

MODUL MATEMATIKA

BARISAN DAN DERET ARITMATIKA



Di susun Oleh :

Retno Wulandari

PENDAHULUAN

A. Deskripsi Singkat Materi

Modul ini akan memberikan pengetahuan tentang:

1. Menganalisis konsep barisan dan deret aritmatika
2. Menyelesaikan masalah kontekstual berkaitan dengan barisan dan deret aritmatika

B. Petunjuk Penggunaan Modul

Kegiatan pembelajaran dalam modul ini berisi uraian materi, latihan soal dan rangkuman.

Uraian materi adalah pembahasan materi yang berkaitan dengan penguasaan kompetensi yang dibutuhkan.

Latihan berisikan soal untuk menilai konsep dari materi terkait.

Rangkuman berisikan poin-poin penting materi pada tiap Bab atau sub bab.

DAFTAR ISI

1. Judul Modul.....	1
2. Pendahuluan.....	2
3. Daftar Isi.....	3
4. Kompetensi Dasar dan Indikator Pencapaian Kompetensi.....	4
5. Peta Konsep.....	5
6. Uraian Materi.....	6
7. Latihan Soal.....	11
8. Rangkuman.....	12
9. Referensi.....	13

KOMPETENSI DASAR DAN INDIKATOR PENCAPAIAN KOMPETENSI

A. Kompetensi Dasar

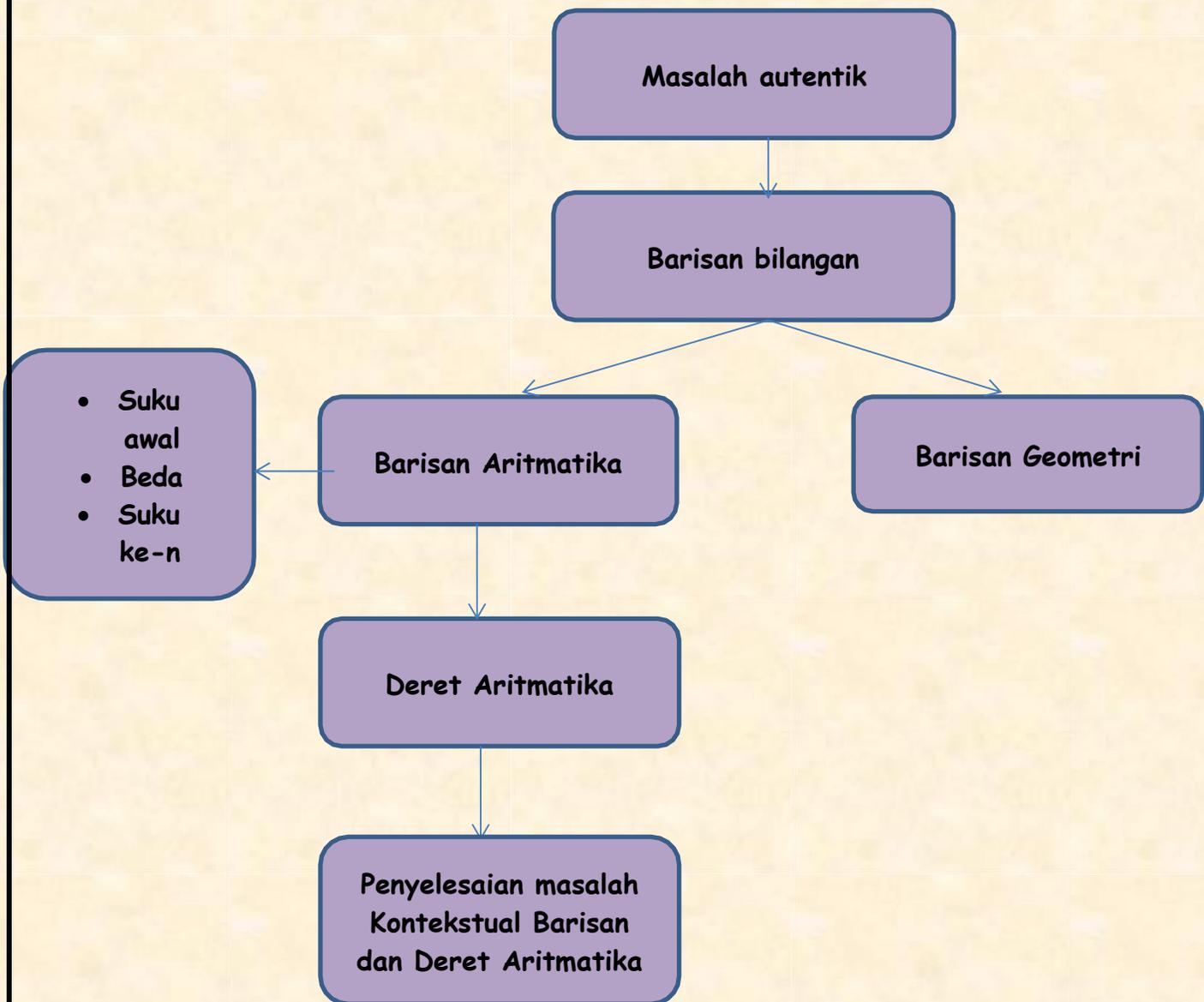
3.5 Menganalisis konsep barisan dan deret aritmatika

4.5 Menyelesaikan masalah kontekstual berkaitan dengan barisan dan deret aritmatika

B. Indikator Pencapaian Kompetensi

Kompetensi Dasar Dari KI-3	Kompetensi Dasar Dari KI-4
3.5 Menganalisis konsep barisan dan deret aritmatika	4.5 Menyelesaikan masalah kontekstual berkaitan dengan barisan dan deret aritmatika
Indikator Pencapaian Kompetensi (IPK)	Indikator Pencapaian Kompetensi (IPK)
<p>3.5.1 Menemukan konsep barisan aritmatika dan menentukan suku ke -n barisan aritmatika</p> <p>3.5.2 Menemukan konsep deret aritmatika dan menentukan jumlah suku ke-n suku pertama deret aritmatika</p>	<p>4.5.1 Meyajikan dan menyelesaikan masalah yang berkaitan dengan barisan dan deret aritmatika</p>

PETA KONSEP BARISAN DAN DERET ARITMATIKA



URAIAN MATERI

DERET ARITMATIKA

A. Pengertian Deret Aritmatika

Suatu pabrik X memproduksi barang A ditahun pertamanya sebanyak 1.960 unit. Karena banyaknya pesaing dan kendala pemasaran pabrik menurunkan jumlah produksi sebesar 120 unit. Begitu juga ada tahun ketiga dan tahun tahun berikutnya dengan jumlah penurunan yang sama sampai pada tahun ke-16. Dapatkah kalian menghitung jumlah barang A yang telah diproduksi pabrik tersebut dari tahun perama hingga tahun ke-16?

Permasalahan diatas adalah salah satu contoh permasalahan berkaitan dengan deret aritmetika.

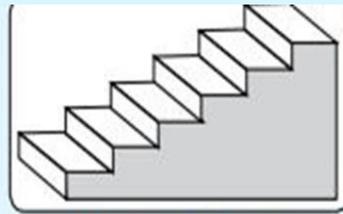
Menurut kalian apa deret aritmatika itu?



Untuk lebih jelasnya , perhatikan ilustrasi berikut ini !

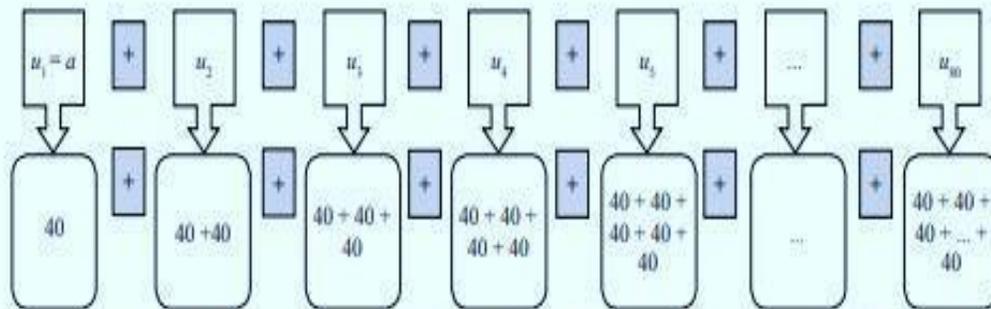
ILUSTRASI 1

Perhatikan kembali gambar di samping! Jika membuat sebuah anak tangga dibutuhkan 40 batu bata, berapa banyak batu bata yang dibutuhkan untuk membuat 80 anak tangga?



Gambar 6.11: Tangga

Untuk menentukan banyaknya batu bata yang dibutuhkan dalam membuat anak tangga pertama sampai anak tangga yang ke 80 dapat diilustrasikan seperti gambar berikut



Berdasarkan gambar di atas dapat disimpulkan bahwa banyak batu bata yang dibutuhkan untuk membuat 80 anak tangga:

$$40 + (40 + 40) + (40 + 40 + 40) + (40 + 40 + 40 + 40) + \dots + (40 + 40 + 40 + 40 + \dots)$$



Susunan banyak batu bata membentuk barisan aritmetika:

40, 80, 120, 160, 200, 240, 280, 320, 360, 400,....

Cukup jelas, bahwa, $u_1 = 40$ dan $b = 40$, maka $u_{80} = 3200$.

Karena pertanyaan dalam masalah ini adalah banyak batu bata yang diperlukan untuk membuat 80 anak tangga, bukan banyak batu bata yang diperlukan membuat anak tangga ke-80 maka banyak batu bata harus dijumlahkan.

$$\underbrace{40 + 80 + 120 + 160 + 200 + 240 + 280 + 320 + 400 + \dots + 3160 + 3200}_{\text{sebanyak 80 suku}}$$

Misalkan s_n adalah jumlah n suku pertama pada barisan. Perhatikan pola berikut:

$$\bullet s_2 = 40 + 80 = \frac{(40 + 80) \times 2}{2} = 120$$

$$\bullet s_4 = 40 + 80 + 120 + 160 = \frac{(40 + 160) \times 4}{2} = 400$$

$$\bullet s_6 = 40 + 80 + 120 + 160 + 200 + 240 = \frac{(40 + 240) \times 6}{2} = 840$$

$$\bullet s_8 = 40 + 80 + 120 + 160 + 200 + 240 + 280 + 320 = \frac{(40 + 320) \times 8}{2} = 1440.$$

Jadi, untuk menghitung jumlah 80 suku pertama, dilakukan dengan pola di atas,

$$\begin{aligned} s_{80} &= 40 + 80 + 120 + 160 + 200 + 240 + 280 + 320 + 360 + 400 + \dots + 3160 + 3200 \\ &= \frac{(40 + 3200) \times 80}{2} = 129.000. \end{aligned}$$

Jadi, banyak batu bata yang diperlukan untuk membuat 80 anak tangga adalah 129.000 batu bata.

Untuk penjumlahan bilangan di atas, bagaimana cara yang kamu gunakan jika banyak bilangan yang akan dijumlahkan adalah ganjil?

Susunan jumlah suku-suku barisan aritmetika, dinyatakan sebagai berikut.

$$\begin{aligned}
 S_1 &= u_1 \\
 S_2 &= u_1 + u_2 \\
 S_3 &= u_1 + u_2 + u_3 \\
 S_4 &= u_1 + u_2 + u_3 + u_4 \\
 &\dots \\
 S_{(n-1)} &= u_1 + u_2 + u_3 + u_4 + u_5 + \dots + u_{(n-1)} \\
 S_n &= u_1 + u_2 + u_3 + u_4 + u_5 + \dots + u_{(n-1)} + u_n
 \end{aligned}$$

n merupakan bilangan asli.

Dari permasalahan diatas diperoleh bahwa :



Deret aritmetika adalah barisan jumlah n suku pertama barisan aritmetika

B. Menentukan jumlah suku ke- n

Untuk menentukan jumlah n suku pertama, ditentukan rumus berikut:

$$s_n = a + (a + b) + (a + 2b) + \dots + (a + (n - 1)b) \quad \dots\dots\dots (1)$$

Persamaan 1) diubah menjadi

$$s_n = (a + (n - 1)b) + \dots + (a + 2b) + (a + b) + a \quad \dots\dots\dots (2)$$

Dengan menjumlahkan persamaan (1) dan (2), diperoleh:

$$2s_n = 2a + (n - 1)b + 2a + (n - 1)b + 2a + (n - 1)b + \dots + 2a + (n - 1)b$$

$$2s_n = n(2a + (n - 1)b)$$

$$s_n = \frac{1}{2}n(2a + (n - 1)b)$$

Secara umum, jumlah n suku pertama deret aritmetika dapat ditulis:

$$S_n = \frac{n}{2}(a + U_n) \text{ atau } S_n = \frac{n}{2}(2a + (n-1)b)$$

dengan S_n : jumlah n suku pertama
 U_n : suku ke - n
 a : suku pertama
 b : beda
 n : banyak suku

Contoh Soal

1. Diketahui rumus suku ke - n suatu deret aritmetika $U_n = 6 - 2n$.
Hitunglah jumlah 20 suku pertamanya.

Jawab :

$$U_1 = 6 - 2.1 = 4$$

$$U_{20} = 6 - 2.20 = - 34$$

$$S_n = \frac{n}{2}(a + U_n)$$

$$S_{20} = \frac{20}{2}(4 + (- 34)) = 10(- 30) = - 300$$

Jadi, jumlah 20 suku pertamanya adalah - 300.

2. Hitung jumlah deret $4 + 9 + 14 + \dots + 104$

Jawab :

$$a = 4, b = 5, U_n = 104$$

$$U_n = a + (n - 1)b$$

$$104 = 4 + (n - 1).5$$

$$104 = 4 + 5n - 5$$

$$104 = - 1 + 5n$$

$$105 = 5n$$

$$n = 21$$

$$S_n = \frac{n}{2}(a + U_n)$$

$$S_{21} = \frac{21}{2}(4 + 104) = 1.134$$



LATIHAN SOAL



Kerjakan soal berikut ini dengan tepat !

1. Hitunglah jumlah 10 suku pertama dari deret aritmatika berikut ini, jika diketahui :
 - a. $U_3 = 7$ dan $U_6 = 16$
 - b. $U_5 = 40$ dan $U_8 = 25$
2. Hitunglah jumlah 30 suku pertama dari deret $4 + 7 + 10 + 13 + \dots$!
3. Hitunglah jumlah deret $5 + 10 + 15 + \dots + 200$!

*****Selamat mengerjakan !!!*****

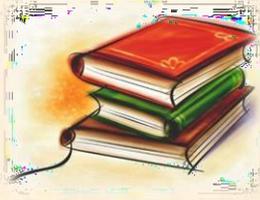
RANGKUMAN

1. **Deret aritmetika** adalah barisan jumlah n suku pertama barisan aritmetika
2. Rumus umum menentukan suku ke- n barisan aritmatika adalah

$$S_n = (a + U_n) \text{ atau } S_n = (2a + (n-1)b)$$

dengan

S_n	: jumlah n suku pertama
U_n	: suku ke - n
a	: suku pertama
b	: beda
n	: banyak suku



REFERENSI

<https://sadikinmat13.files.wordpress.com/2015/01/bahan-ajar-barisan-deret.pdf>

<https://id.123dok.com/document/oy8r5o0q-kelas-sma-matematika-siswa-semester.html>

Kasmina , Toali . *Buku Matematika SMK/MAK Kelas X* . Penerbit Erlangga . 2018