

MODUL MATEMATIKA PEMINATAN

KELAS X



GRAFIK FUNGSI LOGARITMA

PERSAMAAN FUNGSI LOGARITMA

PETUNJUK PENGGUNAAN MODUL

Pendalaman Materi

- Rubik ini berisi pemantapan teori atau konsep yang dijabarkan dari Kompetensi Inti dan Kompetensi Dasar. Teori atau konsep dijelaskan secara sistematis dan dengan bahasa yang mudah dipahami.

Contoh Soal

- Fitur ini berisi aplikasi rumus untuk memberi gambaran cara menggunakan rumus sekaligus penyelesaiannya. Dengan demikian, siswa dapat memahami betul cara penggunaan rumus sebelum mengerjakan soal.

Tautan

- Rubik tautan ini mengajak siswa untuk membuka website berkaitan dengan materi yang dipelajari. Jangan abaikan fitur ini agar wawasan anda semakin luas.

Tugas

- Rubik yang disajikan dalam tugas merupakan tindak lanjut pembelajaran yang disampaikan dalam pendalaman materi. Dengan mengerjakan tugas ini siswa diharapkan semakin paham mengenai materi yang dipelajari.

Rangkuman

- Rubik rangkuman berisi ringkasan materi dari rubik pendalaman materi.

KATA PENGANTAR

Puji syukur penulis panjatkan kepada Tuhan Yang Maha Esa telah memberikan karunia-Nya sehingga penulis dapat menyelesaikan Modul Grafik Fungsi Logaritma dan Peesamaan Fungsi Logaritma ini. Penyajian modul ini diharapkan dapat membantu siswa dalam memahami materi Grafik Fungsi Logaritma dan Peesamaan Fungsi Logaritma.

Modul ini tidak akan terselesaikan dengan baik tanpa bantuan pihak lain. Oleh karena itu, penulis menyampaikan terimakasih kepada pihak-pihak yang telah membantu dalam penyelesaian bahan ajar ini yaitu:

1. Kedua orang tua yang telah memberikan dukungan material maupun spiritual.
2. Dosen pembimbing PPG yang selalu mendampingi dan memberikan arahan.
3. Teman-teman PPG yang selalu memberikan bantuan dalam penyusunan modul ini.
4. Semua pihak yang telah membantu yang tidak dapat disebutkan satu per satu.

Harapan penulis, semoga modul ini memberikan manfaat bagi pembaca, serta bagi perkembangan ilmu pengetahuan. Saran dan masukan yang bersifat membangun penulis terima dengan senang hati.

Bantul, September 2020

Penulis

DAFTAR ISI

Halaman Judul.....	1
Petunjuk Penggunaan Modul	2
Kata Pengantar	3
Daftar Isi	4
KD, IPK, Tujuan Pembelajaran	5
Motivasi	6
Peta Konsep	7
Pendalaman Materi Pertemuan 1	8
Pendalaman Materi Pertemuan 2	10
Pendalaman Materi Pertemuan 3	12
Rangkuman	15
Uju Kompetensi	16
Daftar Pustaka	18
Profil Penulis	19

Kompetensi Dasar

- 3.1 Mendeskripsikan dan menentukan penyelesaian fungsi eksponensial dan fungsi logaritma menggunakan masalah kontekstual, serta keberkaitannya
- 4.1 Menyajikan dan menyelesaikan masalah yang berkaitan dengan fungsi eksponensial dan fungsi logaritma

Indikator Pencapaian Kompetensi

- 3.1.1 Peserta didik mampu mendiskripsikan berbagai konsep dan prinsip logaritma.
- 3.1.2 Peserta didik mampu menentukan daerah asal dan daerah hasil fungsi logaritma.
- 3.1.3 Peserta didik mampu menggambarkan grafik fungsi logaritma.
- 3.1.4 Peserta didik mampu menganalisis ciri/sifat grafik fungsi logaritma
- 3.1.5 Peserta didik mampu menentukan penyelesaian persamaan logaritma
- 4.1.1 Peserta didik mampu menyajikan dan menyelesaikan masalah yang berkaitan dengan fungsi logaritma.
- 4.1.2 Peserta didik mampu menyajikan dan menyelesaikan masalah yang berkaitan dengan grafik fungsi logaritma
- 4.1.3 Peserta didik mampu menyajikan dan menyelesaikan masalah yang berkaitan dengan persamaan fungsi logaritma.

Tujuan Pembelajaran

Melalui pembelajaran discovery learning dengan memiliki sikap responsif, kreatif serta kerjasama dengan baik dan komunikatif peserta didik dapat menentukan penyelesaian persamaan logaritma, menyajikan dan menyelesaikan masalah yang berkaitan dengan persamaan fungsi logaritma.

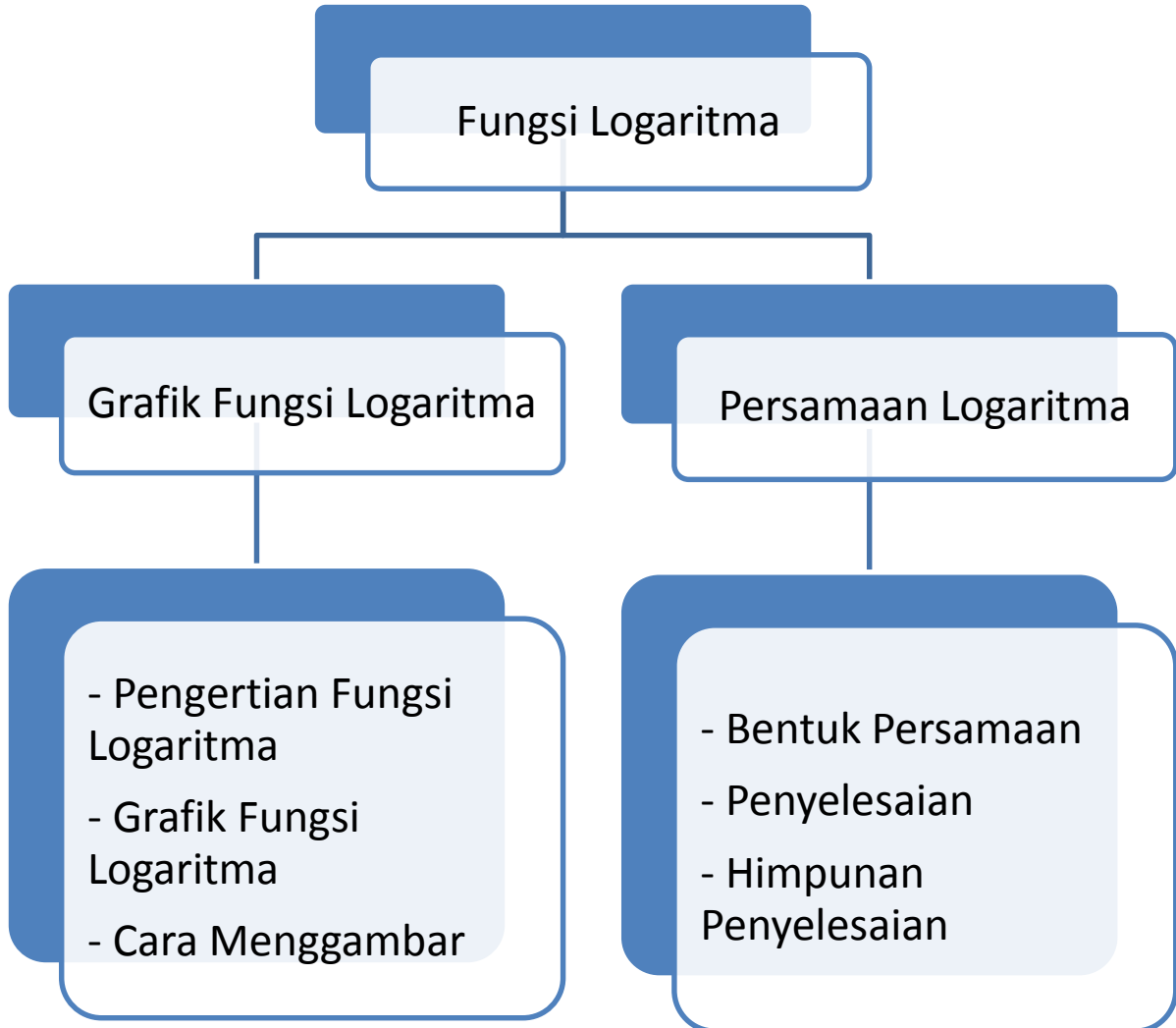
Belajar Matematika Itu Mudah

Banyak yang beranggapan Matematika merupakan pelajaran yang sulit. Soal – soalnya susah dikerjakan, bikin pusing tujuh keliling. Anggapan itu tidaklah salah, paling tidak hingga saat ini. Nilai matematika paling rendah diantara nilai mata pelajaran yang lainnya. Sebenarnya ada cara mudah yang dapat Anda lakukan untuk memperbaiki nilai Matematika Anda. Bagaimana caranya?

Tips Untuk Bisa Matematika

1. Mencoba memahami setiap konsep, prinsip, atau rumus yang ada dalam matematika
 - Perhatikan penjelasan oleh guru
 - Jika masih ragu bertanya kepada guru
2. Membuat catatan kecil
 - Ingat, ringkasan bukan untuk menyontek saat ulangan, namun untuk memudahkan dalam memahami
 - Buat catatan smenarik mungkin sehingga anda tertarik untuk membacanya
3. Memahami maksud soal yang dihadapi
 - Perbanyak mengerjakan soal latihan, dengan sendirinya konsep dan rumus akan tersimpan dimemori otak anda
4. Jangan takut salah
 - Anda harus percaya diri dalam mengerjakan soal
 - Percaya dengan kemampuan anda sendiri, jangan takut salah
5. Belajar engan cara menyenangkan
 - Jikamembaca buku membuat anda membosankan, maka Cobalah belajar melalui website dengan konten matematika yang menarik
6. Belajar Bersama
 - Luangkan waktu untuk belajar bersama teman anda

PETA KONSEP



Pendalaman Materi Pertemuan 1

Grafik Fungsi Logaritma

Ditinjau dari bilangan pokoknya, grafik fungsi logaritma $f(x)={}^a\log x$ dapat dikelompokkan menjadi 2 macam yaitu : grafik fungsi logaritma dengan bilangan pokok $a > 1$ dan grafik fungsi logaritma dengan bilangan pokok $0 < a < 1$.

a. Sifat – sifat fungsi logaritma $y = f(x) = {}^a\log x$ dengan bilangan pokok $a > 1$ dan

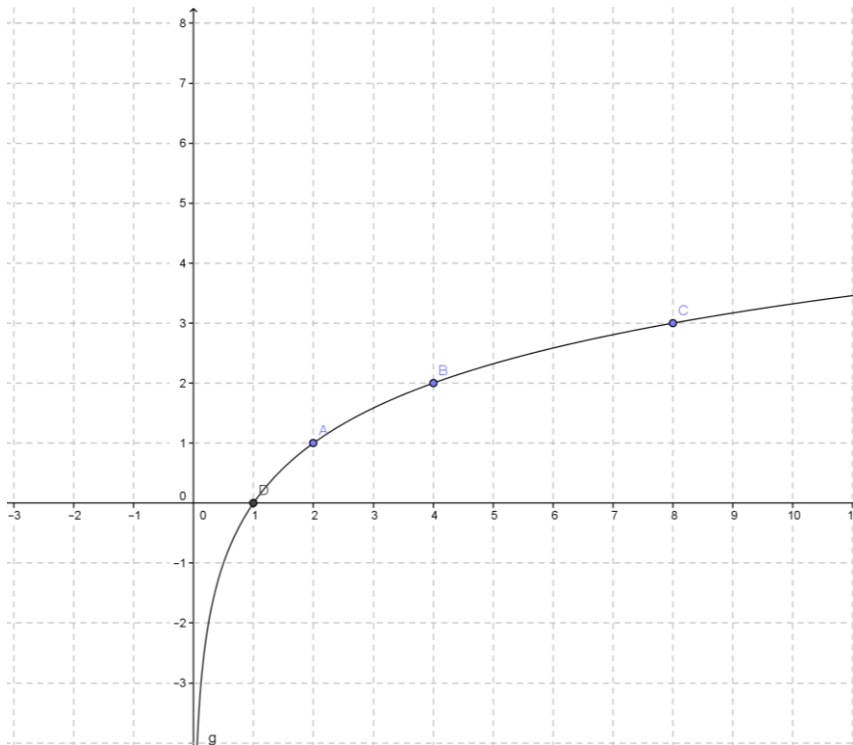
$$0 < a < 1.$$

1. Domain fungsi f adalah $D_f = \{x|x > 0 \text{ dan } x \in R\}$ atau $D_f = (0, \infty)$
 2. Range fungsi f adalah $R_f = \{y|y \in R\}$ atau $R_f = R$
 3. Range f kontinu pada $(0, \infty)$
 4. Fungsi f monoton naik untuk $a > 1$
 5. Fungsi f monoton turun untuk $0 < a < 1$
 6. Nilai ${}^a\log x$ tidak didefinisikan untuk x yang tidak positif
 7. Fungsi logaritma selalu memotong sumbu x dititik $(1,0)$ dengan kata lain ${}^a\log x = 0 \leftrightarrow x = 1$
 8. ${}^a\log x = 1$ jika dan hanya jika $x = a$
 9. sumbu y merupakan asimtot tegak dari grafik
 10. Fungsi f merupakan fungsi bijektif atau korespondensi satu-satu
- b. Untuk menggambar grafik atau kurva fungsi logaritma $f(x) = {}^a\log x$ ditempuh prosedur sebagai berikut:
1. Buatlah tabel yang menunjukkan relasi antara x dengan $f(x) = {}^a\log x$
 2. Gambarkan setiap titik (x,y) yang diperoleh pada bidang kartesius
 3. Hubungkan setiap titik (x,y) yang diperoleh dari langkah b dengan kurva. Sehingga diperoleh grafik atau kurva fungsi logaritma $f(x) = {}^a\log x$

Contoh Soal

Contoh gambar grafik logaritma $y = {}^2\log x$

x	1	2	4	8
$y = {}^2\log x$	0	1	2	3



Tautan

Untuk lebih pahamnya silahkan lihat video langkah – langkah menggambar grafik fungsi logaritma di link berikut:

<https://drive.google.com/file/d/1SIUXuW-8LwMlySXnsHhE3de00Bg6DAzj/view?usp=sharing>

Tugas

1. Gambarlah grafik fungsi logaritma $y = \frac{1}{3} \log x$
2. Gambarlah grafik fungsi logaritma ${}^2 \log(x + 1) = {}^2 \log x$
3. Diketahui fungsi $f(x) = {}^3 \log 3x$ dan $g(x) = {}^3 \log(x + 2)$
 - a. Tentukan koordinat titik potong grafik $f(x)$ dan $g(x)$
 - b. Tentukan interval pada saat grafik $f(x)$ dan $g(x)$ berada di atas sumbu x
 - c. Gambarkan sketsa grafik $f(x)$ dan $g(x)$

Pendalaman Materi Pertemuan 2 Persamaan Logaritma

Persamaan logaritma adalah persamaan yang mengandung operasi bentuk logaritma dengan variabel tertentu. Berikut ini adalah beberapa bentuk persamaan logaritma.

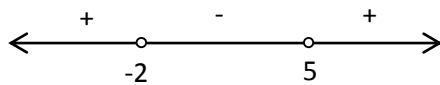
1. ${}^a \log f(x) = {}^a \log p$
Penyelesaian: $f(x) = p$, dengan syarat $f(x) > 0$
2. ${}^a \log f(x) = {}^a \log g(x)$
Penyelesaian: $f(x) = g(x)$, dengan syarat $f(x) > 0$ dan $g(x) > 0$
3. ${}^a \log f(x) = {}^b \log f(x)$
Penyelesaian: $f(x) = 1$

Contoh Soal

- a. Persamaan logaritma bentuk ${}^a \log f(x) = {}^a \log p$
Penyelesaian: $f(x) = p$, dengan syarat $f(x) > 0$
Contoh soal:
Carilah himpunan penyelesaian dari persamaan berikut!
 ${}^3 \log x^2 - 2x - 15 = 2$
Syarat:
 - $x^2 - 2x - 15 > 0$

$$(x-5)(x+2) > 0$$

$$x = 5 \text{ atau } x = -2$$



$$x < -2 \text{ atau } x > 5$$

Penyelesaian:

$${}^3\log x^2 - 2x - 15 = 2$$

$$x^2 - 2x - 15 = 3^2$$

$$x^2 - 2x - 15 = 9$$

$$x^2 - 2x - 24 = 0$$

$$(x-6)(x+4) = 0$$

$$x = 6 \text{ atau } x = -4$$

Karena $x < -2$ atau $x > 5$, maka himpunan penyelesaiannya adalah $\{-4, 6\}$

b. Persamaan logaritma bentuk ${}^a\log f(x) = {}^a\log g(x)$

Penyelesaian: $f(x) = g(x)$, dengan syarat $f(x) > 0$ dan $g(x) > 0$

Contoh soal:

Carilah himpunan penyelesaian dari persamaan berikut!

$$\log x^2 - 2x = \log 4x - 8$$

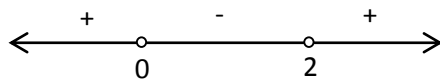
Syarat

- $x^2 - 2x > 0$ dan $4x - 8 > 0$

$$x^2 - 2x > 0$$

$$(x)(x-2) > 0$$

$$x = 0 \text{ atau } x = 2$$



$$x < 0 \text{ atau } x > 2$$

- $4x - 8 > 0$

$$4x > 8$$

$$x > 2$$

Penyelesaian:

$$\log x^2 - 2x = \log 4x - 8$$

$$x^2 - 2x = 4x - 8$$

$$x^2 - 6x + 8 = 0$$

$$(x-2)(x-4) = 0 \Leftrightarrow x = 2 \text{ atau } x = 4$$

Karena $x < 0$ atau $x > 2$ maka himpunan penyelesaiannya adalah $\{4\}$

c. Persamaan logaritma bentuk ${}^a\log f(x) = {}^b\log f(x)$

Penyelesaian: $f(x) = 1$

Contoh soal:

Carilah himpunan penyelesaian dari persamaan berikut!

$${}^4\log x - 5 = {}^3\log x - 5$$

Penyelesaian:

$$x - 5 = 1 \Leftrightarrow x = 6$$

Tautan

Untuk lebih pahamnya silahkan lihat video pembahasan soal persamaan logaritma di link berikut:

<https://drive.google.com/file/d/1SIUXuW-8LwMlySXnsHhE3de00Bg6DAzj/view?usp=sharing>

Tugas

1. Tentukan himpunan penyelesaian dari ${}^{\frac{1}{2}}\log(6 - x) = -2$
2. Tentukan himpunan penyelesaian dari ${}^2\log(x^2 + 4x - 20) = {}^7\log(x^2 + 4x - 20)$
3. Tentukan himpunan penyelesaian dari ${}^2\log(x - 3) + {}^2\log(x - 2) = 1$
4. Tentukan himpunan penyelesaian dari ${}^3\log(x^2 - 8) = {}^4\log(x^2 - 8)$
5. Tentukan himpunan penyelesaian dari ${}^x\log(2x^2 - 7x + 6) = 2$

Pendalaman Materi Pertemuan 3 Persamaan Logaritma

Melanjutkan pada pertemuan minggu lalu telah kita bahas persamaan logaritma bentuk pertama sampai dengan bentuk ketiga. Pertemuan kali ini kita akan membahas persamaan logaritma bentuk ke empat sampai dengan bentuk ke enam. Bentuk persamaan tersebut sebagai berikut:

$$1. \quad {}^{h(x)}\log f(x) = {}^{h(x)}\log g(x)$$

Penyelesaian: $f(x) = g(x)$,

dengan syarat $h(x) > 0, h(x) \neq 1, f(x) > 0$ dan $g(x) > 0$

$$2. \quad {}^{f(x)}\log h(x) = {}^{g(x)}\log h(x)$$

Penyelesaian: $f(x) = g(x)$

dengan syarat $f(x) > 0, f(x) \neq 1, g(x) > 0, g(x) \neq 1$ dan $h(x) > 0$

$$3. A({}^a \log x)^2 + B({}^a \log x) + C = 0$$

Penyelesaian : Memisalkan ${}^a \log x$ sebagai suatu variabel tertentu.

Merubah persamaan logaritma menjadi persamaan bentuk kuadrat.

Menyelesaikan persamaan kuadrat.

Mensubstitusikan nilai yang didapat pada bentuk logaritma yang dimisalkan di langkah pertama.

Contoh Soal

1. Tentukan himpunan penyelesaian dari persamaan berikut!

$$x^{-4} \log x^2 - 3 = x^{-4} \log 11x - 33$$

Syarat x

- $x - 4 \neq 1$
 $x \neq 5$

Penyelesaian:

$$x^2 - 3 = 11x - 33$$

$$x^2 - 11x + 30 = 0$$

$$(x - 5)(x - 6) = 0$$

$$x = 5 \text{ atau } x = 6$$

Karena $x \neq 5$, maka himpunan penyelesaiannya adalah $\{6\}$

2. Carilah himpunan penyelesaian dari persamaan berikut!

$$x^{2-15} \log 2 = 2x+9 \log 2$$

Syarat x

- $x^2 - 15 \neq 1$ dan $2x + 9 \neq 1$
 $x^2 - 15 \neq 1$
 $x^2 - 16 \neq 0$
 $(x - 4)(x + 4) \neq 0$
 $x \neq 4$ atau $x \neq -4$
 $2x + 9 \neq 1$
- $2x \neq -8$
 $x \neq -4$

Penyelesaian:

$$x^2 - 15 = 2x + 9$$

$$x^2 - 2x - 24 = 0$$

$$(x - 6)(x + 4) = 0$$

$$x = 6 \text{ atau } x = -4$$

Karena $x \neq 4$ atau $x \neq -4$, maka himpunan penyelesaiannya adalah $\{4\}$

3. Carilah himpunan penyelesaian dari persamaan berikut!

$${}^3 \log^2 x + {}^3 \log x^2 - 3 = 0$$

Penyelesaian:

Misal $y = {}^a \log x \Rightarrow x = a^y$

$$({}^3 \log x)^2 + 2({}^3 \log x) - 3 = 0$$

$$y^2 + 2y - 3 = 0$$
$$(y - 1)(y + 3) = 0$$
$$y = 1 \text{ atau } y = -3$$
$$x = 3^1 \Leftrightarrow x = 3, \text{ atau}$$
$$x = 3^{-3} \Leftrightarrow x = \frac{1}{27}$$

Tautan

Untuk lebih pahamnya silahkan lihat video pembahasan soal persamaan logaritma di link berikut:

<https://drive.google.com/file/d/1SIUXuW-8LwMlySXnsHhE3de00Bq6DAzi/view?usp=sharing>

Tugas

1. Tentukan himpunan penyelesaian dari $^{(x-3)}\log(x^2 - 6x + 8) = ^{(x-3)}\log(2x - 7)$
2. Tentukan nilai x yang memenuhi ${}^2\log^2 x - {}^2\log x^3 = 4$
3. Buktikan kesamaan logaritma ${}^x\log x^2 y + {}^y\log x^3 y^{-1} - {}^x\log y = 1 + 3 {}^y\log x$
4. Tentukan nilai logaritma dari ${}^2\log 48 - {}^2\log 60 + {}^2\log 80$
5. Jika x_1 dan x_2 adalah akar-akar persamaan ${}^3\log^2 x - {}^3\log x^3 + 2 = 0$. Tentukan $x_1 \cdot x_2$

Rangkuman

Langkah – Langkah Menggambar Grafik Fungsi Logaritma

1. Buatlah tabel yang menunjukkan relasi antara x dengan $f(x) = {}^a \log x$
2. Gambarkan setiap titik (x,y) yang diperoleh pada bidang kartesius
3. Hubungkan setiap titik (x,y) yang diperoleh dari langkah b dengan kurva. Sehingga diperoleh grafik atau kurva fungsi logaritma $f(x) = {}^a \log x$

Persamaan Logaritma

1. ${}^a \log f(x) = {}^a \log p$
Penyelesaian: $f(x) = p$, dengan syarat $f(x) > 0$
2. ${}^a \log f(x) = {}^a \log g(x)$
Penyelesaian: $f(x) = g(x)$, dengan syarat $f(x) > 0$ dan $g(x) > 0$
3. ${}^a \log f(x) = {}^b \log f(x)$
Penyelesaian: $f(x) = 1$
4. ${}^{h(x)} \log f(x) = {}^{h(x)} \log g(x)$
Penyelesaian: $f(x) = g(x)$,
dengan syarat $h(x) > 0, h(x) \neq 1, f(x) > 0$ dan $g(x) > 0$
5. ${}^{f(x)} \log h(x) = {}^{g(x)} \log h(x)$
Penyelesaian: $f(x) = g(x)$
dengan syarat $f(x) > 0, f(x) \neq 1, g(x) > 0, g(x) \neq 1$ dan $h(x) > 0$
6. $A({}^a \log x)^2 + B({}^a \log x) + C = 0$

Penyelesaian : Memisalkan ${}^a \log x$ sebagai suatu variabel tertentu.

Merubah persamaan logaritma menjadi persamaan bentuk kuadrat.

Menyelesaikan persamaan kuadrat.

Mensubstitusikan nilai yang didapat pada bentuk logaritma yang dimisalkan di langkah pertama.

Uji Kompetensi

1. Nilai x yang memenuhi persamaan $^{10}\log(2x - 5) = ^{10}\log(x + 3)$ adalah
A. 5
B. 6
C. 7
D. 8
E. 9
2. Himpunan penyelesaian dari persamaan $^6\log(x + 2) - ^6\log(x - 3) = 1$ adalah ...
A. {2}
B. {3}
C. {4}
D. {5}
E. {6}
3. Jika x_1 dan x_2 adalah akar-akar dari persamaan $\log(x^2 + 10x + 31) = 1$, maka nilai dari $(x_1 + x_2)^2 - 3x_1x_2$ adalah
A. 25
B. 37
C. 42
D. 86
E. 92
4. Himpunan penyelesaian dari $^3\log(x^2 - 1) - ^3\log(5x + 5) = 0$ adalah
A. {-1,6}
B. {2,6}
C. {4}
D. {6}
E. {8}
5. Himpunan penyelesaian $^2\log x^{(1+2\log x)} = 2$ nilai x_1+x_2
A. {9/2}
B. {5/2}
C. {17/4}
D. {25/4}
E. {- 25/4}
6. Himpunan penyelesaian persamaan $^x\log (10x^3 - 9x) = ^x\log x^5$ adalah
A. {3}
B. {1,3}
C. {0,1,3}
D. {-3, -1,1,3}
E. {-3, -1,0,1,3}
7. Jika x_1 dan x_2 adalah akar – akar persamaan $(^3\log x)^2 - 3 \cdot ^3\log x + 2 = 0$, maka $x_1 \cdot x_2 = \dots$
A. 2
B. 3
C. 8
D. 24
E. 27

8. Dari persamaan $\log^2 x + \log x = \log 100$ adalah
- | | |
|----------------|----------------------------|
| A. $\{-2,10\}$ | D. $\{\frac{1}{100}, 10\}$ |
| B. $\{2,10\}$ | E. $\{10,100\}$ |
| C. $\{1,10\}$ | |
9. Jika persamaan ${}^2\log^2 x - 3 \cdot {}^2\log x + 2 = 0$ memiliki akar-akar x_1 dan x_2 , nilai dari $x_1 x_2$ adalah
- | | |
|-------|-------|
| A. 8 | D. 14 |
| B. 10 | E. 16 |
| C. 12 | |
10. Nilai x yang memenuhi persamaan ${}^2\log \cdot {}^2\log (2^{x+1} + 3) = 1 + {}^2\log x$ adalah
- | | |
|-----------------|-------------------------|
| A. ${}^2\log 3$ | D. 8 atau $\frac{1}{2}$ |
| B. ${}^3\log 2$ | E. $\log \frac{2}{3}$ |
| C. -1 atau 3 | |

DAFTAR PUSTAKA

Kurnia, Novianto. 2013. Matematika SMA Kelas X. Jakarta. Yudhistira

Kementerian Pendidikan dan Kebudayaan. 2016. Buku Guru Mata Pelajaran Matematika (peminatan) kelas X Jakarta: Kementerian Pendidikan dan Kebudayaan.

Kementerian Pendidikan dan Kebudayaan. 2016. Buku peserta didik Mata Pelajaran Matematika (peminatan) kelas X Jakarta: Kementerian Pendidikan dan Kebudayaan

PROFIL PENULIS



NAMA : Reni Sundari, S.Pd

Email : renisundari578@gmail.com

Alamat : Daguran, RT.119, Cagunan, Trimurti, Srandakan, Bantul

Riwayat Pendidikan Tinggi : S-1 FMIPA UNY

Alamat Kantor : SMA N 1 Pajangan