

E-MODUL

GRAFIK FUNGSI LOGARITMA DAN PERSAMAAN LOGARITMA

MATEMATIKA PEMINATAN KELAS X MIPA



WAHYU BERTI RAHMANTIWI

SMA NEGERI 1 PUNDONG

KATA PENGANTAR

Pendidikan kesetaraan sebagai pendidikan alternatif memberikan layanan kepada masyarakat yang karena kondisi geografis, sosial budaya, ekonomi dan psikologis tidak berkesempatan mengikuti pendidikan dasar dan menengah di jalur pendidikan formal. Kurikulum pendidikan kesetaraan dikembangkan mengacu pada kurikulum 2013 pendidikan dasar dan menengah hasil revisi berdasarkan peraturan Mendikbud No.24 tahun 2016 yang diempurnakan kembali dengan Peraturan Mendikbud No.37 tahun 2018.

Pembelajaran pendidikan kesetaraan menggunakan prinsip *flexible learning* sesuai dengan karakteristik peserta didik kesetaraan. Sesuai dengan penerapan prinsip pembelajaran tersebut pada masa pandemi COVID-19 menggunakan sistem pembelajaran modular dimana peserta didik memiliki kebebasan dalam penyelesaian tiap modul yang disajikan secara daring dengan menggunakan E-Modul. Konsekuensi dari sistem tersebut adalah perlunya disusun modul pembelajaran pendidikan kesetaraan yang memungkinkan peserta didik untuk belajar dan melakukan evaluasi ketuntasan secara mandiri.

E-Modul ini kami susun guna melengkapi salah satu tugas dalam PPG Daljab 2020 di LPTK Universitas Sarjanawiyata Tamansiswa untuk materi pengembangan bahan ajar. E-Modul ini sebagai pelengkap pembelajaran jarak jauh yang dilakukan peserta didik kami. Dengan mengembangkan bahan ajar ini, besar harapan kami agar diberikan saran dan kritik untuk dapat memperbaiki bahan ajar kami yang dapat digunakan untuk pembelajaran abad 21.

Kami mengucapkan terimakasih atas bimbingan seluruh Dosen Universitas Sarjanawiyata Tamansiswa serta seluruh Guru Pamong untuk masukan dalam pembuatan e-modul ini.

Pundong, 22 September 2020

Penulis

DAFTAR ISI

PENDAHULUAN	3
Identitas Modul.....	3
Kompetensi Dasar dan Indikator Pencapaian Kompetensi.....	3
Deskripsi.....	3
Petunjuk Penggunaan Modul.....	3
Materi.....	3
GRAFIK FUNGSI LOGARITMA	6
A. Tujuan.....	6
B. Uraian Materi.....	6
C. Rangkuman.....	9
D. Latihan Soal.....	10
E. Daftar Pustaka.....	12
F. Kriteria Penilaian Latihan Soal.....	12
PERSAMAAN LOGARITMA 1	14
A. Tujuan.....	14
B. Uraian Materi.....	14
C. Rangkuman.....	16
D. Latihan Soal.....	16
E. Daftar Pustaka.....	18
F. Kriteria Penilaian Latihan Soal.....	19
PERSAMAAN LOGARITMA 2	20
A. Tujuan.....	20
B. Uraian Materi.....	20
C. Rangkuman.....	22
D. Latihan Soal.....	22
E. Daftar Pustaka.....	23
F. Kriteria Penilaian Latihan Soal.....	23
KUNCI JAWABAN LATIHAN SOAL	25

PENDAHULUAN

IDENTITAS MODUL

Nama Mata Pelajaran	: Matematika Peminatan
Kelas/Semester/Alokasi Waktu	: X MIPA/ 1 (Ganjil)/ 9 JP
Judul E-Modul	: Grafik Fungsi Logaritma dan Persamaan Logaritma

KOMPETENSI DASAR DAN INDIKATOR PENCAPAIAN KOMPETENSI

- 3.1 Mendeskripsikan dan menentukan penyelesaian fungsi eksponensial dan fungsi logaritma menggunakan masalah kontekstual, serta keberkaitannya
- 3.1.1 Mendeskripsikan berbagai konsep dan prinsip logaritma.
 - 3.1.2 Menyusun tahapan-tahapan dalam melukis grafik fungsi logaritma.
 - 3.1.3 Membuat grafik fungsi logaritma dengan interval tertentu.
 - 3.1.4 Menganalisis sifat dari grafik fungsi logaritma.
 - 3.1.5 Membuat persamaan grafik dari fungsi yang diberikan.
 - 3.1.6 Menentukan himpunan penyelesaian dari persamaan logaritma.
 - 3.1.7 Menentukan nilai suatu variabel yang memenuhi persamaan logaritma.
- 4.1 Menyajikan dan menyelesaikan masalah yang berkaitan dengan fungsi eksponensial dan fungsi logaritma
- 4.1.1 Menggambar sketsa grafik fungsi logaritma.
 - 4.1.2 Menyajikan dan menyelesaikan masalah yang berkaitan dengan grafik fungsi logaritma.
 - 4.1.3 Menyajikan dan menyelesaikan masalah matematis dengan menggunakan penerapan bentuk-bentuk persamaan logaritma.
 - 4.1.4 Menyelesaikan masalah dalam kehidupan sehari-hari yang berhubungan dengan logaritma.

DESKRIPSI

Dalam kehidupan sehari-hari, kita sering kali dihadapkan pada masalah yang berhubungan dengan logaritma. Misalnya mengukur PH tanah yang berubah akibat peristiwa gunung meletus, perhitungan skala Richter untuk gempa bumi dan desibel, perhitungan frekuensi musik, mengukur laju pertumbuhan penduduk dan untuk menghitung bunga majemuk dalam keuangan. Salah satu penerapannya ialah pada saat gunung meletus, maka material-material yang muncul akibat peristiwa gunung meletus tersebut akan mengakibatkan PH tanah berubah, hal ini terjadi akibat adanya hujan asam. Untuk memudahkan menyampaikan informasi peningkatan PH tanah di sekitar gunung berapi tersebut, maka fungsi logaritma yang diperoleh digambarkan dalam bentuk grafik fungsi logaritma.

PETUNJUK PENGGUNAAN MODUL

Untuk membantu Anda dalam menguasai kemampuan pembelajaran, materi modul terdiri dari tiga kegiatan pembelajaran yaitu grafik fungsi logaritma dan persamaan logaritma. Anda dapat mempelajari modul ini dengan cara bertahap. Jangan memaksakan diri sebelum benar-benar menguasai materi demi materi dalam modul ini, karena masing-masing saling berkaitan. Setiap kegiatan pembelajaran dilengkapi dengan latihan soal pilihan ganda dan uraian. Latihan soal pilihan ganda dan uraian menjadi alat ukur tingkat penguasaan Anda setelah mempelajari materi dalam modul ini. Jika nilai anda kurang dari 68 maka Anda dapat mengulangi untuk mempelajari materi yang ada di modul ini. Apabila Anda masih mengalami kesulitan memahami materi yang ada dalam modul ini, silahkan diskusikan dengan teman atau guru Anda. Selamat belajar !.

MATERI PEMBELAJARAN

Pada pertemuan sebelumnya Anda telah belajar mengenai sifat-sifat logaritma. Dimana logaritma adalah salah satu operasi matematika yang merupakan kebalikan dari eksponen atau pemangkatan, yaitu dengan mencari pangkat dari suatu bilangan pokok. Dalam e-modul berikut ini akan dibahas mengenai materi:

1. Grafik Fungsi Logaritma
2. Persamaan Logaritma

GRAFIK FUNGSI LOGARITMA

A. TUJUAN

Melalui metode *Problem Based Learning* (PBL) dan kecakapan abad 21, peserta didik memiliki sikap tanggung jawab, kerjasama yang baik dan rasa ingin tahu sehingga dapat mendeskripsikan, menyusun, menggambar, membuat dan menganalisis grafik fungsi logaritma serta menyajikan dan menyelesaikan masalah yang berkaitan dengan grafik fungsi logaritma.

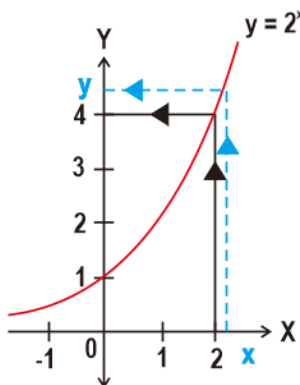
B. URAIAN MATERI

Anda telah mempelajari sifat-sifat logaritma dan menggunakannya dalam pemecahan masalah pada pertemuan sebelumnya. Dalam penerapannya, bentuk logaritma biasa dinyatakan berupa fungsi logaritma. Apa yang dimaksud dengan fungsi logaritma? Tahukah kamu penggunaan fungsi logaritma dalam kehidupan sehari-hari?

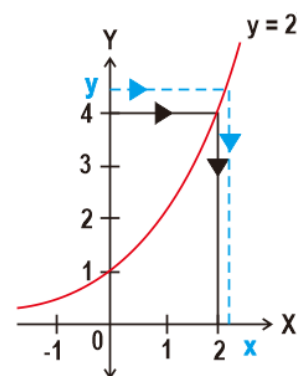
Bentuk umum fungsi logaritma adalah $y = f(x) = a \log x$, dengan a adalah bilangan pokok dengan $a > 0$ dan $a \neq 1$. Berdasarkan besarnya bilangan pokok logaritma, terdapat dua macam grafik fungsi logaritma sebagai berikut:

1. Grafik fungsi logaritma dengan $a > 1$ merupakan grafik fungsi yang monoton naik.
2. Grafik fungsi logaritma dengan $0 < a < 1$ merupakan grafik fungsi yang monoton turun.

Untuk lebih memahami, perhatikan grafik fungsi eksponen berikut ini.



Gambar 1.1 Grafik fungsi $y = 2^x$ dengan x sebagai masukan



Gambar 1.2 Grafik fungsi $y = 2^x$ dengan y sebagai masukan

Grafik fungsi logaritma berkaitan dengan grafik fungsi eksponen. Gambar 1.1 menunjukkan grafik fungsi eksponen $y = 2^x$ dengan x sebagai masukan (*input*) dan y sebagai keluaran (*output*). Misalkan dimasukkan $x = 2$ memberikan keluaran $y = 2^2 = 4$. Bagaimana jika prosesnya kita balik, sebagai masukan adalah y dan sebagai keluaran x . Menukar x menjadi y dan sebaliknya inilah yang disebut sebagai *invers* dari fungsi eksponen. Misalnya diketahui masukan $y = 4$, maka diperoleh keluaran $x = 2$. (lihat gambar 1.2).

Untuk fungsi eksponen $y = 2^x$, jika kita tentukan inversnya dengan mengganti x menjadi y dan sebaliknya, maka diperoleh fungsi invers $x = 2^y$. Seperti yang telah Anda ketahui $x = 2^y$ bisa ditulis dalam bentuk logaritma $y = {}^2\log x$. Bentuk $y = {}^2\log x$ digolongkan sebagai fungsi logaritma. Perhatikan contoh berikut ini.

Contoh 1.1

Lukislah grafik $y = {}^3\log x$.

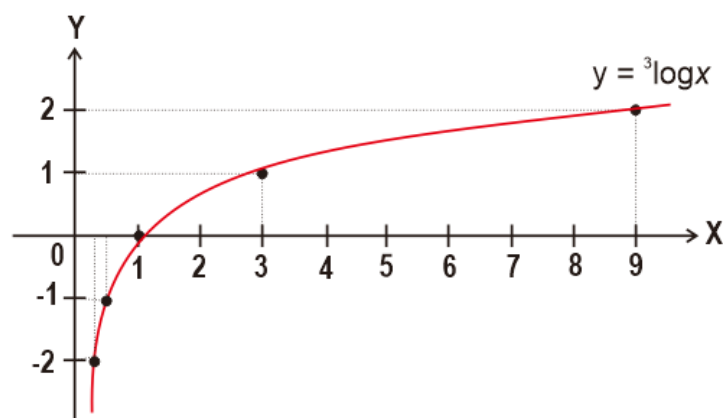
Penyelesaian:

Untuk menggambar grafik $y = {}^3\log x$, pilih beberapa absis x yang merupakan bilangan eksponen dengan bilangan pokok 3. Misalnya, $1 = 3^0, \frac{1}{3} = 3^{-1}, \frac{1}{9} = 3^{-2}, 3 = 3^1$, dan $9 = 3^2$. Hitung ordinat y untuk masing-masing absis tersebut, kemudian tulis koordinat titik (x,y) yang disajikan dalam tabel berikut ini.

Tabel 1.1 Data untuk fungsi $y = {}^3\log x$

x	$y = {}^3\log x$	(x,y)
1	${}^3\log 1 = 0$	(1,0)
$\frac{1}{3} = 3^{-1}$	${}^3\log 3^{-1} = -1$	$(\frac{1}{3}, -1)$
$\frac{1}{9} = 3^{-2}$	${}^3\log 3^{-2} = -2$	$(\frac{1}{9}, -2)$
$3 = 3^1$	${}^3\log 3 = 1$	(3,1)
$9 = 3^2$	${}^3\log 3^2 = 2$	(9,2)

Berikut ini grafik $y = {}^3\log x$



Gambar 1.3 Grafik fungsi logaritma $y = {}^3\log x$

Agar lebih memahami materi grafik, perhatikan contoh berikut ini:

Contoh 1.2

Lukislah grafik $y = \frac{1}{3} \log x$.

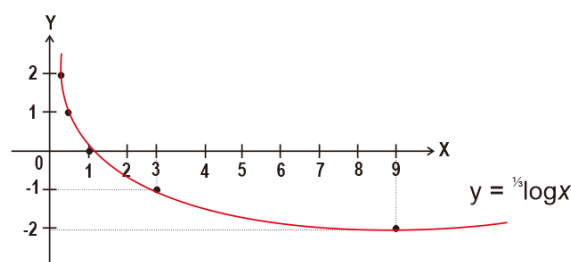
Penyelesaian:

Untuk menggambar grafik $y = \frac{1}{3} \log x$, pilih beberapa absis x yang merupakan bilangan eksponen dengan bilangan pokok 3. Misalnya, $\frac{1}{9} = \left(\frac{1}{3}\right)^2$, $\frac{1}{3} = \left(\frac{1}{3}\right)^1$, $1 = \left(\frac{1}{3}\right)^0$, $3 = \left(\frac{1}{3}\right)^{-1}$, dan $9 = \left(\frac{1}{3}\right)^{-2}$. Hitung ordinat y untuk masing-masing absis tersebut, kemudian tulis koordinat titik (x,y) yang disajikan dalam tabel berikut ini.

Tabel 1.1 Data untuk fungsi $y = \frac{1}{3} \log x$

x	$y = \frac{1}{3} \log x$	(x,y)
$\frac{1}{9} = \left(\frac{1}{3}\right)^2$	$\frac{1}{3} \log \left(\frac{1}{3}\right)^2 = 2$	$\left(\frac{1}{9}, 2\right)$
$\frac{1}{3} = \left(\frac{1}{3}\right)^1$	$\frac{1}{3} \log \left(\frac{1}{3}\right)^1 = 1$	$\left(\frac{1}{3}, 1\right)$
$1 = \left(\frac{1}{3}\right)^0$	$\frac{1}{3} \log 1 = 0$	$(1, 0)$
$3 = \left(\frac{1}{3}\right)^{-1}$	$\frac{1}{3} \log \left(\frac{1}{3}\right)^{-1} = -1$	$(3, -1)$
$9 = \left(\frac{1}{3}\right)^{-2}$	$\frac{1}{3} \log \left(\frac{1}{3}\right)^{-2} = -2$	$(9, -2)$

Berikut ini grafik $y = \frac{1}{3} \log x$



Gambar 1.4 Grafik fungsi logaritma $y = \frac{1}{3} \log x$

Dari kedua contoh di atas, apakah Anda bisa membedakan manakah yang dinamakan grafik fungsi monoton naik dan manakah yang merupakan grafik fungsi monoton turun. Dari kedua contoh di atas, dapat diperoleh beberapa sifat-sifat fungsi logaritma yaitu:

1. f selalu memotong sumbu-X di $(1,0)$. Dikatakan bahwa titik potong sumbu-X = $(1,0)$.
2. f adalah fungsi kontinu.
3. Sumbu-Y tidak pernah dipotong oleh fungsi f melainkan hanya didekati. Kita katakan bahwa sumbu-Y sebagai asimtot tegak.
4. Fungsi logaritma adalah invers dari fungsi eksponen.
5. f merupakan fungsi monoton naik jika $a > 1$.
 f merupakan fungsi monoton turun jika $0 < a < 1$.
6. Grafik $y = {}^a \log x$ dan $y = {}^{\frac{1}{a}} \log x$ merupakan setangkup (simetri terhadap sumbu-X). Oleh karena itu, grafik $y = {}^{\frac{1}{a}} \log x$ bisa diperoleh dari pencerminan grafik $y = {}^a \log x$ terhadap sumbu-X.

C. RANGKUMAN

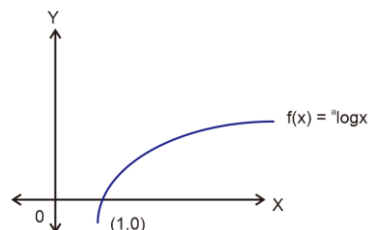
Bentuk umum dari fungsi logaritma adalah $y = f(x) = {}^a \log x$ dengan $a > 0$ dan $a \neq 1$. Fungsi logaritma $y = f(x) = {}^a \log x$ merupakan fungsi invers dari fungsi eksponen $y = f(x) = a^x$.

a) Langkah-Langkah Menggambar Grafik Fungsi Logaritma

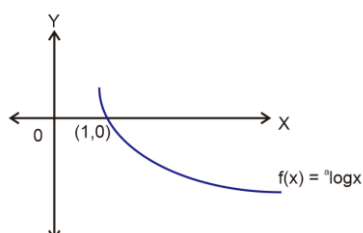
- 1) Buat tabel yang menyatakan hubungan antara x dan y .
- 2) Letakkan setiap titik yang diperoleh pada langkah 1) pada bidang kartesius dan hubungkan dua titik yang berdekatan dengan kurva yang mulus.

b) Sifat-Sifat Grafik Fungsi Logaritma

- 1) Terdefinisi untuk $x > 0$
- 2) Memotong sumbu X di titik $(1,0)$
- 3) Mempunyai asimtot tegak sumbu Y
- 4) Jika $a > 1$, grafik monoton naik.



- 5) Jika $0 < a < 1$, grafik monoton turun



D. LATIHAN SOAL

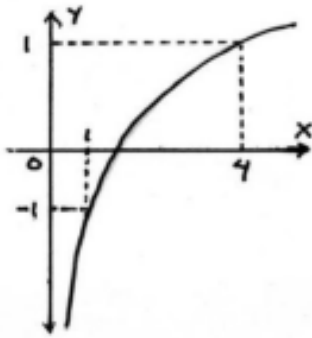
Pilihlah jawaban yang tepat dari setiap persoalan berikut ini.

1. Jika $f(x) = a^x$ dan $0 < a < 1$, maka:

- Grafik $f(x)$ hanya memotong sumbu koordinat di titik $(0,1)$.
- Grafik $f(x)$ memiliki asimtot mendatar sumbu-X.
- $f(x)$ monoton turun.
- Grafik $f(x)$ selalu di bawah sumbu-X

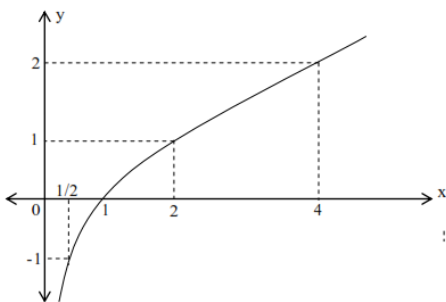
Pernyataan yang sesuai dengan grafik di atas adalah....

- i, ii, dan iii
 - i dan iii
 - ii dan iv
 - iv
 - Semua benar
2. Persamaan grafik fungsi dari gambar berikut adalah....



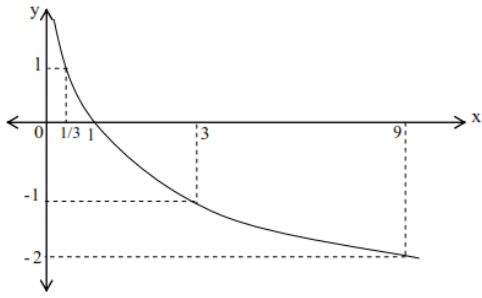
- $y = {}^2 \log 2x$
- $y = {}^{\frac{1}{2}} \log 2x$
- $y = {}^2 \log x$
- $y = {}^2 \log \frac{1}{2}x$
- $y = {}^{\frac{1}{2}} \log \frac{1}{2}x$

3. Persamaan grafik fungsi dari gambar berikut adalah....



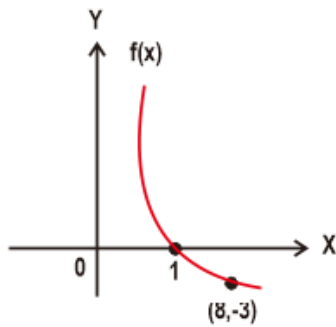
- $y = {}^2 \log x$
- $y = -{}^2 \log x$
- $y = {}^{\frac{1}{2}} \log x$
- $y = {}^x \log 2$
- $y = -{}^x \log 2$

4. Persamaan grafik fungsi dari gambar di bawah ini adalah....



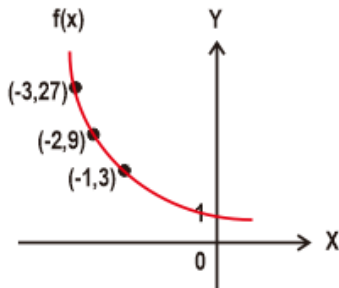
- a. $y = {}^3 \log x$
- b. $y = {}^{\frac{1}{3}} \log x$
- c. $y = -{}^{\frac{1}{3}} \log x$
- d. $y = -{}^3 \log x$
- e. $y = x \log 3$

5. Perhatikan grafik di bawah ini, nyatakan $f(x) = \dots$



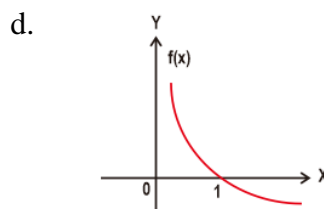
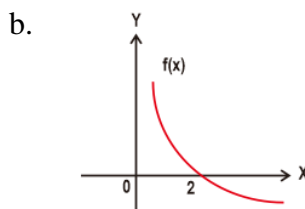
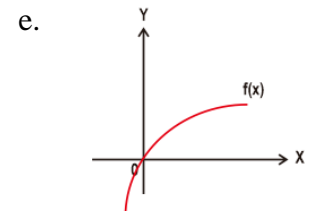
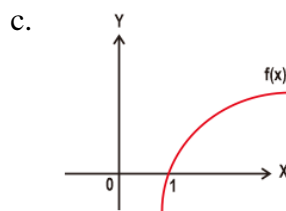
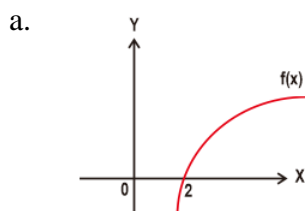
- a. $\frac{1}{2} \log x$
- b. $\frac{1}{4} \log x$
- c. $\frac{1}{3} \log x$
- d. ${}^2 \log x$
- e. ${}^3 \log x$

6. Persamaan grafik fungsi invers dari fungsi f yang dinyatakan oleh grafik di bawah ini adalah....

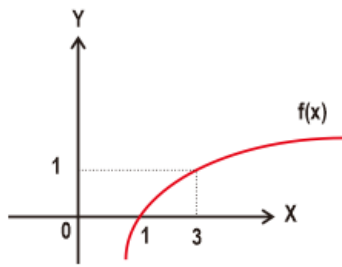


- a. $f^{-1}(x) = -2 \cdot {}^3 \log x$
- b. $f^{-1}(x) = -{}^3 \log x$
- c. $f^{-1}(x) = -\frac{1}{3} {}^3 \log x$
- d. $f^{-1}(x) = \frac{1}{3} {}^3 \log x$
- e. $f^{-1}(x) = 2 {}^3 \log x$

7. Grafik fungsi $f(x) = {}^2 \log x - 1$ yang paling sesuai adalah....

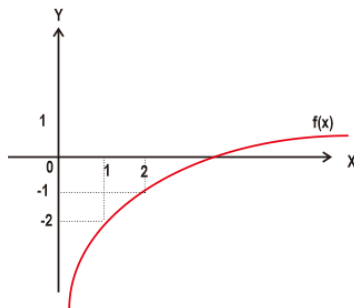


8. Persamaan grafik fungsi seperti tampak pada gambar adalah....



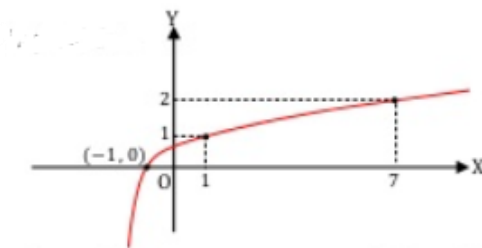
- a. $y = {}^3 \log x$
- b. $y = {}^{\frac{1}{3}} \log x$
- c. $y = \left(-\frac{1}{3}\right)^x$
- d. $y = (-3)^x$
- e. $y = (3)^{-x}$

9. Persamaan grafik pada gambar adalah....



- a. $y = {}^3 \log x - 2$
- b. $y = {}^3 \log(2x + 1) - 2$
- c. $y = {}^2 \log(x + 4) - 3$
- d. $y = {}^2 \log x - 2$
- e. $y = {}^2 \log(x - 2)$

10. Fungsi logaritma yang sesuai dengan grafik di bawah adalah....



- a. $y = {}^3 \log 2x$
- b. $y = {}^3 \log(x - 2)$
- c. $y = {}^3 \log(x + 2)$
- d. $y = {}^3 \log x - 2$
- e. $y = {}^3 \log x + 2$

E. DAFTAR PUSTAKA

Suparmin. 2013. *Matematika Peminatan Matematika dan Ilmu Alam Untuk SMA/MA X*. Surakarta: Mediatama.

Sukino. 2019. *Matematika Untuk SMA/MA Kelas X Kelompok IPA*. Bekasi: Maestro.

F. KRITERIA PENILAIAN LATIHAN SOAL

Cocokkanlah jawaban saudara dengan kunci jawaban latihan soal yang terdapat di bagian akhir kegiatan belajar ini. Hitunglah jawaban yang benar. Gunakan rumus berikut untuk mengetahui tingkat penguasaan saudara terhadap materi pada kegiatan belajar ini.

$$\text{Tingkat Penguasaan (TP)} = \frac{\text{banyak jawaban benar}}{\text{banyak soal}} \times 100\%$$

Arti tingkat penguasaan:

$80\% \leq TP \leq 100\%$: sangat baik

$68\% \leq TP < 80\%$: baik

$TP < 68\%$: kurang

Apabila tingkat penguasaan saudara 68% atau lebih, saudara dapat melanjutkan ke kegiatan belajar berikutnya. Bagus! saudara telah berhasil mempelajari materi pada kegiatan belajar ini. Apabila tingkat penguasaan saudara kurang dari 68%, saudara harus mempelajari kembali materi pada kegiatan belajar ini.

PERSAMAAN LOGARITMA 1

A. TUJUAN

Setelah pembelajaran menggunakan *Problem Based Learning* (PBL), peserta didik dapat memiliki sikap tanggung jawab, kerjasama yang baik dan rasa ingin tahu sehingga dapat menentukan, menyajikan dan menyelesaikan masalah matematika dengan menggunakan penerapan bentuk-bentuk persamaan logaritma no.1, 2, dan 3.

B. URAIAN MATERI

Persamaan logaritma adalah persamaan yang memuat notasi logaritma (\log) yang dihubungkan dengan notasi penghubung sama dengan ($=$). Proses penemuan solusi atau penyelesaian menggunakan sifat-sifat logaritma yang telah dibahas pada pertemuan sebelumnya.

1. ${}^a\log f(x) = {}^a\log p$, dengan $a > 0, a \neq 0$

Proses penemuan solusi atau penyelesaian dengan menyelesaikan persamaan $f(x) = p$.

Contoh Sifat 1:

Selesaikan dan tuliskan himpunan penyelesaian dari persamaan berikut ini:

1) ${}^3\log(2x-1) = 2$

2) ${}^2\log(x-1) = {}^2\log(2x+3)$

Penyelesaian:

1) ${}^3\log(2x-1) = 2 \Leftrightarrow {}^3\log(2x-1) = {}^2\log 3^2$

Menurut sifat 1, maka

$$2x-1 = 3^2 \quad \Leftrightarrow 2x-1 = 9$$

$$\Leftrightarrow 2x = 9+1$$

$$\Leftrightarrow 2x = 10$$

$$\Leftrightarrow x = 5$$

Jadi, himpunan penyelesaian dari ${}^3\log(2x-1) = 2$ adalah $x = 5$.

2) ${}^2\log(x-1) = {}^2\log(2x+3)$

Menurut sifat 1 maka:

$$x-1 = 2x+3 \quad \Leftrightarrow x-2x = 3+1$$

$$\Leftrightarrow -x = 4$$

$$\Leftrightarrow x = -4$$

Jadi, himpunan penyelesaian dari ${}^2\log(x-1) = {}^2\log(2x+3)$ adalah $x = -4$.

2. ${}^a\log f(x) = {}^b\log f(x)$, dengan $a \neq b$

Proses penyelesaian ekspresi di atas dilakukan dengan mengasumsikan $f(x) = 1$, karena ${}^a\log 1 = {}^b\log 1$ (benar).

Contoh Sifat 2:

Selesaikan dan tuliskan himpunan penyelesaian dari persamaan berikut ini:

1) ${}^5\log(3-2x) = {}^3\log(3-2x)$

2) ${}^3\log(x^2-4x-4) = {}^2\log(x^2-4x-4)$

Penyelesaian:

1) ${}^5\log(3-2x) = {}^3\log(3-2x)$

Menurut sifat 2, maka

$$3-2x=1 \Leftrightarrow -2x=1-3$$

$$\Leftrightarrow -2x=-2$$

$$\Leftrightarrow x=1$$

Jadi, himpunan penyelesaian dari ${}^5\log(3-2x) = {}^3\log(3-2x)$ adalah $x=1$.

2) ${}^3\log(x^2-4x-4) = {}^2\log(x^2-4x-4)$

Menurut sifat 2, maka:

$$x^2-4x-4=1 \Leftrightarrow x^2-4x-4-1=0$$

$$\Leftrightarrow x^2-4x-5=0$$

$$\Leftrightarrow (x-5)(x+1)=0$$

$$\Leftrightarrow x=5 \vee x=-1$$

Jadi, himpunan penyelesaian dari ${}^3\log(x^2-4x-4) = {}^2\log(x^2-4x-4)$ adalah $x=-1$ atau $x=5$.

3. ${}^a\log f(x) = {}^a\log g(x)$, dengan $a \neq 1, a > 0, f(x) > 0$ dan $g(x) > 0$

Proses penyelesaian ekspresi di atas, nilainya $f(x) = g(x)$ dengan $f(x)$ dan $g(x)$ bernilai positif.

Contoh Sifat 3:

Selesaikan dan tuliskan himpunan penyelesaian dari persamaan berikut ini

$${}^2\log(x^2 + 3x + 2) = {}^2\log(8x - 2)!$$

Penyelesaian:

Syarat untuk numerus:

• $x^2 + 3x + 2 > 0 \Leftrightarrow (x + 2)(x + 1) > 0$

$$\Leftrightarrow x < -2 \vee x > -1$$

• $8x - 2 > 0 \Leftrightarrow 8x > 2 \Leftrightarrow x > \frac{2}{8}$

$$\Leftrightarrow x > \frac{1}{4}$$

Dengan demikian, syarat numerus yang harus dipenuhi ialah:

$$x > \frac{1}{4}$$

${}^2\log(x^2 + 3x + 2) = {}^2\log(8x - 2)$, maka $x^2 + 3x + 2 = 8x - 2 \Leftrightarrow x^2 + 3x - 8x + 2 + 2 = 0$

$$\Leftrightarrow x^2 - 5x + 4 = 0$$

$$\Leftrightarrow (x - 4)(x - 1) = 0$$

$$\Leftrightarrow x = 4 \vee x = 1$$

Karena $x > \frac{1}{4}$, maka himpunan penyelesaian yang memenuhi ialah $\{1, 4\}$.

C. RANGKUMAN

Persamaan logaritma merupakan persamaan yang di dalamnya terdapat logaritma di mana numerus ataupun bilangan pokok logaritma tersebut mengandung variabel.

a) Persamaan logaritma berbentuk, ${}^a\log f(x) = {}^a\log p$

Jika ${}^a\log f(x) = {}^a\log p$, dengan $f(x) > 0$ maka nilai $f(x) = p$.

b) Persamaan logaritma berbentuk, ${}^a\log f(x) = {}^b\log f(x)$

Jika ${}^a\log f(x) = {}^b\log f(x)$, dengan $a \neq b$ maka nilai $f(x) = 1$.

c) Persamaan logaritma berbentuk, ${}^a\log f(x) = {}^a\log g(x)$

Jika ${}^a\log f(x) = {}^a\log g(x)$, dengan $f(x)$ dan $g(x)$ positif, maka nilai $f(x) = g(x)$.

D. LATIHAN SOAL

Pilihlah jawaban yang tepat dari setiap persoalan berikut ini.

1. Tentukan nilai x yang memenuhi persamaan logaritma ${}^6\log(5x - 4) = 1$ adalah....

a. $\frac{2}{5}$

c. $\frac{4}{5}$

e. 2

b. $\frac{3}{5}$

d. 1

2. Penyelesaian dari persamaan ${}^5\log(x^2 - 4x - 12) = {}^5\log 9$ adalah....
- 2 atau 7
 - 3 atau -2
 - 4 atau 7
 - 3 atau 7
 - 2 atau 4
3. Penyelesaian dari persamaan $\frac{1}{3}\log(x^2 + x - 3) = -2$ adalah....
- 3
 - 4
 - 3 atau 4
 - 3 atau 4
 - 4 atau 3
4. Penyelesaian dari persamaan ${}^2\log(x^2 + 4x + 3) = 3$ adalah....
- 3 atau -1
 - 5 atau -1
 - 5 atau 1
 - 3 atau 1
 - 5 atau -3
5. Penyelesaian dari persamaan logaritma ${}^2\log(x^2 + 7x - 17) = {}^5\log(x^2 + 7x - 17)$ adalah....
- 9 atau 2
 - 9 atau 1
 - 6 atau 3
 - 3 atau 6
 - 2 atau 9
6. Penyelesaian dari persamaan logaritma ${}^6\log(7x - 20) = {}^3\log(7x - 20)$ adalah....
- $\frac{1}{2}$
 - 2
 - 3
 - $\frac{7}{20}$
 - $\frac{20}{7}$

7. Penyelesaian dari persamaan logaritma ${}^4\log(x^2 - 8) = {}^3\log(x^2 - 8)$ adalah....
- 3
 - $2\sqrt{2}$
 - $-2\sqrt{2}$
 - $-2\sqrt{2}$ atau $2\sqrt{2}$
 - 3 atau 3
8. Penyelesaian dari persamaan logaritma ${}^3\log(x^2 + 4x - 5) = {}^3\log(2x + 10)$ adalah....
- 3
 - 5
 - 3 atau 5
 - 3 atau 5
 - 5 atau 3
9. Penyelesaian dari persamaan logaritma ${}^5\log(3x^2 - 5x + 2) = {}^5\log(x^2 + 2x - 1)$ adalah....
- 3
 - $\frac{1}{2}$ atau 3
 - 1 atau 3
 - 1 atau 2
 - 2 atau 3
10. Penyelesaian dari persamaan logaritma ${}^5\log(x^2 + 2x - 3) = {}^5\log(6x + 18)$ adalah....
- 1
 - 7
 - $-\frac{18}{5}$
 - 3 atau 1
 - 3 atau 7

E. DAFTAR PUSTAKA

- Suparmin. 2013. *Matematika Peminatan Matematika dan Ilmu Alam Untuk SMA/MA X*. Surakarta: Mediatama.
- Sukino. 2019. *Matematika Untuk SMA/MA Kelas X Kelompok IPA*. Bekasi: Maestro.

F. KRITERIA PENILAIAN LATIHAN SOAL

Cocokkanlah jawaban saudara dengan kunci jawaban latihan soal yang terdapat di bagian akhir kegiatan belajar ini. Hitunglah jawaban yang benar. Gunakan rumus berikut untuk mengetahui tingkat penguasaan saudara terhadap materi pada kegiatan belajar ini.

$$\text{Tingkat Penguasaan (TP)} = \frac{\text{banyak jawaban benar}}{\text{banyak soal}} \times 100\%$$

Arti tingkat penguasaan:

$80\% \leq TP \leq 100\%$: sangat baik

$68\% \leq TP < 80\%$: baik

$TP < 68\%$: kurang

Apabila tingkat penguasaan saudara 68% atau lebih, saudara dapat melanjutkan ke kegiatan belajar berikutnya. Bagus! saudara telah berhasil mempelajari materi pada kegiatan belajar ini. Apabila tingkat penguasaan saudara kurang dari 68%, saudara harus mempelajari kembali materi pada kegiatan belajar ini.

PERSAMAAN LOGARITMA 2

A. TUJUAN

Setelah pembelajaran menggunakan *Problem Based Learning* (PBL), peserta didik dapat memiliki sikap tanggung jawab, kerjasama yang baik dan rasa ingin tahu sehingga dapat menentukan, menyajikan dan menyelesaikan masalah matematika dengan menggunakan penerapan bentuk-bentuk persamaan logaritma no.4 dan 5 serta mampu menyelesaikan masalah dalam kehidupan sehari-hari yang berhubungan dengan logaritma.

B. URAIAN MATERI

Pada pertemuan sebelumnya Anda telah mempelajari materi persamaan logaritma 1 yang terdiri dari sifat 1, 2 dan 3 dengan bentuk ${}^a \log f(x) = {}^a \log p$, ${}^a \log f(x) = {}^b \log f(x)$, dan ${}^a \log f(x) = {}^a \log g(x)$. Pada pertemuan ini Anda akan belajar mengenai sifat 4 dan 5. Berikut penjelasannya.

4. ${}^{h(x)} \log f(x) = {}^{h(x)} \log g(x)$, dengan $h(x) \neq 1$, $h(x) > 0$, $f(x) > 0$, dan $g(x) > 0$

Proses penyelesaian persamaan logaritma ke-4, dilakukan dengan asumsi $f(x) = g(x)$ setelah diperoleh nilai x , misalkan $x = a$, kita harus memeriksa keadaan $f(x)$, $g(x)$, dan $h(x)$ harus positif untuk $x = a$, yaitu $f(a) > 0$, $g(a) > 0$, dan $h(a) > 0$.

Contoh Sifat 4:

Selesaikan dan tuliskan himpunan penyelesaian dari persamaan berikut ini:

1) ${}^x \log(2x-4) = {}^x \log(x^2 - 5x + 6)$

2) ${}^{x+1} \log(x^2 - 3) = {}^{x+1} \log(2x+5)$

Penyelesaian:

1) ${}^x \log(2x-4) = {}^x \log(x^2 - 5x + 6)$, berarti $f(x) = 2x - 4$, $g(x) = x^2 - 5x + 6$, dan $h(x) = x$.

Hal ini berarti, $f(x) = g(x) \Leftrightarrow 2x - 4 = x^2 - 5x + 6$

$$\Leftrightarrow x^2 - 5x - 2x + 6 + 4 = 0$$

$$\Leftrightarrow x^2 - 7x + 10 = 0$$

$$\Leftrightarrow (x - 2)(x - 5) = 0$$

$$\Leftrightarrow x = 2 \vee x = 5$$

Tes tanda untuk fungsi $f(x)$, $g(x)$, dan $h(x)$ sebagai berikut:

• Untuk $x = 2$, maka $f(2) = 2(2) - 4 = 4 - 4 = 0 > 0$ (salah)

$$g(2) = (2)^2 - 5(2) + 6 = 4 - 10 + 6 = 0 > 0 \quad (\text{salah})$$

$$h(2) = 2 > 0 \quad (\text{benar})$$

Hal ini berarti, $x = 2$ tidak memenuhi.

- Untuk $x = 5$, maka $f(5) = 2(5) - 4 = 10 - 4 = 6 > 0$ (benar)

$$g(5) = (5)^2 - 5(5) + 6 = 25 - 25 + 6 = 6 > 0 \quad (\text{benar})$$

$$h(5) = 5 > 0 \quad (\text{benar})$$

Hal ini berarti, $x = 5$ memenuhi.

Jadi, penyelesaiannya $x = 5$.

2) $^{x+1}\log(x^2 - 3) = ^{x+1}\log(2x + 5)$, berarti $f(x) = x^2 - 3$, $g(x) = 2x + 5$, dan $h(x) = x + 1$.

Hal ini berarti, $f(x) = g(x) \Leftrightarrow x^2 - 3 = 2x + 5$

$$\Leftrightarrow x^2 - 2x - 3 - 5 = 0$$

$$\Leftrightarrow x^2 - 2x - 8 = 0$$

$$\Leftrightarrow (x - 4)(x + 2) = 0$$

$$\Leftrightarrow x = 4 \vee x = -2$$

Tes tanda untuk fungsi $f(x)$, $g(x)$, dan $h(x)$ sebagai berikut:

- Untuk $x = 4$, maka $f(4) = (4)^2 - 3 = 16 - 3 = 13 > 0$ (benar)

$$g(4) = 2(4) + 5 = 8 + 5 = 13 > 0 \quad (\text{benar})$$

$$h(4) = (4) + 1 = 5 > 0 \quad (\text{benar})$$

Hal ini berarti, $x = 4$ memenuhi.

- Untuk $x = -2$, maka $f(-2) = (-2)^2 - 3 = 4 - 3 = 1 > 0$ (benar)

$$g(-2) = 2(-2) + 5 = -4 + 5 = 1 > 0 \quad (\text{benar})$$

$$h(-2) = (-2) + 1 = -1 > 0 \quad (\text{salah})$$

Hal ini berarti, $x = -2$ tidak memenuhi.

Jadi, penyelesaiannya $x = 4$.

5. $A(^a\log x)^2 + B(^a\log x) + C = 0$

Jika $A(^a\log x)^2 + B(^a\log x) + C = 0$ ($a > 0$ dan $a \neq 0$, A , B , dan C bilangan riil dan $A \neq 0$), penyelesaiannya dengan cara mengubah persamaan logaritma itu menjadi kuadrat $Ay^2 + By + C = 0$ dengan $y = ^a\log x$.

Contoh Sifat 5:

Selesaikan dan tuliskan himpunan penyelesaian dari persamaan berikut ini

$${}^3\log^2 x - {}^3\log x - 6 = 0$$

3. Penyelesaian dari persamaan ${}^{x-1}\log(x^2 - 5x + 4) = {}^{x-1}\log(x + 4)$ adalah....
- 0
 - 6
 - 3
 - 0 atau 6
 - 3 atau 6
4. Penyelesaian dari persamaan ${}^2\log^2 2x + {}^2\log 2x - 6 = 0$ adalah....
- $\frac{1}{8}$ atau 4
 - $\frac{1}{16}$ atau 2
 - $\frac{1}{16}$ atau 4
 - $\frac{1}{8}$ atau 2
 - 2 atau 4
5. Jika x_1 dan x_2 merupakan akar-akar dari persamaan logaritma, ${}^5\log x + {}^x\log 5 = 2,5$ dengan $x_1 > x_2$, maka nilai dari $x_1 + x_2^2$ adalah....
- 30
 - 25
 - 20
 - 15
 - 10

E. DAFTAR PUSTAKA

- Suparmin. 2013. *Matematika Peminatan Matematika dan Ilmu Alam Untuk SMA/MA X*. Surakarta: Mediatama.
- Sukino. 2019. *Matematika Untuk SMA/MA Kelas X Kelompok IPA*. Bekasi: Maestro.

F. KRITERIA PENILAIAN LATIHAN SOAL

Cocokkanlah jawaban saudara dengan kunci jawaban latihan soal yang terdapat di bagian akhir kegiatan belajar ini. Hitunglah jawaban yang benar. Gunakan rumus berikut untuk mengetahui tingkat penguasaan saudara terhadap materi pada kegiatan belajar ini.

$$\text{Tingkat Penguasaan (TP)} = \frac{\text{banyak jawaban benar}}{\text{banyak soal}} \times 100\%$$

Arti tingkat penguasaan:

$80\% \leq TP \leq 100\%$: sangat baik

$68\% \leq TP < 80\%$: baik

$TP < 68\%$: kurang

Apabila tingkat penguasaan saudara 68% atau lebih, saudara dapat melanjutkan ke kegiatan belajar berikutnya. Bagus! saudara telah berhasil mempelajari materi pada kegiatan belajar ini. Apabila tingkat penguasaan saudara kurang dari 68%, saudara harus mempelajari kembali materi pada kegiatan belajar ini.

KUNCI JAWABAN LATIHAN SOAL

A. Grafik Fungsi Logaritma

- | | |
|------|-------|
| 1. a | 6. c |
| 2. d | 7. a |
| 3. a | 8. b |
| 4. b | 9. d |
| 5. a | 10. c |

B. Persamaan Logaritma 1

- | | |
|------|-------|
| 1. e | 6. c |
| 2. d | 7. e |
| 3. e | 8. a |
| 4. c | 9. b |
| 5. a | 10. B |

A. Persamaan Logaritma 2

1. e
2. c
3. b
4. b
5. a