MATRIKS

Oleh:

NOVIKA TRIAS KUSUMANINGRUM

20031518010020

PROGRAM PENDIDIKAN PROFESI GURU MATEMATIKA

FAKULTAS KEGURUAN DAN ILMU PENDIDIKAN

UNIVERSITAS SARJANAWIYATA TAMANSISWA

2020

KATA PENGANTAR

Assalamualaikum Wr. Wb.

Puji dan syukur penulis panjatkan atas kehadirat Allah S W T karena atas limpahan rahmat, taufik, hidayah serta inayahnya, penulis dapat menyelesaikan modul matematika SMK untuk kelas X yang berjudul MATRIKS dengan lancer, serta dapat menyelesaikan modul tepat pada waktu yang telah ditentukan

Modul ini disusun dengan tujuan memenuhi tugas PPG Daljab dalam penyusunan dan pengembangan bahan ajar dan membantu para siswa mencapai tujuan pembelajaran. Dalam modul ini disajikan secara ringkas materi, contoh soal dan pembahasannya serta soal-soal matematika tentang Kesamaan dua matrik; operasi penjumlahan dan pengurangan matriks serta operasi perkalian matriks untuk bahan latihan yang mengarah kepada pencapaian materi matematika.

Penulis menyadari bahwa dalam penyusunan Modul ini masih banyak kekurangannya. Oleh karena itu, penulis mengharapkan kritik dan saran yang membangun dari pembaca demi perbaikan menuju arah yang lebih baik. Semoga Modul yang sederhana ini bermanfaat bagi siapapun yang membacanya.

Wassalamualaikum wr wb

Wirosari , September 2020

Penulis

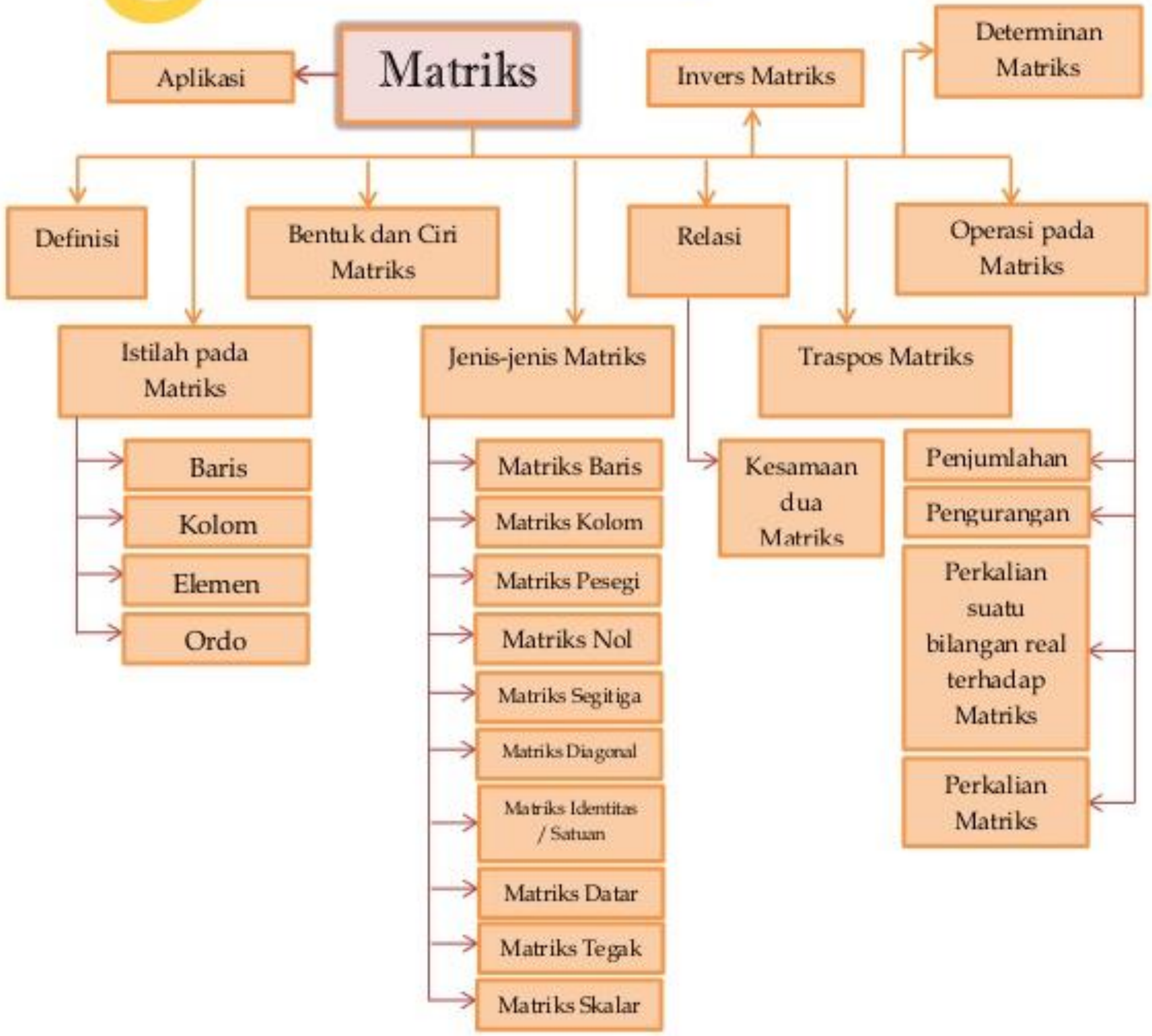
PETUNJUK MODUL

Untuk mempelajari modul ini, hal-hal yang perlu Anda lakukan adalah sebagai berikut:

1. Pelajari materi prasyarat terkait dengan pengertian matriks, unsur-unsur matriks, jenis-jenis matriks dan transpose pada matriks.
2. Untuk mempelajari modul ini haruslah berurutan, karena materi yang mendahului merupakan prasyarat untuk mempelajari materi berikutnya.
3. Pahamilah contoh-contoh soal yang ada, dan kerjakanlah semua soal latihan yang ada. Jika dalam mengerjakan soal Anda menemui kesulitan, kembalilah mempelajari materi yang terkait.
4. Kerjakanlah soal evaluasi dengan cermat. Jika Anda menemui kesulitan dalam mengerjakan soal evaluasi, kembalilah mempelajari materi yang terkait.
5. Jika Anda mempunyai kesulitan yang tidak dapat Anda pecahkan, catatlah, kemudian tanyakan kepada guru pada saat kegiatan tatap muka atau bacalah referensi lain yang berhubungan dengan materi modul ini. Dengan membaca referensi lain, Anda juga akan mendapatkan pengetahuan tambahan.

DAFTAR ISI

PETA KONSEP


Matriks
Aplikasi
Invers Matriks
Determinan Matriks
Definisi
Bentuk dan Ciri Matriks
Relasi
Operasi pada Matriks
Istilah pada Matriks
Jenis-jenis Matriks
Traspos Matriks
Baris
Kolom
Elemen
Ordo
Matriks Baris
Matriks Kolom
Matriks Pesegi
Matriks Nol
Matriks Segitiga
Matriks Diagonal
Matriks Identitas / Satuan
Matriks Datar
Matriks Tegak
Matriks Skalar
Kesamaan dua Matriks
Penjumlahan
Pengurangan
Perkalian suatu bilangan real terhadap Matriks
Perkalian Matriks

BAB 1
PENDAHULUAN

Apa yang akan kita pelajari??

A. KOMPETENSI DASAR

3.3 Menjelaskan matriks dan kesamaan matriks dengan menggunakan masalah kontekstual dan melakukan operasi pada matriks yang meliputi penjumlahan, pengurangan, perkalian skalar, dan perkalian, serta transpose

4.3 Menyelesaikan masalah kontekstual yang berkaitan dengan matriks dan operasinya

B. INDIKATOR PENCAPAIAN KOMPETENSI

3.3.1. Menentukan kesamaan matriks

3.3.2. Menentukan nilai variabel dari elemen suatu matriks menggunakan syarat kesamaan dua matriks

3.3.3. Menentukan hasil operasi penjumlahan matriks

3.3.4. Menentukan hasil operasi pengurangan matriks

3.3.5. Menentukan hasil operasi perkalian skalar dengan matriks

3.3.6. Menentukan operasi perkalian matriks dengan matriks dan sifat-sifatnya

4.3.1 Menentukan penyelesaian masalah kontekstual yang berkaitan dengan kesamaan dua matriks

4.3.2 Menentukan penyelesaian masalah kontekstual yang berkaitan dengan kesamaan dua matriks

4.3.3 Menyelesaikan masalah yang berhubungan dengan penjumlahan matriks

4.3.4 Menyelesaikan masalah yang berhubungan dengan pengurangan matriks.

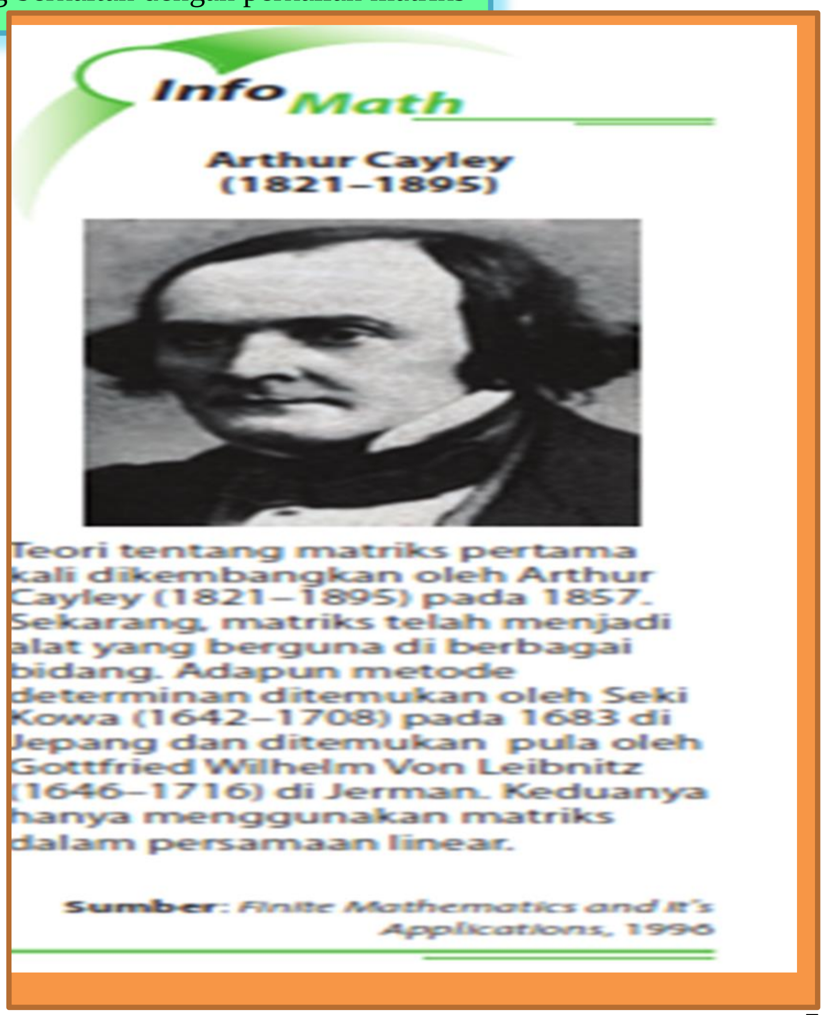
4.3.5 Menyelesaikan masalah yang berhubungan dengan perkalian skalar dengan matriks.

4.3.6 Menyelesaikan masalah yang berkaitan dengan perkalian matriks

C. TUJUAN PEMBELAJARAN

Melalui Modul tentang Matriks, peserta didik dapat memahami materi dengan mudah, dan diharapkan peserta didik mampu:

1. Menentukan kesamaan matriks
2. Menentukan nilai variabel dari elemen suatu matriks menggunakan syarat kesamaan dua matriks
3. Menentukan hasil operasi penjumlahan matriks
4. Menentukan hasil operasi pengurangan matriks
5. Menentukan hasil operasi perkalian skalar dengan matriks
6. Menentukan operasi perkalian matriks dengan matriks dan sifat-sifatnya
7. Menentukan penyelesaian masalah kontekstual yang berkaitan dengan kesamaan dua matriks
8. Menentukan penyelesaian masalah kontekstual yang berkaitan dengan kesamaan dua matriks
9. Menyelesaikan masalah yang berhubungan dengan penjumlahan matriks
10. Menyelesaikan masalah yang berhubungan dengan pengurangan matriks.
11. Menyelesaikan masalah yang berhubungan dengan perkalian skalar dengan matriks.
12. Menyelesaikan masalah yang berkaitan dengan perkalian matriks



BAB II

ISI

A. Deskripsi Materi

- Kesamaan Matriks
- Operasi penjumlahan matriks
- Operasi pengurangan matriks
- Operasi perkalian skalar pada matriks
- Operasi perkalian matriks dengan matriks

B. Materi Modul

A **Kesamaan Dua Matriks**

1. Definisi

Dua buah matriks dikatakan sama jika dan hanya jika keduanya memiliki ordo yang sama dan elemen-elemen yang seletak (bersesuaian) pada keduamatriks tersebut sama.

2. Syarat Kesamaan Dua Buah Matriks

Misalakan diberikan dua matrik Matrik A dan Matriks B, Matriks A dan matriks B dikatakan sama $(A = B)$ jika dan hanya jika:

a) Ordo matriks A sama dengan matriks B

b) Semua elemen yang seletak pada matrik A dan matrik B mempunyai nilai yang sama, $a_{ij} = b_{ij}$ (untuk semua nilai i dan j)

Agar kamu lebih memahami kesamaan duah buah matriks, silahkan kamu perhatikan contoh berikut:

Contoh 1

Periksalah dari matrik berikut manakah yang sama

a) $C = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$ dan $D = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ -1 & 4 \end{bmatrix}$

b) $E = \begin{bmatrix} 3 & x \\ 4 & 2 \end{bmatrix}$ dan $F = \begin{bmatrix} 3 & 5 \\ 4 & 2 \end{bmatrix}$

Jawab:

Elemen seletak bernilai sama

a) $C = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$ $\qquad$ $D = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ -1 & 4 \end{bmatrix}$

Elemen seletak bernilai tidak sama

Matrik Cdan D berordo sama, yaitu 2×2 dan elemen-elemen yang seletak ada yang tidak sama sehingga Matrik A tidak sama dengan matrik B ditulis $C \neq D$

Elemen seletak bernilai tidak sama

b) $E = \begin{bmatrix} 3 & x \\ 4 & 2 \end{bmatrix}$ $\qquad$ $F = \begin{bmatrix} 3 & 5 \\ 4 & 2 \end{bmatrix}$

Matrik Edan F berordo sama, yaitu 2×2 dan elemen-elemen yang seletak ada yang tidak sama. pada baris pertama kolom kedua matrik Eelemennya bernilai x dan baris pertama kolom kedua matrik F, Matrik E bisa sama atau tidak sama dengan matrik B tergantung dari nilai dari variabel / peubah x.

Untuk lebih jelas memahami kesamaan dua matrik diskusikan secara berkelompok permasalahan dalam kehidupan sehari-hari berikut ini:

KEGIATAN I

Mari Kita Mengamati

Gambar 1. Pabrik Garmen

Hari ini Mila dan Neli mendapat tugas dari sekolah untuk magang di sebuah perusahaan garmen. Pada pelatihan hari pertama mereka di dampingi oleh seorang instruktur. Sang instruktur memberi tugas untuk mencatat hasil produksi barang di semua unit pada hari ini dan hasil pencatatan harus di serahkan sore harinya. Daftar yang harus dicatat meliputi produksi barang di 4 unit yaitu di unit P, unit Q, unit R, dan unit S, mendaftar satuan tenaga kerja dan bahan yang terlibat dalam produksi satu hari ini.

Pada sore hari mereka menyerahkan hasil pencatatan pada instruktur, kemudian sang instruktur mencocokan hasil catatan Mila dan Neli dengan catatan miliknya yang disajikan dalam sebuah tabel berikut ini:

Catatan Mila Hasil Produksi Barang di Pabrik

	P	Q	R	S
Buruh	269	236	316	327
Material	186	161	209	222
Hasil Produk	1563	1354	1753	1863

Catatan Neli Hasil Produksi Barang di Pabrik

	P	Q	R	S
Buruh	269	237	316	327
Material	186	161	207	222
Hasil Produk	1563	1355	1750	1863

Catatan Instruktur Hasil Produksi Barang di Pabrik

	P	Q	R	S
Buruh	269	236	316	327
Material	186	161	209	222
Hasil Produk	1563	1354	1753	1863

Menanya

Dari hasil catatan tersebut

a. Tulislah Informasi tersebut dalam bentuk matrik

b. Berdasarkan bentuk ketiga matriks, selidiki manakah menurutmu bentuk matrik yang sama? Dan berikan alasannya!

Jawab:

Petunjuk: Lengkapi matrik dibawah ini

a. Menyajikan ke bentuk matrik

Catatan dari Mila dimisalkan sebagai matrik A= $\begin{bmatrix} \quad & \quad \\ \quad & \quad \end{bmatrix}$

Catatan dari Neli dimisalkan sebagai matrik B= $\begin{bmatrix} \quad & \quad \\ \quad & \quad \end{bmatrix}$

Catatan dari Instruktur dimisalkan sebagai matrik C= $\begin{bmatrix} \quad & \quad \\ \quad & \quad \end{bmatrix}$

b. Berdasarkan bentuk Matrik diatas

Matrik $A = \begin{bmatrix} \quad & \quad \\ \quad & \quad \end{bmatrix}$ (sama/tidak sama*) Matrik $B \begin{bmatrix} \quad & \quad \\ \quad & \quad \end{bmatrix}$

Matrik $A = \begin{bmatrix} \quad & \quad \\ \quad & \quad \end{bmatrix}$ (sama/tidak sama*)Matrik $C = \begin{bmatrix} \quad & \quad \\ \quad & \quad \end{bmatrix}$

Matrik $B = \begin{bmatrix} \quad & \quad \\ \quad & \quad \end{bmatrix}$ (sama/tidak sama*) Matrik $C = \begin{bmatrix} \quad & \quad \\ \quad & \quad \end{bmatrix}$

*) coret jawaban yang salah

3. Menentukan Nilai Variable Dari Elemen-Elemen Matrik Menggunakan Sifat Kesamaan Dua Matriks

Pada contoh 1 b) $E = \begin{bmatrix} 3 & x \\ 4 & 2 \end{bmatrix}$ dan $F = \begin{bmatrix} 3 & 5 \\ 4 & 2 \end{bmatrix}$ matrik E dan matrik Fdapat dikatakan $E = F$ jika elemen yang seletak bernilai sama. nilai variabel x pada kolom 1 baris 2 matrik E harus sama dengan nilai pada kolom 1 baris 2 matrik F. Maka untuk menentukan nilai x lihat nilai variabel menggunakan syarat kesamaan dua matriks.

$$E = \begin{bmatrix} 3 & x \\ 4 & 2 \end{bmatrix} \qquad F = \begin{bmatrix} 3 & 5 \\ 4 & 2 \end{bmatrix}$$

Jadi agar matriks $E = F$ nilai variabel $x = 5$

Untuk memahami aplikasi syarat kesamaan dua matriks digunakan untuk menentukan nilai peubah atau variabel yang ada pada elemen-elemen suatu matriks amati contoh berikut:

Contoh 2

1. Misalkan diketahui matriks A dan matriks B sebagai berikut:

   $A=\begin{pmatrix} 2 & -3 \\ 3x & 2y \end{pmatrix}$ $B = \begin{pmatrix} 2 & -3 \\ 9 & 14 \end{pmatrix}$ Jika matriks A sama dengan matriks B tentukanlah nilai x dan $y = \cdots$

   Jawab:

   Matriks A berordo 2×2 dan matriks B berordo 2×2, sehingga ordo matriks A = ordo matriks B.

   Ini berarti syarat-syarat pertama perlu bagi kesamaan dua matriks terpenuhi.

   Syarat kedua bagi kesamaan matriks A dan matriks B adalah semua lemen yang seletak harus bernilai sama, sehingga diperoleh hubungan:

   $3x = 9 \leftrightarrow x = 3$

   $2y = 14 \leftrightarrow y = 7$

2. Jika matriks $A=\begin{pmatrix} 2 & x-y \\ 4 & 6+2x \end{pmatrix}$ sama dengan matriks $B = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -2x & 2y+4 \end{pmatrix}$ tentukanlah nilai $x + y = \cdots$

Jawab:

$$A = B \rightarrow \begin{pmatrix} 2 & x-y \\ 4 & 6+2x \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -2x & 2x+4 \end{pmatrix}$$

$4 = -2x$, maka $x = -2$

$\leftrightarrow 6 + 2x \quad = 2y + 4$

$\leftrightarrow 6 + 2(-2) \quad = 2y + 4$

$\leftrightarrow 2 \quad = 2y + 4$

$\leftrightarrow -2 \quad = 2y$

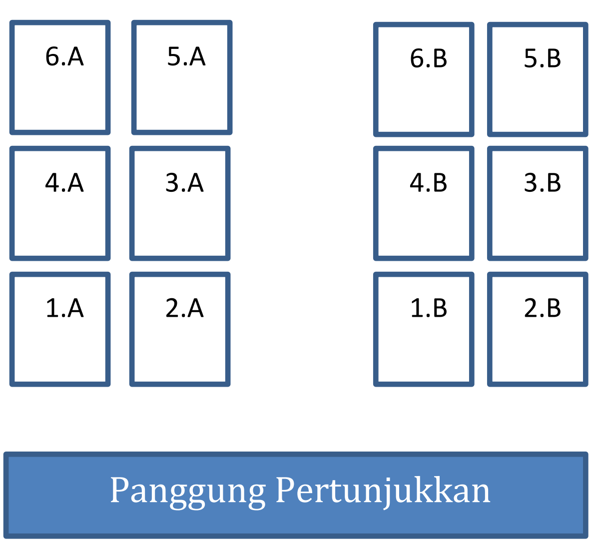
$\leftrightarrow -1 \quad = y$

Maka $x + y = -2 + (-1) = -3$

KEGIATAN 2

Mari Kita Mengamati

Suatu hari di Gedung Kesenian Jakarta, di gelar pertunjukkan teater. Posisi tempat duduk penonton dengan panggung digambarkan berikut ini



Gambar 2. Gedung Kesenian Jakarta

Banyaknya kursi pada barisan A sama dengan banyaknya kursi pada barisan B, begitu juga dengan cara penempatannya. Hal ini menunjukan kesamaan antara barisan A dan Barisan B. Jika setiap kursi pada barisan A dan barisan B dibuat dalam konteks matriks. Penjualan tiket pertunjukan dilakukan secara pemesanan pre sale 1 (x) dan pre sale 2 (y) dan pada saat hari pertunjukkan. sebagian tidak dapat dipesan karena khusus untuk tamu undangan .

Berikut adalah jumlah kursi yang terjual, istilah titik-titik berikut ini:

$$\begin{bmatrix} 1 & \dots \\ .. & 8 \\ 7 & x-2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} .. & 5 \\ 2 & x+1 \\ y+2 & 10 \end{bmatrix}$$

Berdasarkan hasil penyelesaianmu diatas, apa yang dapat kamu simpulkan mengenai kesamaan matriks? Apa syarat agar kedua matriks dikatakan sama? Bagaimana menentukan variabel x dan y

T E S F O R M A T I F 1

1. Diketahui tiga buah matriks sebagai berikut.

$$P = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -3 & 5 \end{pmatrix}, K = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 3 & -4 \end{pmatrix} \text{, dan } L = \begin{pmatrix} 2a & c-1 \\ 3b & -d+2 \end{pmatrix}$$

Jika $L - P = K$, tentukanlah nilai dari $a + b + c + d$!

2. Dari matriks-matriks berikut ini, manakah yang sama ?

$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \end{bmatrix}$ $\quad$ $B = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ $\quad$ $C = \begin{bmatrix} 0 & 9 & -5 \end{bmatrix}$

$D = \begin{bmatrix} 0 & 2 & 9 \\ -3 & 1 & 7 \\ 2 & 6 & 1 \end{bmatrix}$ $\quad$ $E = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$ $\quad$ $F = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \end{bmatrix}$

$G = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{bmatrix}$ $\quad$ $H = \begin{bmatrix} 0 & 2 & 9 \\ -3 & 1 & 7 \\ 2 & 6 & 1 \end{bmatrix}$ $\quad$ $I = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$

3. Tentukan nilai x, y dan z dari matriks yang sama berikut ini.

a. $\begin{bmatrix} 5x & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & y-1 \end{bmatrix}$

b. $\begin{bmatrix} x+y \\ -x+y \end{bmatrix} = \begin{matrix} 5 \\ -9 \end{matrix}$

c. $\begin{bmatrix} 10 & 2 & 1 \\ -6 & x-2y-2z & -1 \\ 2x+y-1 & -1 & 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x+z & 2 & 1 \\ -6 & 2 & 2x-z \\ 0 & -1 & 4 \end{bmatrix}$

d. $\begin{bmatrix} 3x-3y & 2 \\ 4 & 2(x+1)-y \\ 0 & 11 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 12 & 2 \\ 4 & 13 \\ 2x-4y+z & 11 \end{bmatrix}$

B Operasi Pada Matriks

1. Operasi Penjumlahan Matriks

Dua buah **matriks dapat dijumlahkan** jika keduanya memiliki **ordo yang sama**. Penjumalahan pada matriks dilakukan dengan cara **menjumlahkan eleman-eleman yang seletak dari masing-masing matriks** tersebut.

Misalkan A dan B matriks-matriks berordo $\mathrm{m} \times \mathrm{n}$ dengan elemen-eleman elemen $\mathrm{a_{ij}}$ dan $\mathrm{a_{ji}}$. Jika matriks C adalah jumlah matriks A dan matriks B atau $\mathrm{C} = \mathrm{A} + \mathrm{B}$, maka matriks C juga berordo $\mathrm{m} \times \mathrm{n}$ dengan eleman-eleman ditentukan oleh : $c_{ij} = a_{ij} + b_{ij}$, untuk semua i dan j.

Catatan

SIFAT PENJUMLAHAN MATRIKS

Misalkan matriks $A, B,$ dan C adalah matriks berukuran $m \times n$, maka:

- $A + B = B + A$ **(sifat komutatif)**, sehingga kita dapat menukar urutan operasi.
- $(A + B) + C = A + (B + C)$ **(sifat asosiatif)**, sehingga kita dapat menuliskan $A + B + C$ tanpa mempunayai arti lain.
- $A + O = O + A = A$, terdapat sebuah **matriks nol** yang berukuran $m \times n$.
- $A + B = O$, dengan matriks B dsiebut **lawan** atau **negatif** matriks A, ditulis $B = -A$.

CONTOH 3

1. Diketahui matriks-matriks :

   a. $P = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 2 & -5 & 3 \end{bmatrix}$ dan $Q = \begin{bmatrix} 10 & 2 & -1 \\ -8 & 5 & 6 \end{bmatrix}$

   Tentukan penjumlahan matriks P dan matriks Q.

   Jawab :
   Jumlah matriks P dan matriks Q adalah

   $$P + Q = \begin{bmatrix} 1+10 & 0+2 & 1+(-1) \\ 2+(-8) & -5+5 & 3+6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 11 & 2 & 0 \\ -6 & 0 & 9 \end{bmatrix}$$

   Jadi, jumlah matriks $P + Q = \begin{bmatrix} 11 & 2 & 0 \\ -6 & 0 & 9 \end{bmatrix}$

   b. $D = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$ dan $E = \begin{bmatrix} e & f \\ g & h \end{bmatrix}$

2. Tentukan penjumlahan matriks D dan matriks E.

   Jawab :

   Jumlah matriks D dan matriks E adalah

   $$D + E = \begin{bmatrix} a+e & b+f \\ c+g & d+h \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a+e & b+f \\ c+g & d+h \end{bmatrix}$$

   Jadi, jumlah matriks $D + E = \begin{bmatrix} a+e & b+f \\ c+g & d+h \end{bmatrix}$

2. Operasi Pengurangan Matriks

Dua matriks dapat dikurangkan jika mempunyai ordo yang sama dan ordo matriks hasil pengurangan adalah sama dengan ordo matriks yang dikurangkan.

Misalkan A dan B adalah matriks yang memiliki ordo sama dan C adalah hasil pengurangan antara matriks A dan B, maka elemen matriks C adalah hasil pengurangan elemen-elemen pada matriks A dan B yang seletak.

CONTOH 4

1. Diketahui matriks P = $\begin{bmatrix} 1 & -6 \\ -1 & 3 \\ 4 & 2 \end{bmatrix}$, Q = $\begin{bmatrix} -2 & 5 & 3 \\ -3 & 7 & 1 \end{bmatrix}$ dan

   R = $\begin{bmatrix} -4 & 8 & 1 \\ 9 & -1 & -3 \end{bmatrix}$.

   Tentukan :

   a. Q – R

   b. P - R

Jawab:

a. Q - R $= \begin{bmatrix} -2 & 5 & 3 \\ -3 & 7 & 1 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} -4 & 8 & 1 \\ 9 & -1 & -3 \end{bmatrix}$

$= \begin{bmatrix} (-2)-(-4) & 5-8 & 3-1 \\ (-3)-9 & 7-(-1) & 1-(-3) \end{bmatrix}$

$= \begin{bmatrix} 2 & -3 & 2 \\ -11 & 8 & 4 \end{bmatrix}$

b. P –R tidak bisa dioperasikan karena ordo matriks P_{3x2} tidak sama dengan ordo matriks $R_{2x3,}$ maka matriks P dan R tidak bisa dikurangkankan.

KEGIATAN 3

Mari Kita Mengamati

1. Toko kue berkonsep waralaba ingin mengembangkan di usaha di dua kota yang berbeda

Gambar toko waralaba

Manager produksi ingin mengembangkan biaya yang akan diperlukan. Biaya untuk masing-masing kue seperti pada tabel berikut :

Tabel biaya toko di kota A (dalam rupiah)

	Brownies	Bika Ambon
Bahan kue	1.000.000	1.200.000
Juru masak	2.000.000	3.000.000

Tabel biaya toko di kota B (dalam rupiah)

	Brownies	Bika Ambon
Bahan kue	1.500.000	1.700.000
Juru masak	3.000.000	3.500.000

Berapa total biaya yang diperlukan oleh kedua toko kue?

2. Diketahui Sebuah pabrik tekstil hendak menyusun tabel aktiva mesin dan penyusutan mesin selama 1 tahun yang dinilai sama dengan 10 % dari harga perolehan sebagai berikut:

Gambar mesin pabrik tekstil

Jenis Aktiva	Harga Perolehan (Rp)	Penyusutan Tahun 1 (Rp)	Harga Baku (Rp)
Mesin A	25.000.000	2.500.000	
Mesin B	65.000.000	6.500.000	
Mesin C	48.000.000	4.800.000	

Lengkapi table tersebut dengan menggunakan matriks

TES FORMATIF 2

1. Diketahui matriks $A = \begin{bmatrix} 2 & -3 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} 5 & -3 \\ 4 & 1 \end{bmatrix}$, dan $C = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 0 & -3 \end{bmatrix}$. Tentukan matriks yang diwakili oleh

   a. $A + B$ d. $C - A$ g. $(A - B) - C$

   b. $B + A$ e. $(A + B) + C$ h. $A - (B - C)$

   c. $A + C$ f. $A + (B + C)$ i. $(A - B) - (B + C)$

2. Diketahui $A = \begin{bmatrix} -2 & 4 \\ 3 & 0 \\ 1 & 5 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} 4 & 10 \\ 3 & 2 \\ -3 & 0 \end{bmatrix}$, $C = \begin{bmatrix} 0 & 2 \\ -3 & 4 \\ 5 & 1 \end{bmatrix}$, dan $D = \begin{bmatrix} 2 & -5 & 4 \\ 0 & 3 & 1 \end{bmatrix}$. Tentukan matriks yang diwakili oleh :

   a. $A + B$ b. $B + D^T$ c. $C^t + D$ d. $(A + B)^t$

3. Tentukan nilai x, y, dan z yang memenuhi persamaan berikut !

a. $\begin{bmatrix} 3 & 3x \\ -1 & y \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 2 & y + x \\ y + 1 & x \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 3 & -4 \end{bmatrix}$

b. $\begin{bmatrix} x & 4 \\ -3 & y \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 3x & -y \\ -4 & 0 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 2y & 2 \\ 1 & 2 \end{bmatrix} = 0$

c. $\begin{bmatrix} x & x + y \\ x - y & -3 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 6 & 24 \\ z + y & 5 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 2x & x - 1 \\ 2y - 1 & 8 \end{bmatrix} = 0$

4. Tentukan matriks P dari operasi matriks berikut !

a. $P + \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 0 & 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 & -2 \\ 3 & 5 \end{bmatrix}$

b. $\begin{bmatrix} 2 & -3 & 0 \\ 3 & 2 & 1 \end{bmatrix} + P = \begin{bmatrix} 4 & -2 \\ 3 & 5 \end{bmatrix}$

c. $\begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 8 & -3 \end{bmatrix} - P = \begin{bmatrix} -1 & 2 \\ 5 & 0 \end{bmatrix}$

d. $P - \begin{bmatrix} 7 & 0 \\ 2 & -4 \\ 5 & 6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 & 2 \\ 3 & -2 \\ -1 & 0 \end{bmatrix}$

5. Jika $P = \begin{bmatrix} 5 & -2 \\ 9 & -4 \end{bmatrix}$,$Q = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ x & x + y \end{bmatrix}$ dan penjumlahan kedua matriks menghasilkan matriks identitas, maka tentukan nilai dari $x - y$.

3. Operasi Perkalian pada Matriks

a. Perkalian Skalar dengan Suatu Matriks

Sebuah matriks dengan ordo $m \times n$ dapa dikalian dengan sebuah bilangan real tertentu. Bila real ini selanjutnya disebut dengan *skalar*. Misalkan $k \in R$ dan $A = [a_{ij}]$ adalah suatu matriks yang berordo $m \times n$. Perkalian bilangan k dengan matriks A adalah suatu matriks baru yang juga berordo $m \times n$ yang diperolah dengan mengalikan setiap elemen pada A dengan bilangan real k dan diberi matriks $m \times n$ sedemikian sehingga $kA = [k_{aij}]$.

Catatan

Sifat perkalian matriks dengan k *Skalar*

Jika $k, l \in R$, matriks-matriks $A = [a_{ij}]$ dan $B = [b_{ij}]$ berordo $m \times n$, maka dalam perkalian matriks berlaku sifat-sifat berikut :

- $(k + l)A = kA + lA$
- $(k - l)A = kA - lA$
- $k(lA) = (kl)A$
- $IA = A$

CONTOH 5

1. Misalkan matrik A = $\begin{bmatrix} -5 & 6 \\ 1 & 5 \end{bmatrix}$, B = $\begin{bmatrix} 1 & -6 \\ -1 & 3 \\ 4 & 2 \end{bmatrix}$ dan C = $\begin{bmatrix} -4 & 8 & 2 \\ 9 & -6 & -3 \end{bmatrix}$.

   Tentukan :

   a. 5A

   b. -3B

   c. $\frac{1}{2}$C

   Penyelesaian :

   a. 5A = $5\begin{bmatrix} -5 & 6 \\ 1 & 5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5.(-5) & 5.6 \\ 5.1 & 5.5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -25 & 30 \\ 5 & 25 \end{bmatrix}$,

   b. -3B = $-3\begin{bmatrix} 1 & -6 \\ -1 & 3 \\ 4 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (-3).1 & (-3).(-6) \\ (-3).(-1) & (-3).3 \\ (-3).4 & (-3).2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -3 & 18 \\ 3 & -9 \\ -12 & -6 \end{bmatrix}$

   c. $\frac{1}{2}$C = $\frac{1}{2}\begin{bmatrix} -4 & 8 & 2 \\ 9 & -6 & -3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{2}.(-4) & \frac{1}{2}.8 & \frac{1}{2}.2 \\ \frac{1}{2}.9 & \frac{1}{2}.(-6) & \frac{1}{2}.(-3) \end{bmatrix}$

   $= \begin{bmatrix} -2 & 4 & 1 \\ \frac{9}{2} & -3 & -\frac{3}{2} \end{bmatrix}$

b. Perkalian Matriks dengan matriks

Perkalian antara dua buah matriks A dan B hanya dapat dilakukan jika banyaknya kolom matriks A sama dengan banyaknya baris matriks B, adapun elemen-elemen matriks hasil kali ini adalah jumlah dari hasil kali elemen-elemen pada baris matriks A dengan elemen-elemen pada kolom matriks B. Hasil perkaliannya adalah matriks baru yang ordonya adalah jumlah baris matriks A kali jumlah kolom matriks B. Secara umum ditulis :

$$\mathbf{A_{mxp} \times B_{pxn} = C_{mxn}}$$

CONTOH 6

1. Diketahui $P = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 2 & 5 & 3 \end{pmatrix}$ dan $Q = \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ -3 \end{pmatrix}$ Tentukan PQ!

   Penyelesaian:

   PQ = $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 2 & 5 & 3 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ -3 \end{pmatrix}$

   PQ = $\begin{pmatrix} 1.2 + 2.3 + 0.(-3) \\ 2.2 + 5.3 + 3.(-3) \end{pmatrix}$

   PQ = $\begin{pmatrix} 2 + 6 + 0 \\ 4 + 15 + (-9) \end{pmatrix}$

   PQ = $\begin{pmatrix} 8 \\ 10 \end{pmatrix}$

2. Diketahui $A = \begin{bmatrix} 3 & 4 \\ -1 & 2 \end{bmatrix}$ dan$B = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}$.

   a. Tentukanlah AB dan BA.

   b. Apakah $AB = BA$?

   Jawab :

   a. $AB = \begin{bmatrix} 3 & 4 \\ -1 & 2 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3(1) + 4(0) \\ -1(1) + 2(0) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 \\ -1 \end{bmatrix}$

   Berdasarkan definisi perkalian matriks dengan matriks, perkalian BA tidak dapat diselesaikan karena banyaknya kolom dari matriks B tidak sama dengan nbanyaknya baris pada matriks A.

   b. $AB = BA$

   Dari bagian a dapat kita lihat bahwa $AB = BA$, yang berarti bahwa perkalian matriks tidak bersifat komutatif.

Catatan

Sifat perkalian matriks dengan matriks

1. $AB \neq BA$, yaitu tidak berlaku sifat komutatif.
2. Untuk sembarang $k \in R$, $A = [a_{ij}]$, dan $B = [a_{ij}]$, maka
   a. $(kA)B = k(AB)$
   b. $(Ak)B = A(kB)$
   c. $(AB)k = A(Bk)$
3. Untuk $A = [a_{ij}]$, $B = [a_{ij}]$, dan $C = [c_{ij}]$, maka :
   a. $A(BC) = (AB)C$, jika AB dan BC terdefinisikan atau memenuhi sifat asosiatif,
   b. $A(B + C) = AB + AC$, jika AB, AC, dan $B + C$ terdifinisikan.Sifat ini biasanya disebut sifat distributif kiri perkalian terhadapat penjumlahan.
   c. $(A + B)C = AC + BC$, jika AC, BC, dan $A + B$ terdifinisikan. Sifat ini biasanya disebut sifat distributif kanan perkalian terhadapat penjumlahan.
4. Dalam perkalian matriks yang hanya memuat matriks-matriks persegi dengan ordo yang sama, terdapat sebuah **matriks identitas** yakni **matriks satuan $\boldsymbol{I}$**, yang bersifat $\boldsymbol{IA = AI = A}$
5. a. Jika $AB = O$, belum tentu $A = O$ atau $O = A$
   b. Jika $AB = AC$, belum tentu $B = C$
6. Jika p dan q adalah bilangan-blangan real serta A dan B adalah matriks-matriks maka berlaku hubungaN
$$(pA)(qB) = (pq)(AB)$$
7. Jika A^t dan B^t berturut-turut adalah transpos dari matriks A dan matriks B, maka berlaku hubungan $(AB^t) = B^tA^t$

KEGIATAN 4

Mari Kita Mengamati

1. Pak Ali memiliki sebuah warung yang menjual bakso, soto dan mie ayam. Ia berencana menaikkan harga jual dagangannya tiap bulan depan dengan kenaikkan harga setengah kali harga sebelumnya. Harga dagangan disajikan pada tabel berikut :

	Harga Sekarang	Harga bulan depan
Soto	6.000	
Bakso	12.000	
Mie ayam	8.000	

Berapakah harga soto, bakso dan mei ayam di warung pak Ali bulan depan?

2. Bu Ani seorang pengusaha makanan kecilyang menyetorkan dagangannya ke tiga kantin sekolah. Tabel banyaknya makanan yang disetorkan setiap harinya sebagai berikut:

	Kacang	keripik	Permen
Kantin A	10	10	5
Kantin B	20	15	8
Kantin C	15	20	10

Harga sebungkus kacang, sebungkus keripik dan sebungkus permen berturut-turut adalah Rp 2000,00; Rp 3000,00; dan Rp 1000,00. Hitunglah pemasukan harian dengan penyajian bentuk matriks.

TES FORMATIF 3

Kerjakan soal berikut dengan benar!

1. Diketahui matriks $A = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 5 & -1 \end{pmatrix}$ $B = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$. Tentukan AB dan BA!
2. Diketahui matriks $A = \begin{pmatrix} 2 & 2 & 4 \\ 0 & 3 & 1 \end{pmatrix}$ dan $B = \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \\ 4 \end{pmatrix}$. Tentukan BA!
3. Diketahui matriks $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & -3 \\ 3 & 0 & 5 \end{pmatrix}$ dan $B = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$. Tentukan AB!
4. Diketahui matriks $\mathrm{K} = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 2 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$, dan matriks $\mathrm{L} = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 3 \\ 2 & 4 & 0 \end{pmatrix}$, Tentukan K.L dan L.K!
5. Diketahui matriks $A = \begin{pmatrix} 2 & 6 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}$ dan $B = \begin{pmatrix} 3 \\ -1 \end{pmatrix}$. Tentukan A.B dan berapa ordo matriks A.B!
6. Diketahui matriks $A = \begin{pmatrix} 4 & 2 & 1 \\ 5 & 0 & -3 \end{pmatrix}$ dan $B = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ -4 \end{pmatrix}$. Tentukan A.B dan berapa ordo dari matriks A.B!
7. Diketahui matriks $A = \begin{pmatrix} 3 & 0 & -1 \\ 2 & 3 & 4 \end{pmatrix}$ dan $B = \begin{pmatrix} 4 & -3 & -1 \\ 0 & 4 & 6 \\ 1 & 2 & 2 \end{pmatrix}$. Tentukan A.B!
8. Diketahui matriks $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -2 & 4 \\ 5 & 1 \end{pmatrix}$ dan $B = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 5 & -1 \end{pmatrix}$. Tentukan AB!
9. Diketahui matriks $A = \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 4 & 1 \end{pmatrix}$ dan $B = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & -2 \end{pmatrix}$. Tentukan A.B dan B.A, kesimpulan apa yang didapat?
10. Diketahui matriks-matriks:

$$A = \begin{pmatrix} -1 & 2 & 4 \\ 6 & 4 & 3 \\ 0 & 5 & 4 \end{pmatrix},\ B = \begin{pmatrix} 5 & -2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix},\ C = \begin{pmatrix} 8 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 3 \\ 2 & -2 & 3 \end{pmatrix}$$

Tentukan:

a. AB

b. BA

c. AC

d. CA

RANGKUMAN

1. Dua buah matriks yaitu matriks A dan matriks B dikatakan sama $(A = B)$ jika dan hanya jika Dua Matriks, :
2. Ordo matriks A sama dengan matriks B,
3. Semua elemen yang seletak pada matrik A dan matrik B mempunyai nilai yang sama, $a_{ij} = b_{ij}$ (untuk semua nilai i dan j).
4. Untuk menentukan nilai variabel atau peubah dari elemen suatu matrik dapat menggunakan syarat Kesamaan dua matrik. Dua matriks dapat dijumlahkan jika mempunyai ordo yang sama dan ordo matriks hasil penjumlahan adalah sama dengan ordo matriks yang dijumlahkan. Dan hasilnya adalah sebuah matriks yang elemen-elemennya adalah hasil penjumlahan elemen-elemen yang seletak pada kedua matriks tersebut.
5. Dua matriks dapat dikurangkan jika mempunyai ordo yang sama dan ordo matriks hasil pengurangannya adalah sama dengan ordo matriks yang dikurangkan. Dan hasilnya adalah sebuah matriks yang elemen-elemennya adalah hasil penjumlahan elemen-elemen yang seletak pada kedua matriks tersebut.
6. Misalkan P adalah sebarang matrik dan k sebarang skalar dengan k anggota bilangan real, serta matriks Q adalah hasil perkalian k.D. Elemen matriks Q adalah hasil perkalian antara k dan setiap elemen matriks P, dan ordo matriks Q sama dengan ordo matriks P.
7. Perkalian antara dua buah matriks A dan B hanya dapat dilakukan jika banyaknya kolom matriks A sama dengan banyaknya baris matriks B. Hasil perkaliannya adalah matriks baru yang ordonya adalah jumlah baris matriks A kali jumlah kolom matriks B. Secara umum ditulis

DAFTAR PUSTAKA

Kasmina, Toali.2018. Matematika untuk SMK/MAK Kelas X. Jakarta. Penerbit Erlangga.

Kementerian Pendidikan Dan Kebudayaan Matematika SMA/MA/SMK/MK. 2017. JAKARTA:

Kementerian Pendidikan Dan Kebudayaan.

https://www.google.com/search?q=gambar+kartun+belajar&tbm=isch&ved=2ahUKEwiC-97FhvzrAhVj3nMBHW0MC-sQ2-cCegQIABAA&oq=gambar+kartun+belajar&gs_lcp=CgNpbWcQAzIECCMQJzICCAAyAggAMgIIADICCAAyAggAMgIIADICCAAyAggAMgIIADoECAAQQzoFCAAQsQNQh2pYwnRgxHdoAHAAeACAAVuIAb4EkgEBN5gBAKABAaoBC2d3cy13aXotaW1nwAEB&sclient=img&ei=X45pX8LPOuO8z7sP7Zis2A4&bih=618&biw=1366&safe=strict

http://sc.syekhnurjati.ac.id/esscamp/files_dosen/modul/Pertemuan_5MAT2020341.pdf