 = b^2 \sin^2 A + b^2 \cos^2 A + c^2 - 2bc \cos A$$

$$a^2 = b^2 (\sin^2 A + \cos^2 A) + c^2 - 2bc \cos A$$

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos A$$

$$b^2 = a^2 + c^2 - 2ac \cos B$$

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos C$$

Dari langkah 1 dan 2, didapatkan rumus **aturan cosinus**, yaitu:

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos A$$

$$b^2 = a^2 + c^2 - 2ac \cos B$$

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos C$$

## JAWABAN LATIHAN SOAL 2

1. **Diketahui** :  $a = 8 \text{ cm}$

$$b = 7 \text{ cm}$$

$$c = 4 \text{ cm}$$

**Ditanya**: besar sudut A

**Jawab** :

$$\begin{aligned}\cos A &= \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2 \times b \times c} \\ &= \frac{7^2 + 4^2 - 8^2}{2 \times 7 \times 4} \\ &= \frac{49 + 16 - 64}{2 \times 7 \times 4} \\ &= \frac{1}{56} \\ &= 0,0179 \\ \angle A &= 88,97^\circ\end{aligned}$$

2. **Diketahui** :  $a = 8 \text{ cm}$

$$b = 7 \text{ cm}$$

$$c = 4 \text{ cm}$$

**Ditanya**: besar sudut B

**Jawab** :

$$\begin{aligned}\cos B &= \frac{a^2 + c^2 - b^2}{2 \times a \times c} \\ &= \frac{8^2 + 4^2 - 7^2}{2 \times 8 \times 4} \\ &= \frac{64 + 16 - 49}{2 \times 8 \times 4} \\ &= \frac{31}{64} \\ &= 0,484\end{aligned}$$

$$\angle B = 61,028^\circ$$

3. **Diketahui** :  $BC = 6 \text{ cm}$ ,

$$AC = 12 \text{ cm}$$

$$\gamma = 45^\circ.$$

**Ditanya** : panjang sisi AB ?

**Jawab** :

$$\begin{aligned} AB^2 &= AC^2 + BC^2 - 2 \cdot AC \cdot BC \cdot \cos \gamma \\ &= 12^2 + 6^2 - 2 \cdot (12) \cdot (6) \cdot \cos 45^\circ \\ &= 144 + 36 - 2 \cdot (12) \cdot (6) \cdot \left(\frac{1}{2}\sqrt{2}\right) \\ &= 180 - 72\sqrt{2} \\ &= 78,177 \\ AC &= \sqrt{78,177} \\ &= 8,84 \end{aligned}$$

4. **Diketahui** :  $AC = 16 \text{ cm}$ ,

$$AB = 21 \text{ cm}$$

$$\angle A = 42^\circ$$

**Ditanya** : panjang sisi BC ?

**Jawab** :

$$\begin{aligned} BC^2 &= AC^2 + AB^2 - 2 \cdot AC \cdot AB \cdot \cos A \\ &= 16^2 + 21^2 - 2 \cdot (16) \cdot (21) \cdot \cos 42^\circ \\ &= 256 + 441 - 2 \cdot (16) \cdot (21) \cdot (0,743) \\ &= 697 - 499,296 \\ &= 197,704 \\ AC &= \sqrt{197,704} \\ &= 14,06 \end{aligned}$$

## LEMBAR KERJA PESERTA DIDIK 1

Mata Pelajaran : Matematika

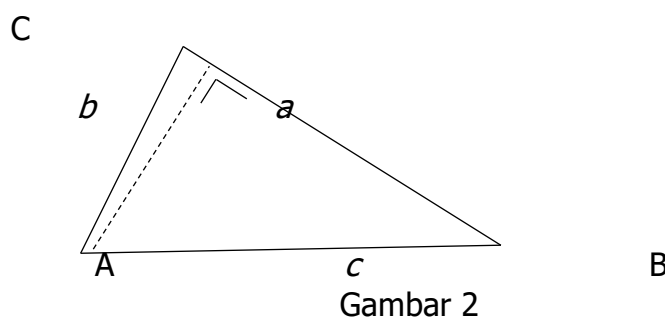
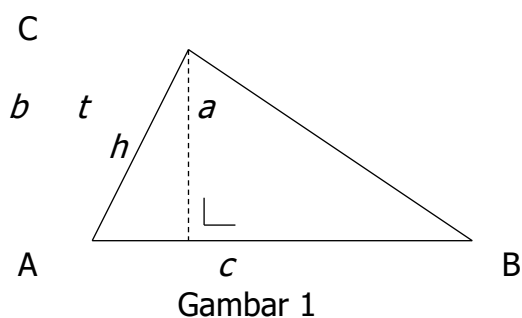
Kelas/Semester : X / Genap

Tahun Pelajaran : 2021/2022

Indikator Pencapaian : menjelaskan dan menentukan konsep aturan sinus

### Search

Perhatikan segitiga  $ABC$  berikut.



Petunjuk:

- Perhatikan segitiga  $ABC$  gambar 1 !  $t$  merupakan tinggi dari segitiga  $ABC$  dengan alas  $c$

### Solve and Create

- Tentukan  $t$  dalam bentuk  $a$  atau  $b$  dan sinus dari suatu sudut tertentu.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

### Share

- Gunakan manipulasi aljabar pada tahap no 2 untuk menunjukkan:  $\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B}$

.....

.....

.....

.....

**Search**

4. Perhatikan segitiga ABC yang sama pada gambar 2, tetapi dengan menggunakan tinggi yang berbeda, yaitu  $h$ , dan alas yaitu  $a$ .

**Solve and Create**

5. Tentukan  $h$  dalam bentuk  $b$  atau  $c$  dan sinus dari suatu sudut tertentu.

.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....

**Share**

6. Gunakan manipulasi aljabar pada tahap no 5 untuk menunjukkan :  $\frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}$

.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....

**KESIMPULAN**

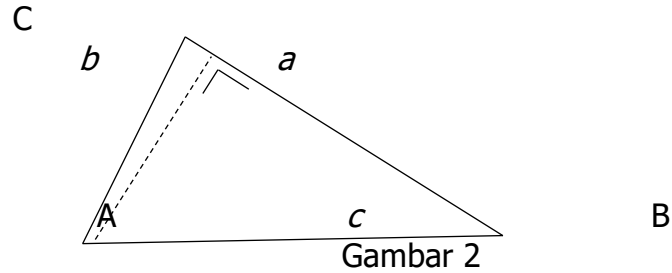
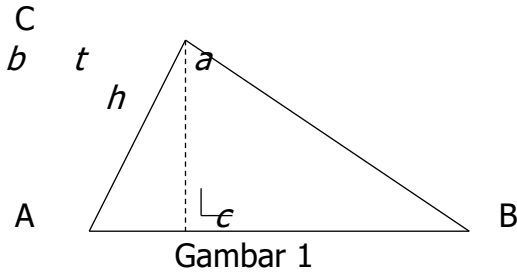
7. Dari langkah ke-3 dan ke-6, kita dapatkan rumus aturan sinus, yaitu:

.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....

## Jawaban LKPD 1:

### Search

Perhatikan segitiga ABC berikut.



Petunjuk:

1. Perhatikan segitiga ABC gambar 1 !  $t$  merupakan tinggi dari segitiga ABC dengan alas  $c$

### Solve and Create

2. Tentukan  $t$  dalam bentuk  $a$  atau  $b$  dan sinus dari suatu sudut tertentu.

$$\sin B = \frac{t}{a} \text{ maka } t = a \times \sin B \quad (i)$$

$$\sin A = \frac{t}{b} \text{ maka } t = b \times \sin A \quad (ii)$$

### Share

3. Gunakan manipulasi aljabar pada tahap no 2 untuk menunjukkan:  $\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B}$

$$t = b \times \sin A$$

$$a \times \sin B = b \times \sin A$$

$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B}$$

Terbukti bahwa:  $\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B}$

### Search

4. Perhatikan segitiga ABC yang sama pada gambar 2, tetapi dengan menggunakan tinggi yang berbeda, yaitu  $h$ , dan alas yaitu  $a$ .

### Solve and Create

5. Tentukan  $h$  dalam bentuk  $b$  atau  $c$  dan sinus dari suatu sudut tertentu.

$$\sin B = \frac{h}{c} \text{ maka } h = c \times \sin B \quad (\text{iii})$$

$$\sin C = \frac{h}{b} \text{ maka } h = b \times \sin C \quad (\text{iv})$$

*Share*

6. Gunakan manipulasi aljabar pada tahap no 5 untuk menunjukkan :  $\frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}$

$$h = b \times \sin C$$

$$c \times \sin B = b \times \sin C$$

$$\frac{c}{\sin B} = \frac{b}{\sin C}$$

Terbukti bahwa  $\frac{c}{\sin B} = \frac{b}{\sin C}$

**KESIMPULAN**

7. Dari langkah ke-3 dan ke-6, kita dapatkan **rumus aturan sinus**, yaitu:

$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}$$



## LEMBAR KERJA PESERTA DIDIK 2

Mata Pelajaran : Matematika

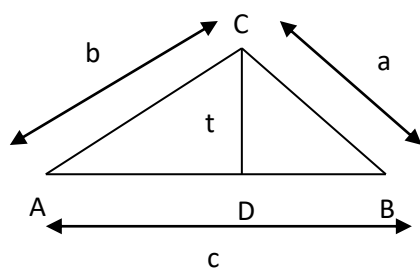
Kelas/Semester : X / Genap

Tahun Pelajaran : 2021/2022

Indikator Pencapaian : menjelaskan dan menentukan konsep aturan cosinus

Alokasi Waktu : 60 menit

### Search



Perhatikan segitiga ABC diatas

- Perhatikan segitiga ACD, lalu dengan menggunakan rasio trigonometri pada segitiga siku-siku akan didapatkan :

.....

.....

.....

.....

.....

.....

### Solve and Create

- Perhatikan segitiga BCD, lalu dengan menggunakan teorema *pythagoras* maka akan didapatkan :

.....

.....

.....

.....

.....

Share

- Substitusikan persamaan-persamaan yang telah didapat pada segitiga ACD dan pada segitiga BCD sehingga akan didapatkan aturan cosinus.

.....

.....

.....

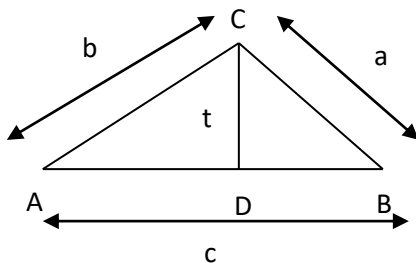
.....

.....

.....

Jawaban LKPD 2

Search



Perhatikan segitiga ABC diatas

- Perhatikan segitiga ACD, lalu dengan menggunakan rasio trigonometri pada segitiga siku-siku akan didapatkan :

Pada segitiga ACD

$$\sin A = \frac{CD}{AC} \text{ maka } t = b \sin A \quad (i)$$

$$\cos A = \frac{AD}{AC} \text{ maka } AD = b \cos A \quad (ii)$$

Solve and Create

- Perhatikan segitiga BCD, lalu dengan menggunakan teorema *pythagoras* maka akan didapatkan :

Pada segitiga BCD

$$a^2 = t^2 + (BD)^2 \quad (iii)$$

$$BD = AB - AD$$

$$BD = c - b \cdot \cos A \quad (iv)$$

- Substitusikan persamaan-persamaan yang telah didapat pada segitiga ACD dan pada segitiga BCD sehingga akan didapatkan aturan cosinus.

Substitusikan persamaan (i) dan (iv) ke (iii)

$$a^2 = t^2 + (BD)^2$$

$$a^2 = (b \sin A)^2 + (c - b \cos A)^2$$

$$a^2 = b^2 \sin^2 A + c^2 - 2abc \cos A + b^2 \cos^2 A$$

$$a^2 = b^2 \sin^2 A + b^2 \cos^2 A + c^2 - 2bc \cos A$$

$$a^2 = b^2 (\sin^2 A + \cos^2 A) + c^2 - 2bc \cos A$$

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos A$$

$$b^2 = a^2 + c^2 - 2ac \cos B$$

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos C$$

Jadi didapat :

$$\cos A = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc}$$

$$\cos B = \frac{a^2 + c^2 - b^2}{2ac}$$

$$\cos C = \frac{a^2 + b^2 - c^2}{2ab}$$

### Latihan Soal 2

1. Hitunglah panjang sisi yang belum diketahui pada  $\Delta ABC$  berikut jika:  
 $a = 8 \text{ cm}, b = 12 \text{ cm}$ . dan sudut  $B = 60^\circ$
2. Diketahui segitiga ABC, dengan panjang  $BC = 6 \text{ cm}, AC = 12 \text{ cm}$  dan  $\gamma = 45^\circ$ .  
Tentukan panjang sisi AB
3. Pada segitiga ABC, sisi  $AC = 16 \text{ cm}, AB = 21 \text{ cm}$  dan  $\beta = 42^\circ$  tentukan sudut-sudut segitiga itu.

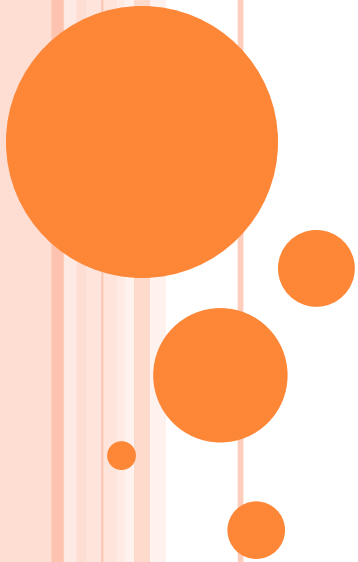
No	Bentuk Instrumen	Penyelesaian	Skor
1	$a = 8 \text{ cm}, c = 12 \text{ cm}$ . dan sudut $B = 60^\circ$	$b^2 = a^2 + c^2 - 2ac \cos B$ $b^2 = 8^2 + 12^2 - 2(8 \cdot 12) \cdot \cos 60^\circ$ $= 64 + 144 - 192 \cdot \frac{1}{2}$ $= 208 - 96$ $c^2 = 112$ $c = 4\sqrt{7}$	30
2	Segitiga ABC, dengan panjang $BC = 6 \text{ cm}, AC = 12 \text{ cm}$ dan $\gamma = 45^\circ$ . Tentukan panjang sisi AB	<p>Misalkan <math>BC = a = 6 \text{ cm}, AC = b = 12 \text{ cm}</math> dan <math>\gamma = 45^\circ</math>.</p> <p>Panjang AC misalkan c</p> $c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos C$ $= 6^2 + 12^2 - 2 \cdot 6 \cdot 12 \cdot \cos 45^\circ$ $= 36 + 144 - 2 \cdot 6 \cdot 12 \left(\frac{1}{2}\sqrt{2}\right)$ $= 180 - 72\sqrt{2}$ $c^2 = 180 - 101,82$ $c^2 = 78,18$ $c = 8,84 \text{ cm}$	35
3	segitiga ABC, sisi $AC=16 \text{ cm}, AB= 21 \text{ cm}$ dan $\beta = 42^\circ$ tentukan sudut-sudut segitiga itu	$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} \leftrightarrow \frac{16}{\sin 42^\circ} = \frac{21}{\sin \gamma}$ $\leftrightarrow \sin \gamma = \frac{21 \sin 42^\circ}{16} = 0,8782$ $\leftrightarrow \gamma = 61,43$ <p>Besar Sudut <math>\alpha</math> adalah</p> $\alpha = 180 - (\gamma + \beta)$ $= 180 - (42 + 61,43)$	35

		$= 76,57^\circ$	
	Jumlah		100

# TRIGONOMETRI

Oleh : Lilis Heny Widiastuti,S.Pd

# ATURAN SINUS DAN COSINUS



# KOMPETENSI DASAR:

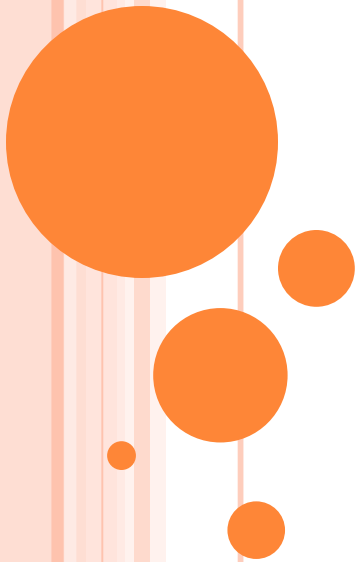
**3.9 Menjelaskan aturan sinus dan cosinus**

**4.9 Menyelesaikan masalah yang berkaitan dengan aturan sinus dan cosinus**



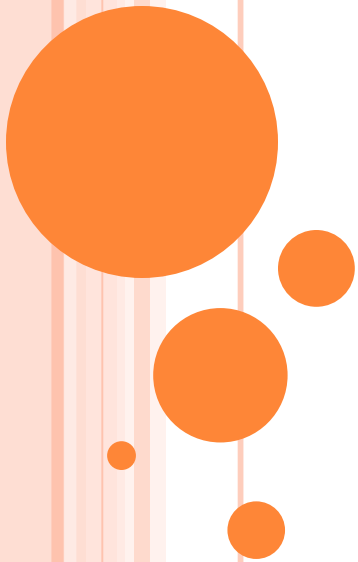
# INDIKATOR KD 3.9 :

## 3.9.1 Menjelaskan konsep aturan sinus dan cosinus



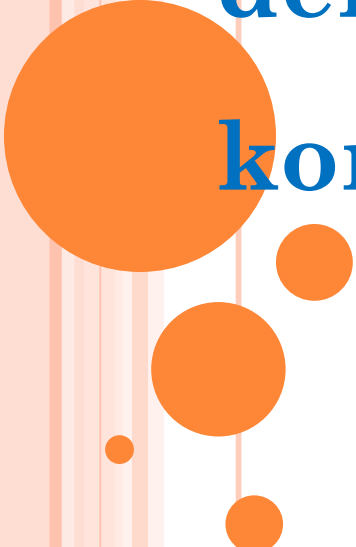
# INDIKATOR KD 4.9 :

**4.9.1 Menerapkan  
aturan sinus  
dan cosinus dalam  
menyelesaikan  
masalah yang ada**




# TUJUAN YANG DIHARAPKAN:

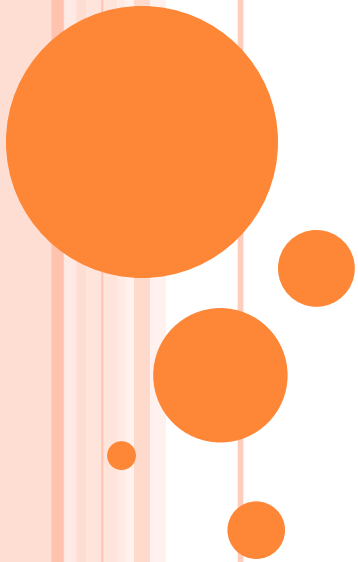
Siswa dapat menjelaskan aturan sinus dan cosinus dengan tepat sesuai dengan konsep yang ada.



**Siswa dapat menerapkan aturan sinus dan cosinus dalam menyelesaikan masalah yang ada dengan tepat pada soal yang ada**



# PERTEMUAN PERTAMA



# PENDEKATAN DAN MODEL PEMBELAJARAN:

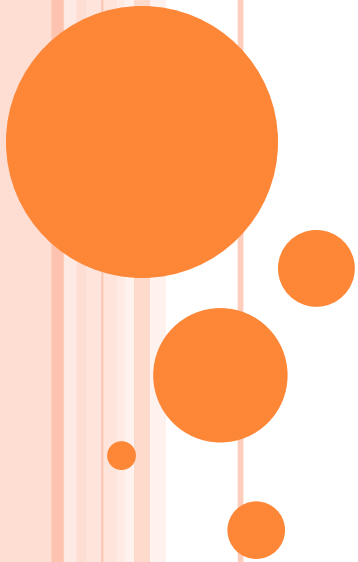
Pendekatan :

*Diskusi informasi*

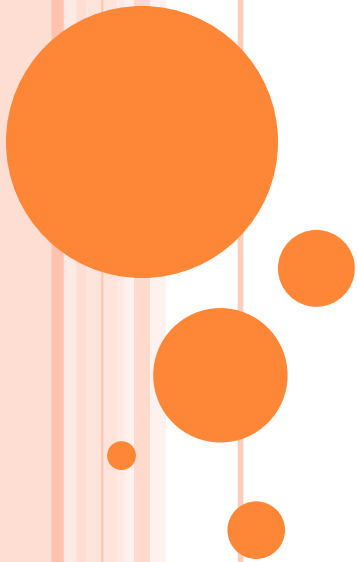
Model :

*Problem Based Learning  
(PBL)*

# 1. ATURAN SINUS DAN COSINUS

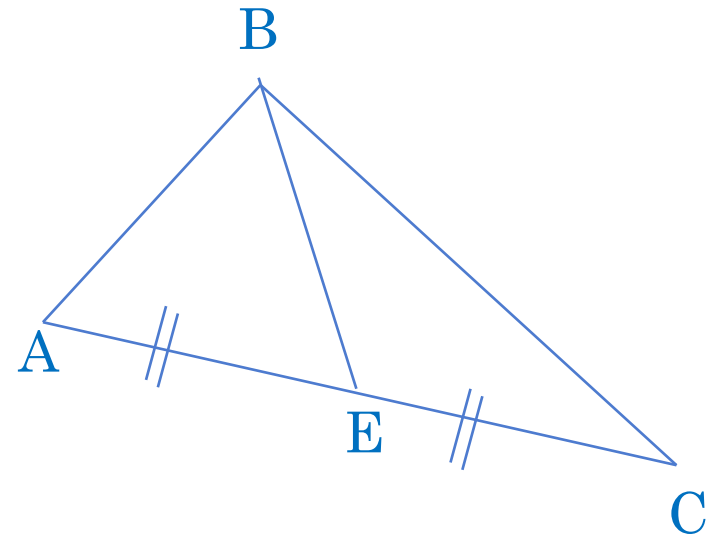
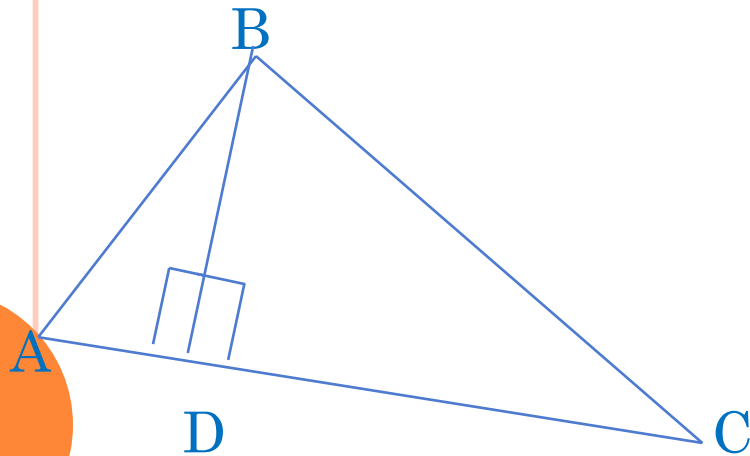


# **A. MENCARI RUMUS SINUS DAN COSINUS**





# PERHATIKAN DUA SEGITIGA SEMBARANG BERIKUT INI:



# PADA DUA SEGITIGA SEMBARANG TERSEBUT AKAN DIPEROLEH DEFINISI :

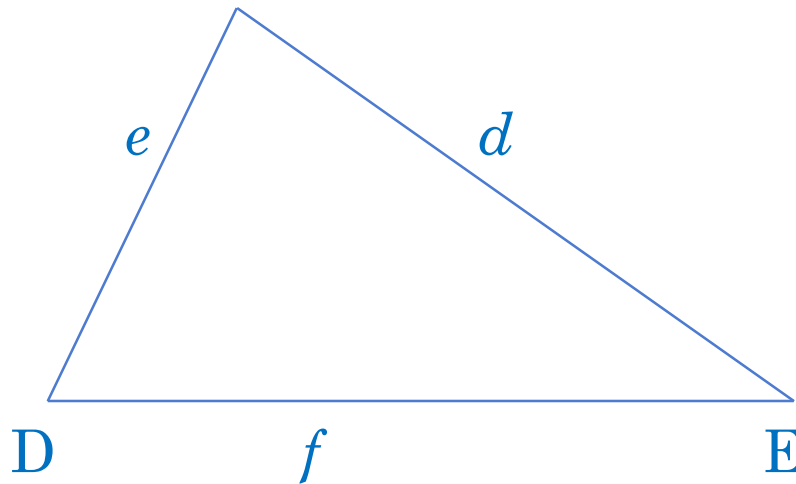
- Garis tinggi adalah suatu garis yang dibentuk dari sudut dan berpotongan tegak lurus dengan sisi dihadapannya
- Garis berat adalah suatu garis yang dibentuk dari suatu sudut dan memotong sisi dihadapannya menjadi sama panjang



# MASALAH 1.

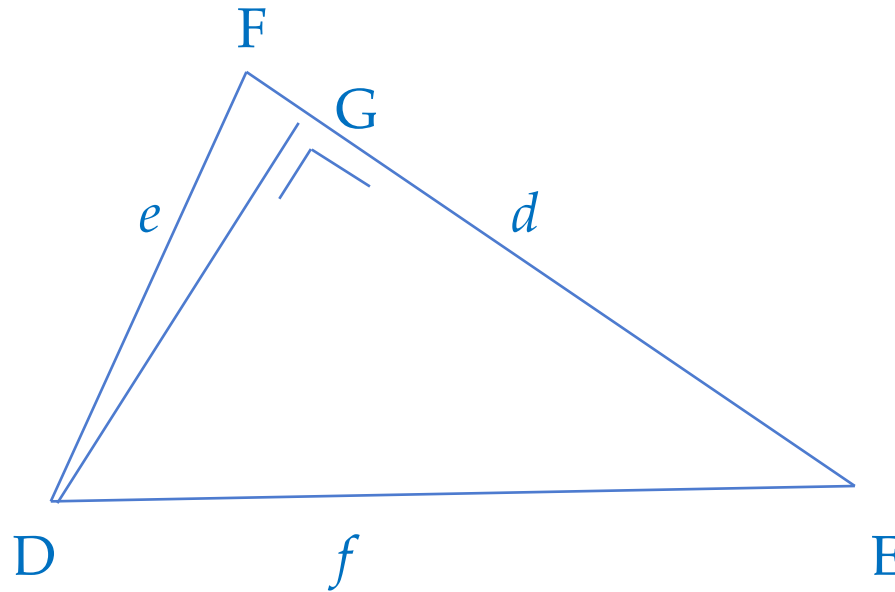
- Diberikan suatu segitiga sembarang, seperti pada gambar 2. 2 dibawah ini. Misalkan  $DE = f$  satuan,  $EF = d$  satuan, dan  $DF = e$  satuan, dengan  $d \neq e \neq f$  dan  $\angle D$  atau  $\angle E$  atau  $\angle f$  tidak boleh samadengan  $0^\circ$  dan  $90^\circ$ .  
Buatlah garis tinggidalr itiap sudut  $\triangle DEF$  dan temukan hubungan antarketigagaristinggitersebut

F



# PENYELESAIAN :

- Bentuk garistingidari  $\angle D$



Perhatikan  $\triangle DEG$  dan  $\triangle DGF$ , dan dimisalkan  $GF = m$  sehingga  $EG = d - m$ . Dan didapat:

$$\sin F = \frac{DG}{DF} \text{ atau } DG = DF \times \sin F = e \times \sin F \quad \dots (i)$$

$$\sin E = \frac{DG}{DE} \text{ atau } DG = DE \times \sin E = f \times \sin E \quad \dots (ii)$$

Dari (i) dan (ii) didapat:

$$e \times \sin F = f \times \sin E$$

$$\frac{e}{\sin E} = \frac{f}{\sin F} \quad \dots (iii)$$



- Selain itu dari  $\triangle DEG$  dan  $\triangle DGF$  didapat :

$$\cos F = \frac{FG}{DF} = \frac{m}{e} \text{ atau } m = e \times \cos F \quad \dots (iv)$$

- Dengan menggunakan teorema Pythagoras maka didapat :

$$f^2 = (d - m)^2 + e^2 - m^2 \quad \text{dan}$$

$$e^2 = m^2 + (DG)^2 \text{ atau } (DG)^2 = e^2 - m^2$$



Akibatnya :

$$f^2 = (d - m)^2 + e^2 - m^2$$

$$f^2 = d^2 - 2dm + m^2 + e^2 - m^2$$

$$f^2 = d^2 - 2dm + e^2 \quad \dots (v)$$

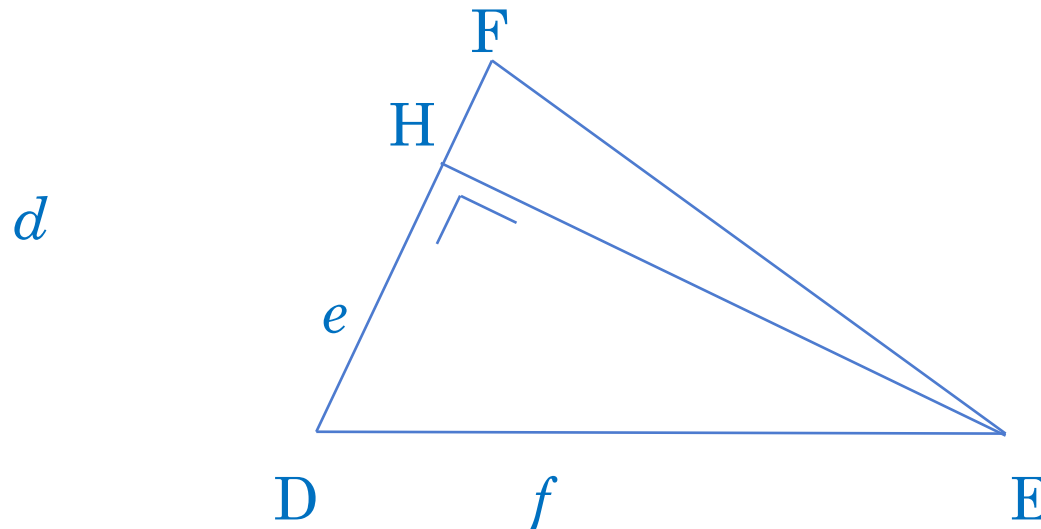
Dari (iv) dan (v) didapatkan :

$$f^2 = d^2 - 2.d.e \times \cos F + e^2$$

$$f^2 = d^2 + e^2 - 2.d.e \times \cos F \quad \dots (vi)$$



- Garis tinggidi dari  $\angle E$ :



- Perhatikan  $\triangle DEH$  dan  $\triangle HEF$ , dan dimisalkan  $DH = n$  sehingga  $FH = e - n$ . Didapat:

$$\sin D = \frac{EH}{DE} \leftrightarrow EH = DE \times \sin D = f \times \sin D \quad \dots (vii)$$

$$\sin F = \frac{EH}{EF} \leftrightarrow EH = EF \times \sin F = d \times \sin F \quad \dots (viii)$$



- Dari (vii) dan (viii) didapat:

$$f \times \sin D = d \times \sin F$$

$$\frac{f}{\sin F} = \frac{d}{\sin D} \quad \dots (ix)$$

- Selain itu dari  $\triangle DEH$  dan  $\triangle HEF$  didapat :

$$\cos D = \frac{DH}{DE} = \frac{n}{f} \text{ atau } n = f \times \cos D \quad \dots (x)$$



- Dengan menggunakan teorema *Phytgoras* maka didapat:

$$d^2 = (e - n)^2 + f^2 - n^2 \text{ dan}$$

$$e^2 = n^2 + (EH)^2 \text{ atau } (EH)^2 = f^2 - n^2$$

- Akibatnya :

$$d^2 = (e - n)^2 + f^2 - n^2$$

$$d^2 = e^2 - 2en + n^2 + f^2 - n^2$$

$$d^2 = e^2 - 2en + f^2 \quad \dots (xi)$$

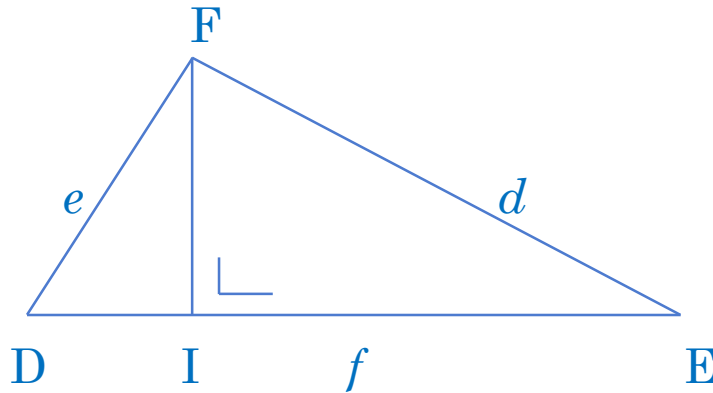
- Dari (x) dan (xi) didapatkan :

$$d^2 = e^2 - 2.e.f \times \cos D + f^2$$

$$d^2 = e^2 + f^2 - 2.e.f \times \cos D \quad \dots (xii)$$



- Garis tinggidi dari  $\angle F$



- Perhatikan  $\triangle DIF$  dan  $\triangle EIF$ , dan dimisalkan  $IE = q$  sehingga  $DE = f - q$ .
- Dari  $\triangle DIF$  dan  $\triangle EIF$  didapatkan bahwa :

$$\sin D = \frac{FI}{DF} \text{ atau } FI = DF \times \sin D = e \times \sin D \quad \dots (xiii)$$

$$\sin E = \frac{FI}{EF} \text{ atau } FI = EF \times \sin E = d \times \sin E \quad \dots (xiv)$$

- Dari (xiii) dan (xiv) didapat:  $e \times \sin D = d \times \sin E \Leftrightarrow \frac{e}{\sin E} = \frac{d}{\sin D} \quad \dots (xv)$

- Selain itu dari  $\triangle DIF$  dan  $\triangle EIF$  didapat :  $\cos E = \frac{EI}{EF} = \frac{q}{d} \Leftrightarrow q = d \times \cos E \quad \dots (xvi)$

- Dengan menggunakan teorema *Phytgorasmak* didapat:

$$e^2 = (f - q)^2 + d^2 - q^2 \text{ dan}$$

$$d^2 = q^2 + (FI)^2 \text{ atau } (FI)^2 = d^2 - q^2$$

- Akibatnya :

$$e^2 = (f - q)^2 + d^2 - q^2$$

$$e^2 = f^2 - 2fq + q^2 + d^2 - q^2$$

$$e^2 = f^2 - 2fq + d^2 \quad \dots (xvii)$$

- Dari (xvi) dan (xvii) didapatkan :

$$e^2 = f^2 - 2.f.d \times \cos E + d^2$$

$$e^2 = f^2 + d^2 - 2.f.d \times \cos E \quad \dots (xviii)$$



➤ Jadi, dari *(iii)*, *(ix)*, dan *(xviii)* kita dapatkan bahwa :

$$\frac{d}{\sin D} = \frac{e}{\sin E} = \frac{f}{\sin F}$$

➤ Ataupun lebih dikenal dengan ***ATURAN SINUS***



➤ Selain itu dari (vi), (xii), dan (xv) akan didapatkan :

$$f^2 = d^2 + e^2 - 2.d.e \times \cos F \text{ atau}$$

$$\cos F = \frac{d^2 + e^2 - f^2}{2.d.e}$$

$$d^2 = e^2 + f^2 - 2.e.f \times \cos D \text{ atau}$$

$$\cos D = \frac{e^2 + f^2 - d^2}{2.e.f}$$

$$e^2 = f^2 + d^2 - 2.f.d \times \cos E \text{ atau}$$

$$\cos E = \frac{d^2 + f^2 - e^2}{2.d.f}$$

Ataulebih dikenal dengan **ATURAN COSINUS**



# ➤ Contoh aturan sinus dan cosinus

1. Diketahui  $\triangle ABC$  dengan  $\angle A = 60^\circ$  dan  $\angle B = 30^\circ$  dan panjang sisi  $AC = 5$  cm. Hitunglah :
  - a. Besar  $\angle C$
  - b. Panjang sisi BC
  - c. Panjang sisi AB



***Jawab :***

a.  $\angle C = 180^0 - \angle A - \angle B$

$$= 180^0 - 60^0 - 30^0 = 180^0 - 90^0 = 90^0$$

b.  $\frac{BC}{\sin A} = \frac{AC}{\sin B}$  atau

$$BC = \frac{AC \times \sin A}{\sin B} = \frac{5 \times \sin 60^0}{\sin 30^0} = \frac{5 \times \left(\frac{1}{2}\sqrt{3}\right)}{\frac{1}{2}} = 5\sqrt{3}$$





*Jawab :*

$$c. \frac{AB}{\sin C} = \frac{AC}{\sin B}$$

$$AB = \frac{AC \times \sin C}{\sin B} = \frac{5 \times \sin 90^0}{\sin 30^0} = \frac{5 \times 1}{\frac{1}{2}} = 10$$

∴ Jadi besar  $\angle C = 90^0$ , panjang sisi  $BC = 5\sqrt{3}$  cm,  
dan panjang sisi  $AB = 10$  cm



2. Diketahui  $\Delta PQR$  dengan  $\angle Q = 120^\circ$  dan  $\angle R = 45^\circ$  dan panjang sisi  $PQ = 8$  cm. Hitunglah panjang sisi  $PR$  !

**Jawab :**

$$\frac{PR}{\sin Q} = \frac{PQ}{\sin R}$$

$$PR = \frac{PQ \times \sin Q}{\sin R} = \frac{8 \times \sin 120^\circ}{\sin 45^\circ} = \frac{8 \times \sin 60^\circ}{\sin 45^\circ}$$

$$= \frac{8 \times \left(\frac{1}{2}\sqrt{3}\right)}{\frac{1}{2}\sqrt{2}} = \frac{8\sqrt{3}}{\sqrt{2}} = \frac{8\sqrt{6}}{2} = 4\sqrt{6}$$

$\therefore$  Jadi panjang sisi  $PR = 4\sqrt{6}$  cm.



# ➤ Contohaturancosinus

1. Dalam  $\Delta ABC$  panjangsisia = 7 cm, panjangsisib = 10 cm, dan besar  $\angle C = 30^0$ . Hitunglahpanjangsisic !

$$\begin{aligned}c^2 &= a^2 + b^2 - 2ab \times \cos C \\&= 7^2 + 10^2 - (2 \times 7 \times 10 \times \cos C) \\&= 49 + 100 - (2 \times 7 \times 10 \times \cos 30^0) \\&= 149 - \left(2 \times 7 \times 10 \times \frac{1}{2} \sqrt{3}\right) \\&= 149 - 121,24 \\&= 27,76\end{aligned}$$

∴ Jadipanjangsisic = 27,76 cm



2. Dalam  $\triangle DEF$  panjang sisi  $e = 10$  cm, panjang sisi  $f = 14$  cm, dan besar  $\angle D = 120^\circ$ . Hitunglah panjang sisi  $d$  !

**Jawab :**

$$\begin{aligned}d^2 &= e^2 + f^2 - 2ef \times \cos D \\&= 10^2 + 14^2 - (2 \times 10 \times 14 \times \cos D) \\&= 100 + 196 - (2 \times 10 \times 14 \times \cos 120^\circ)\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}&= 296 - \left( 2 \times 10 \times 14 \times \left( -\frac{1}{2} \right) \right) \\&= 436\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}d &= \sqrt{436} \\&= 20,88\end{aligned}$$

$\therefore$  Jadi panjang sisi  $d = 20,88$  cm



**TERIMA  
KASIH**

