

Modul

1

MATEMATIKA

Matriks



Disusun Oleh :
Iva Merliana, S.Pd
SMK Negeri 8 Semarang

Daftar Isi

Daftar Isi.....	2
Pendahuluan.....	3
Kompetensi Inti.....	4
Kompetensi Dasar	4
Tujuan Pembelajaran.....	4
Peta Konsep	5
Kegiatan Belajar 1: Pengertian Matriks.....	6
Pokok Materi.....	6
Materi 1: Definisi Matriks.....	6
Materi 2: Notasi, Elemen, dan Ordo Matriks.....	7
Materi 3: Macam-macam Matriks	10
Materi 4 : Kesamaan Matriks	12
Materi 5 : Transpose Matriks	13
Materi 6 : Rangkuman.....	15
Tes Formatif Kegiatan Belajar 1	15
DAFTAR PUSTAKA.....	16

Pendahuluan

Pembelajaran abad 21 menuntut peran semua pihak yang terlibat untuk mewujudkan peserta didik yang mempunyai kecakapan abad 21 antara lain: Collaborating, Communication, Critical Thinking and Problem Solving, Creativity and Inovation. Peran guru disini sangat penting, guru harus bisa memfasilitasi peserta didik dalam rangka mewujudkan hal ini. Guru harus mampu mengadakan pembelajaran dengan baik , mulai dari mempersiapkan bahan ajar sampai melakukan evaluasi terhadap pembelajaran.

Modul sebagai salah satu bahan ajar yang khas, yang memiliki struktur yang sistematis, dan bersifat utuh. Modul pembelajaran, adalah satu set bahan pembelajaran dalam kemasan terkecil dilihat dari lingkup isi, namun mengandung semua unsur dalam sistem instruksional, sehingga dapat dipelajari secara terpisah dari modul yang lain. Modul merupakan salah satu bentuk bahan ajar yang dikemas secara utuh dan sistematis, di dalamnya memuat seperangkat pengalaman belajar yang terencana dan didesain untuk membantu siswa menguasai tujuan belajar yang spesifik. Modul berfungsi sebagai sarana belajar yang bersifat mandiri, sehingga siswa dapat belajar secara mandiri sesuai dengan kecepatan masing-masing.

Salah satunya modul Matematika ini disusun dengan tujuan siswa dapat belajar secara aktif, mandiri dan inovatif sesuai dengan potensi yang dimiliki untuk bisa mengkonstruksi pengetahuan agar terwujud peserta didik yang berketerampilan abad 21.

Kompetensi Inti

KI-3

Memahami, menerapkan, menganalisis, dan mengevaluasi tentang pengetahuan actual, konseptual, operasional dasar, dan metakognitif sesuai dengan bidang dan lingkup Praktikum Akuntansi Perusahaan Jasa, Dagang dan Manufaktur pada tingkat teknis, spesifik, detil, dan kompleks, berkenaan dengan ilmu pengetahuan, teknologi, seni, budaya, dan humaniora dalam konteks pengembangan potensi diri sebagai bagian dari keluarga, sekolah, dunia kerja, warga masyarakat nasional, regional, dan internasional.

KI-4 :

- a. Melaksanakan tugas spesifik, dengan menggunakan alat, informasi, dan prosedur kerja yang lazim dilakukan serta menyelesaikan masalah sederhana sesuai dengan bidang dan lingkup Praktikum Akuntansi Perusahaan Jasa, Dagang dan Manufaktur.
- b. Menampilkan kinerja di bawah bimbingan dengan mutu dan kuantitas yang terukur sesuai dengan standar kompetensi kerja.
- c. Menunjukkan keterampilan menalar, mengolah, dan menyaji secara efektif, kreatif, produktif, kritis, mandiri, kolaboratif, komunikatif, dan solutif dalam ranah **abstrak** terkait dengan pengembangan dari yang dipelajarinya di sekolah, serta mampu melaksanakan tugas spesifik di bawah pengawasan langsung.
- d. Menunjukkan keterampilan mempersepsi, kesiapan, meniru, membiasakan gerak mahir, menjadikan gerak alami, dalam ranah **konkret** terkait dengan pengembangan dari yang dipelajarinya di sekolah, serta mampu melaksanakan tugas spesifik di bawah pengawasan langsung.

Kompetensi Dasar

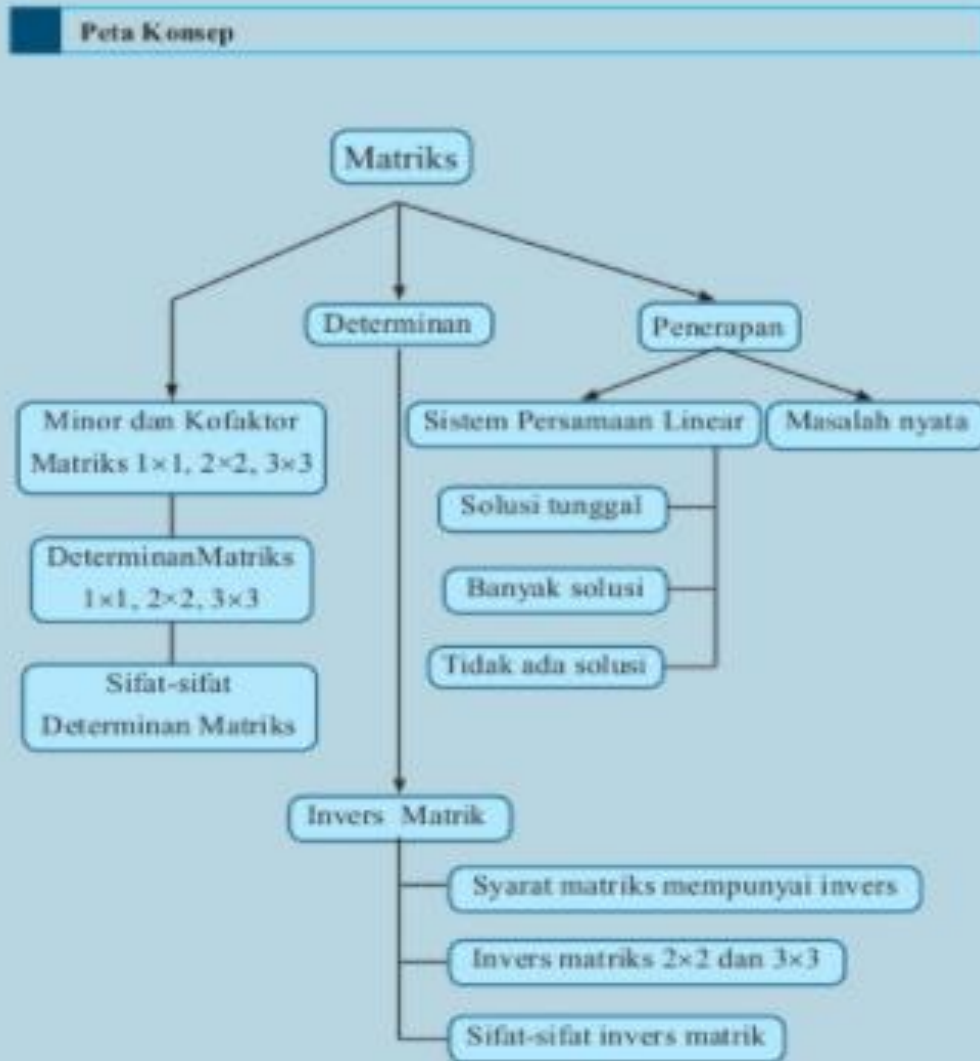
KD 3.15 Menerapkan operasi matriks dalam menyelesaikan masalah yang berkaitan dengan matriks.

KD 4.15 Menyelesaikan masalah yang berkaitan dengan matriks

Tujuan Pembelajaran

1. Melalui diskusi kelompok tentang pengertian matriks, peserta didik dapat menjelaskan definisi dari matriks
2. Melalui diskusi kelompok tentang notasi, elemen dan ordo matriks, peserta didik dapat menerapkan notasi, elemen dan ordo matriks dalam menyelesaikan masalah.
3. Melalui diskusi kelompok tentang jenis-jenis matriks, peserta didik dapat menjelaskan jenis-jenis matriks
4. Melalui diskusi kelompok tentang kesamaan matriks, peserta didik dapat menerapkan kesamaan matriks dalam menyelesaikan masalah.
5. Melalui diskusi kelompok tentang transpose matriks, peserta didik dapat menerapkan transpose matriks dalam menyelesaikan masalah.

Peta Konsep



Kegiatan Belajar 1: Pengertian Matriks

Pokok Materi

1. Definisi Matriks
2. Notasi, Elemen dan Ordo Matriks
3. Macam-macam Matriks
4. Kesamaan Matriks
5. Transpose Matriks

Materi 1: Definisi Matriks

Perhatikan data pada tabel nilai ulangan harian berikut.

Nama Mapel Nama Siswa	Fisika	Matematika	Bahasa Indonesia	Bahasa Inggris
Andi	55	70	80	75
Budi	50	65	85	75
Cantika	75	80	70	85

Jika pada tabel nilai ulangan harian kepala tabel dan kolom pertama dihilangkan, kemudian susunan lambang bilangan tersebut diberi tanda kurung maka akan diperoleh sebagai berikut.

$$\begin{pmatrix} 55 & 70 & 80 & 75 \\ 50 & 65 & 85 & 75 \\ 75 & 80 & 70 & 85 \end{pmatrix}$$

Susunan bilangan tersebut disebut dengan matriks. Jadi matriks didefinisikan sebagai susunan berbentuk persegi panjang yang terdiri dari elemen-elemen yang di atur dalam baris dan kolom.

Untuk memperdalam penguasaan materi silahkan klik link berikut :
<https://www.youtube.com/watch?v=Hqsslxlg7T4>

Materi 2: Notasi, Elemen, dan Ordo Matriks

Matriks dinotasikan dengan huruf kapital seperti A, B, C dan sebagainya. Jika elemen matriks tersebut berupa huruf maka ditulis dengan huruf kecil.

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \cdots & a_{mn} \end{pmatrix} \begin{array}{l} \rightarrow \text{baris ke } - 1 \\ \rightarrow \text{baris ke } - 2 \\ \vdots \\ \rightarrow \text{baris ke } - m \end{array}$$

$\downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow$

kolom1 kolom2 kolom ke-n

Contoh :

Dengan a_{ij} menyatakan elemen pada baris ke-i dan kolom ke-j, sehingga dapat di tulis

$$A = a_{ij}$$

Ordo suatu matriks di tentukan oleh banyak baris dan banyak kolom

Perhatikan contoh berikut :

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 4 \\ 2 & 5 \\ 3 & 6 \end{pmatrix}$$

Matriks A memiliki mempunyai 3 baris dan 2 kolom maka matriks A berordo 3 x 2 atau ditulis $A_{3 \times 2}$

Elemen pada baris pertama kolom kedua dari matriks A adalah 4 atau ditulis $a_{12} = 4$

Elemen pada baris ketiga kolom pertama dari matriks A adalah 3 atau ditulis $a_{31} = 3$

Untuk memperdalam penguasaan materi silahkan klik link berikut :

<https://www.youtube.com/watch?v=HqssIxlg7T4>

Contoh

1. Tuliskan ordo dari setiap matriks berikut .

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 6 \\ 0 & -3 \end{pmatrix}$$

$$B = \begin{pmatrix} 7 & -5 & -8 \\ 41 & 0 & 21 \end{pmatrix}$$

$$C = \begin{pmatrix} 4 & -3 & 2 \\ 6 & 8 & 9 \\ -2 & -5 & 6 \end{pmatrix}$$

Penyelesaian

Matriks A mempunyai 2 baris dan 2 kolom maka matriks A berordo 2×2 atau ditulis $A_{2 \times 2}$

Matriks B mempunyai 2 baris dan 3 kolom maka matriks B berordo 2×3 atau ditulis $B_{2 \times 3}$

Matriks C mempunyai 3 baris dan 3 kolom maka matriks C berordo 3×3 atau ditulis $C_{3 \times 3}$

2. Diketahui matriks $A = \begin{pmatrix} 5 & 4 & -2 \\ 3 & -1 & 0 \\ 6 & 7 & -1 \\ 9 & 8 & 5 \end{pmatrix}$. Berdasarkan matriks tersebut, tentukan :

- Banyak baris
- Banyak kolom
- Ordo matriks
- Elemen-elemen pada kolom kedua
- Elemen-elemen pada baris ketiga
- Elemen pada baris ketiga kolom ketiga (a_{33})
- Elemen pada baris keempat kolom pertama (a_{41})

Penyelesaian

- a. Banyak baris pada matriks A ada 4
- b. Banyak kolom pada matriks A ada 3
- c. Ordo matriks A adalah $A_{4 \times 3}$
- d. Elemen pada kolom kedua : 4, -1, 7, 8
- e. Elemen pada baris ketiga : 6, 7, -1
- f. $a_{33} = -1$
- g. $a_{41} = 9$

Latihan Soal

Perhatikan tabel perbandingan komposisi zat pada beberapa jenis pupuk.

Jenis pupuk	Nitrogen	Fosfat	kalium
A	1	0,5	3
B	2	1,5	5
C	3	1,5	4
D	4	2,5	6

Buatlah tabel tersebut ke dalam bentukl matriks dan tentukan :

- a. Ordo matriks
- b. Elemen-elemen pada baris pertama dan baris keempat
- c. Eleemn-elemen pada kolom kedua dan kolom ketiga
- d. Jika a_{ij} elemen pada baris ke- i dan kolom ke- j , tentukan :
 - 1) a_{31}
 - 2) a_{22}
 - 3) $a_{31} + a_{43}$
 - 4) $a_{42} + a_{33} - a_{12} + a_{21}$

Materi 3: Macam-macam Matriks

Jenis-jenis matriks ditinjau dari banyak baris dan banyak kolom penyusunnya

- a. Matriks baris, yaitu matriks yang terdiri dari satu baris

Contoh

$$A_{1 \times 1} = (2) \quad B_{1 \times 3} = (-1 \ 0 \ 2) \quad C_{1 \times 4} = (2 \ 0 \ -9 \ 7)$$

- b. Matriks kolom, yaitu matriks yang terdiri dari satu kolom

Contoh

$$A_{1 \times 1} = (2) \quad D_{3 \times 1} = \begin{pmatrix} 2 \\ 5 \\ 4 \end{pmatrix} \quad E_{4 \times 1} = \begin{pmatrix} 5 \\ 6 \\ 7 \\ 8 \end{pmatrix}$$

- c. Matriks persegi, yaitu matriks yang banyak baris dan kolom sama.

Contoh

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 6 \\ 0 & -3 \end{pmatrix} \quad E_{3 \times 3} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{pmatrix} \quad F_{4 \times 4} = \begin{pmatrix} a & b & c & d \\ e & f & g & h \\ i & j & k & l \\ m & n & o & p \end{pmatrix}$$

- d. Matriks nol yang dinotasikan O , yaitu matriks yang semua elemennya bernilai 0

Contoh

$$O_{1 \times 2} = (0 \ 0) \quad O_{2 \times 2} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$$

- e. Matriks identitas yang dinotasikan I yaitu matriks persegi yang elemen pada diagonal utamanya 1 dan elemen lainnya 0.

Contoh

$$C_{2 \times 2} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \quad E_{3 \times 3} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

- f. Matriks segitiga atas, yaitu matriks persegi yang dibawah diagonal utamanya bernilai 0

Contoh

$$C_{2 \times 2} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \quad E_{3 \times 3} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 5 & 6 \\ 0 & 0 & 9 \end{pmatrix}$$

- g. Matriks segitiga bawah, yaitu matriks persegi yang diatas diagonal utamanya bernilai 0

Contoh

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 1 & -3 \end{pmatrix} \quad E_{3 \times 3} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 4 & 5 & 0 \\ 7 & 8 & 9 \end{pmatrix}$$

Latihan Soal

Tuliskan jenis-jenis matriks berikut.

a. $\begin{pmatrix} 1 \\ 7 \end{pmatrix}$

b. $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

c. $(-15 \ 12 \ 3 \ 8)$

d. $\begin{pmatrix} 2 & 7 \\ 6 & 2 \end{pmatrix}$

Materi 4 : Kesamaan Matriks

Dua buah matriks dikatakan sama jika matriks tersebut memiliki ordo yang sama dan elemen-elemen yang seletak nilainya sama.

Contoh

1. Perhatikan matriks-matriks di bawah ini.

$$A = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix} \quad C = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \quad D = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}$$

Manakah diantara matriks diatas yang sama?

Penyelesaian

Matriks yang sama adalah matriks A dan C karena memiliki ordo dan elemen-elemen yang seletak nilainya sama

2. Tentukan nilai x , y dan z dari kesamaan dua buah matriks berikut

$$\begin{pmatrix} 2 & 8 & z-2 \\ 6z & -6 & 8 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2x-4 & 8 & 3z \\ 2y & -6 & 8 \end{pmatrix}$$

Penyelesaian

- Pada baris pertama kolom pertama

$$2 = 2x - 4$$

$$2 + 4 = 2x$$

$$6 = 2x$$

$$x = \frac{6}{2} = 3$$

- Baris pertama kolom ketiga

$$z - 2 = 3z$$

$$z - 3z = 2$$

$$-2z = 2$$

$$z = \frac{2}{-2} = -1$$

- Baris kedua kolom pertama

$$6z = 2y$$

$$6(-1) = 2y$$

$$-6 = 2y$$

$$y = \frac{-6}{2} = -3$$

Jadi nilai x, y dan z berturut-turut adalah 3, - 3, dan - 1

Latihan soal

1. Tentukan nilai a, b , dan c dari kesamaan-kesamaan matriks berikut.

$$\text{a. } \begin{pmatrix} a-b \\ a+b \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 \\ -3 \end{pmatrix}$$

$$\text{b. } \begin{pmatrix} a-1 & -7 \\ 2b & 6c+b \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & -7 \\ a+3 & 5 \end{pmatrix}$$

2. Diketahui matriks $P = \begin{pmatrix} 2x-y & 2y+x \\ 7 & 11 \end{pmatrix}$ dan $Q = \begin{pmatrix} 8 & -1 \\ 3x+y & -x+4y \end{pmatrix}$. Tentukan nilai $(10x+5y)$ jika $P = Q$

Materi 5 : Transpose Matriks

Transpose suatu matriks adalah matriks baru yang diperoleh dengan mengubah susunan kolom suatu matriks menjadi baris dan susunan baris menjadi kolom.

Contoh 1

$$A = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \Rightarrow A^T = \begin{pmatrix} a & c \\ b & d \end{pmatrix}$$

$$D_{3 \times 1} = \begin{pmatrix} 2 \\ 5 \\ 4 \end{pmatrix} \Rightarrow D_{1 \times 3}^T = (2 \ 5 \ 4)$$

Contoh 2

Diketahui matriks $K = \begin{pmatrix} 4x+y & 3x-2y \\ 4 & -1 \end{pmatrix}$ dan $L = \begin{pmatrix} 12 & 4 \\ -2 & -1 \end{pmatrix}$. Jika $K = L^T$, tentukan nilai x dan y .

Penyelesaian

$$K = L^T$$

$$\begin{pmatrix} 4x+y & 3x-2y \\ 4 & -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 12 & -2 \\ 4 & -1 \end{pmatrix}$$

$$4x+y=12 \quad | \times 2 | \quad 8x+2y=24$$

$$3x-2y=-2 \quad | \times 1 | \quad \underline{3x-2y=-2} +$$

$$11x=22$$

$$x = \frac{22}{11} = 2$$

Substitusi nilai $x = 2$ ke persamaan $4x + y = 12$

$$4x + y = 12$$

$$4(2) + y = 12$$

$$8 + y = 12$$

$$y = 12 - 8$$

$$y = 4$$

Jadi nilai $x = 2$ dan $y = 4$.

Latihan Soal

1. Tentukan matriks B jika diketahui $B^T = \begin{pmatrix} a & c & e \\ b & d & f \end{pmatrix}$

2. Diketahui $P = \begin{pmatrix} -5 & 6 \\ 11 & 4 \end{pmatrix}$ dan $Q = \begin{pmatrix} p & q \\ r & s \end{pmatrix}$. Jika $P^T = Q^T$, tentukan nilai p , q , r dan s .

Materi 6 : Rangkuman

1. Matriks didefinisikan sebagai susunan berbentuk persegi panjang dari elemen-elemen yang diatur berdasarkan baris dan kolom.
2. Ordo ditentukan oleh banyak baris dan banyak kolom.
3. Dua buah matriks dikatakan sama jika memiliki ordo dan elemen-elemen yang seletak nilainya sama.
4. Transpose suatu matriks adalah matriks baru yang diperoleh dengan mengubah susunan kolom suatu matriks menjadi baris dan susunan baris menjadi kolom

Tes Formatif Kegiatan Belajar 1

1. Diketahui matriks $A = \begin{pmatrix} 2 & 3 & -1 \\ 4 & 3 & -4 \\ 1 & -8 & 5 \\ 2 & 4 & 6 \end{pmatrix}$. Nilai $a_{22} + a_{41} + a_{32} = \dots$

- A. - 5
- B. - 3
- C. - 1
- D. 3
- E. 13

2. Diketahui matriks $P = \begin{pmatrix} 2 & -3 & 6 \\ 5 & 0 & -2 \\ 1 & 4 & -4 \end{pmatrix}$. Nilai $(a_{22} + a_{32})$ dari transpos P adalah ...

- A. - 4
- B. - 2
- C. - 1
- D. 1
- E. 11

3. Nilai $(2x+5y)$ dari kesamaan matrks $\begin{pmatrix} x-2y & -1 \\ 3y & 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 13 & -1 \\ -5x & 3x+y \end{pmatrix}$ adalah

- A. - 19
- B. - 5
- C. 5
- D. 25
- E. 31

4. Diketahui $A = \begin{pmatrix} 2 & 5 & -1 \end{pmatrix}$ dan $B = \begin{pmatrix} -1 \\ 4 \\ 5 \end{pmatrix}$. Ordo matriks AB adalah

- A. 1×1
- B. 1×2
- C. 1×3
- D. 3×1
- E. 3×3

DAFTAR PUSTAKA

Kasmina dan Toali, 2018. Matematika 1 untuk SMK/MAK Kelas X. Jakarta : Erlangga
m4th-lab, "Matriks Matematika Wajib Kelas 11 Bagian 1 - Pengenalan Matriks," [Online]. Available:
<https://www.youtube.com/watch?v=Hqsslxlg7T4>. [Accessed 2020].