PPG UMSU 2021

MODUL

PROGRAM LINEAR

Disusun Oleh
SESUAIKAN SARUMAHA, S.Pd
NO. PESERTA 2111310320

- *Model Matematika*
- *Masalah Optimum*
- *Metode Grafik*
- *Dualitas Program Linear*

sesuaicansar@gmail.com
wa: 081360002291

KATA PENGANTAR

Selamat berjumpa kembali Generasi Bangsa Indonesia…

Semoga keadaan sehat dan penuh semangat selalu menyertai siswa-siswi kami. Dan senantiasalah bersyukur kepada Tuhan Yang Maha Pencipta dan Penyayang, karena belas kasih-Nya kita masih bisa menikmati hidup yang tak ternilai ini. Demikian juga penulis sebagai guru matematika, senantiasa bersyukur kepada Tuhan sebagai sumber segala kecerdasan atas petunjuk-Nya sehingga penulis dapat menyelesaikan modul ini sebagai salah satu referensi belajar matematika siswa.

Ingin rasanya kami guru-gurumu menemani waktu belajarmu sepanjang waktu. Namun apa daya, kita juga akan selalu dibatasi oleh ruang dan waktu. Maka untuk mewujudkan hasrat menemani terus siswa kami dalam belajar, penulis membuat modul ini agar menjadi bagian dalam menemani hari-hari siswa kami dalam belajar. Melalui modul ini, penulis sangat berharap siswa kami merasakan makna belajar Program Linear karena modul ini dibuat dengan bahasa yang komunikatif dan mudah dipahami oleh siswa ditingkatan SMA/SMK sederajat.

Modul ini merupakan materi ajar matematika yang membahas materi "**Program Linear"**. Modul ini disusun dengan menggunakan pendekatan pembelajaran STEAM (*Science*, *Technology*, *Engineering*, *Art*, *Mathematic*) yaitu salah satu pendekatan pembelajaran Abad 21 yang mengintegrasikan ilmu pengetahuan alam, teknologi, teknik, seni dan matematika dalam konten pembelajaran yang dipelajari. Untuk mewujudkan pendekatan STEAM tersebut, maka penulis menggunakan model pembelajaran *Problem Based Learning* sebagai acuan dalam mengkonstruksi materi dan permasalahan pembelajaran program linear.

Seperti layaknya sebuah modul, maka pembahasan dimulai dengan menjelaskan tujuan yang hendak dicapai dan disertai dengan soal yang mengukur tingkat penguasaan materi setiap topik. Dengan demikian pengguna modul ini secara mandiri dapat mengukur tingkat ketuntasan yang dicapainya.

Penulis menyadari bahwa modul ini masih jauh dari kesempurnaan. Maka dengan segala kerendahan hati, penulis sangat mengharapkan kritik, saran, dan masukkan dari semua pihak untuk kesempurnaan modul ini dimasa yang akan datang.

Medan, April 2021
Penulis

DAFTAR ISI

A. PENDAHULUAN

1. DESKRIPSI SINGKAT

Modul matematika Program Linear ini merupakan modul yang dirancang untuk memfasilitasi siswa dalam belajar secara mandiri khususnya pada materi Program Linear. Selain bertujuan untuk memfasilitasi siswa belajar mandiri, modul ini akan mengenalkan pada siswa bahwa dalam kehidupan kita sehari-hari terdapat unsur matematika yang dapat digali. Sehingga siswa dapat menyadari bahwa kejadian-kejadian yang berkaitan dengan matematika selalu ada dalam kehidupan masyarakat. Dalam modul ini siswa diharapkan mampu mengenal konsep program linear melalui contoh-contoh kejadian yang sering kita temui dalam kehidupan sehari-hari. Melalui kegiatan ini, siswa diminta untuk mengamati kejadian-kejadian yang terjadi di sekitarnya. Dengan adanya modul ini siswa juga dapat memahami tentang konsep program linear dengan menganalisis berbagai permasalahan yang diberikan. Demikian juga dalam mendesain gambar atau grafik, siswa akan dituntun menggunakan aplikasi teknologi matematika www.geogebra.org.

Sangat diharapkan Modul program linear ini menjadi salah satu referensi siswa untuk mendalami dan memahami secara tuntas materi pembelajaran Program Linear. Sebagai salah satu sumber, sangat diharapkan agar siswa lebih aktif mencari sumber belajar lain yang mengupas tentang Program Linear manakala mengalami kesulitan dalam memahami isi modul ini. Modul ini dibuat semaksimal mungkin sifatnya kumonikatif dan bahasa yang digunakan mudah untuk difahami siswa yang sedang mempelajarinya. Masalah-masalah yang diangkat dan dibahas di dalam modul ini diusahakan semaksimal mungkin merupakan kejadian nyata yang kerap kali dialami oleh siswa dalam kehidupan sehari-hari sehingga pada akhirnya setelah mempelajari Modul ini proses belajar siswa lebih bermakna dan implikatif dalam kehidupannya.

Motivasi:

"Seni tertinggi guru adalah untuk membangun kegembiraan dalam ekspresi kreatif dan pengetahuan."

~Albert Einstein~

2. RELEVANSI MATERI PEMBELAJARAN

KOMPETENSI INTI

KI 3 Memahami, menerapkan, menganalisis pengetahuan faktual, konseptual, prosedural berdasarkan rasa ingintahunya tentang ilmu pengetahuan, teknologi, seni, budaya, dan humaniora dengan wawasan kemanusiaan, kebangsaan, kenegaraan, dan peradaban terkait penyebab fenomena dan kejadian, serta menerapkan pengetahuan prosedural pada bidang kajian yang spesifik sesuai dengan bakat dan minatnya untuk memecahkan masalah

KI 4 Mengolah, menalar, dan menyaji dalam ranah konkret dan ranah abstrak terkait dengan pengembangan dari yang dipelajarinya di sekolah secara mandiri, dan mampu menggunakan metoda sesuai kaidah keilmuan

KOMPETENSI DASAR

	KOMPETENSI DASAR	INDIKATOR
3.5	Memecahkan nilai maksimum dan minimum permasalahan kontekstual yang berkaitan dengan program linear dua variabel	1. Menemukan konsep Sistem Pertidaksamaan Linier Dua Variabel 2. Mengkonstruksikan daerah penyelesaian dari Sistem Pertidaksamaan Linier Dua Variabel 3. Merumuskan model matematika dari soal cerita (kalimat verbal)
4.5	Menyajikan penyelesaian masalah kontekstual yang berkaitan dengan program linear dua variabel	4. Menemukan nilai maksimum dari Sistem Pertidaksamaan Linier Dua Variabel dengan teliti 5. Menemukan nilai maksimum dari Sistem Pertidaksamaan Linier Dua Variabel dengan teliti 6. Mendiagnosa permasalahan yang berkaitan dengan program linear dua variabel dengan cermat 7. Merumuskan permasalahan yang berkaitan dengan program linear dua variabel dengan cermat

TUJUAN PEMBELAJARAN

Melalui Pembelajaran STEAM dengan menggunakan model pembelajaran *Problem Based Learning*, peserta didik diharapkan mampu belajar menangkap makna secara kontekstual terkait menyajikan dan menyelesaikan permasalahan yang berkaitan dengan program linear dua variable dengan kreatif, kritis, kolaboratif dan komunikatif. Tujuan pembelajaran dapat diuraikan:

1. Siswa mampu menemukan konsep Sistem Pertidaksamaan Linier Dua Variabel
2. Siswa mampu mengkonstruksi daerah penyelesaian dari Sistem Pertidaksamaan Linier Dua Variabel
3. Siswa mampu merumuskan model matematika dari soal cerita (kalimat verbal)
4. Siswa mampu menemukan nilai maksimum dari Sistem Pertidaksamaan Linier Dua Variabel dengan teliti
5. Siswa mampu menemukan nilai maksimum dari Sistem Pertidaksamaan Linier Dua Variabel dengan teliti
6. Siswa mampu mendiagnosa permasalahan yang berkaitan dengan program linear dua variabel dengan cermat
7. Siswa mampu merumuskan permasalahan yang berkaitan dengan program linear dua variabel dengan cermat

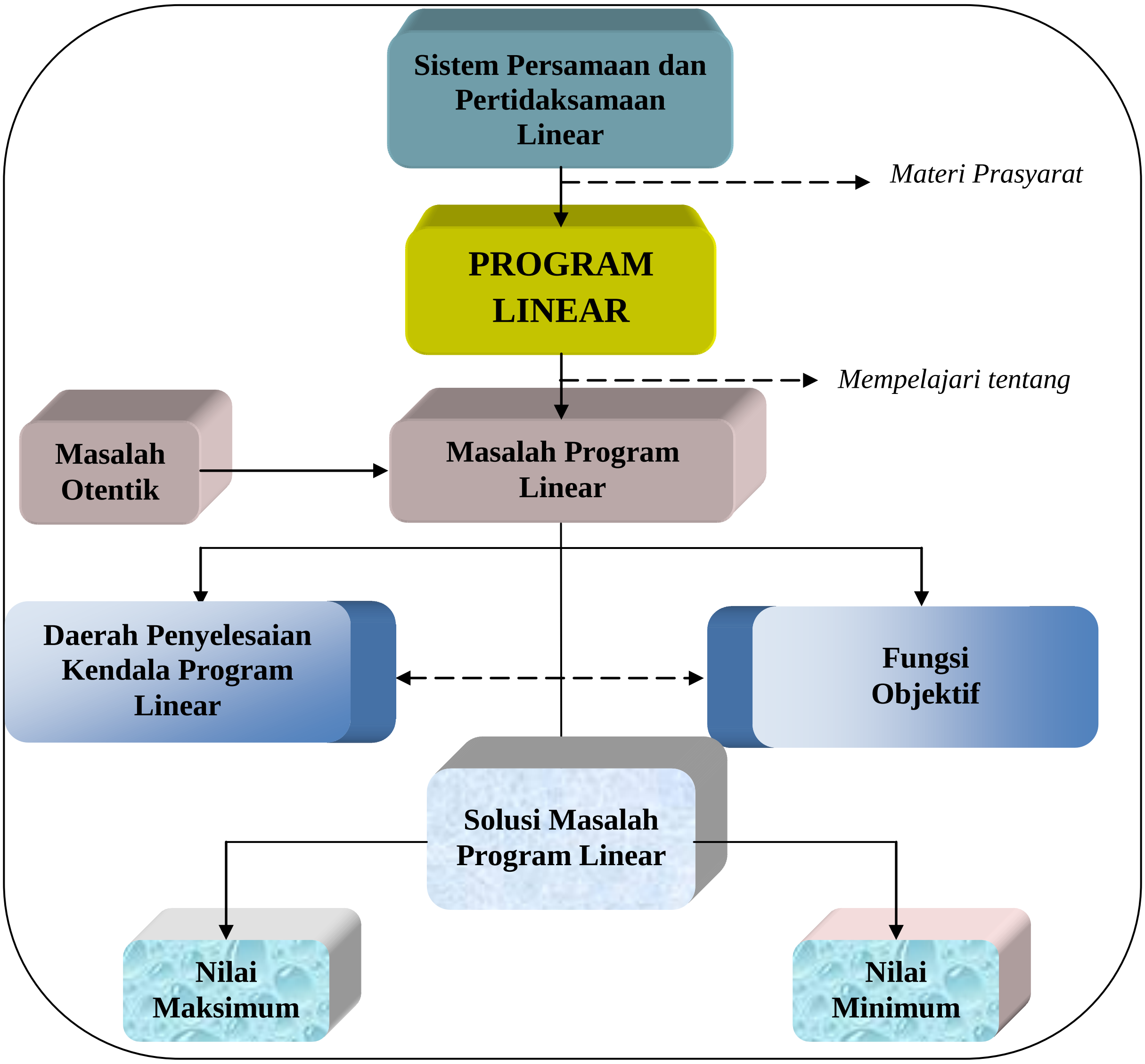
3. PETUNJUK BELAJAR MODUL

PETUNJUK PENGGUNAAN

Agar kalian berhasil mencapai kompetensi yang diharapkan pada Modul ini maka perhatikan petunjuk-petunjuk berikut:

1. Pastikan dan fokuskan apa yang akan Anda pelajari dari Modul ini.
2. Baca dengan cermat dan teliti materi pada Modul.
3. Pelajari contoh-contoh penyelesaian dengan baik dan teliti sehingga mampu memahami materi yang ada
4. Kerjakan latihan yang ada pada Modul agar tercapai kompetensi yang diharapkan
5. Pada saat mengerjakan Latihan, sebaiknya Anda jangan melihat kunci terlebih dahulu supaya dapat mengetahui sejauh mana pemahaman Anda terhadap materi yang disajikan pada handout
6. Jangan lupa untuk membaca Buku Paket MATEMATIKA dan browsing internet untuk mendapatkan pengetahuan yang lebih lengkap dan up to date.
7. Selalu diskusikan setiap persoalan yang ada dengan teman-teman dan atau guru.

PETA KONSEP



Sistem Persamaan dan Pertidaksamaan Linear
Materi Prasyarat
PROGRAM LINEAR
Mempelajari tentang
Masalah Otentik
Masalah Program Linear
Daerah Penyelesaian Kendala Program Linear
Fungsi Objektif
Solusi Masalah Program Linear
Nilai Maksimum
Nilai Minimum

B. INTI

1. CAPAIAN PEMBELAJARAN

Setelah mempelajari materi ini diharapkan siswa mampu memahami, mengidentifikasi, menganalisis, merekonstruksi, memodifikasi secara terstruktur materi program linear dalam penyelesaian masalah dari suatu sistem (pemodelan matematika) dan penyelesaian masalah praktis kehidupan sehari-hari melalui kerja *problem solving*, koneksi dan komunikasi matematika, *critical thinking*, kreatifitas berpikir matematis yang selaras dengan tuntutan masa depan.

2. SUB CAPAIAN PEMBELAJARAN

Setelah mempelajari materi ini diharapkan siswa mampu menguasai materi esensial matematika meliputi konsep, sifat, dan penggunaannya dalam pemecahan masalah kontekstual yang terkait program linear.

3. URAIAN MATERI

MATERI PRASYARAT

A. PERTIDAKSAMAAN LINEAR

Di dalam pembelajaran sebelumnya, kamu telah mempelajari tentang pertidaksamaan linear baik yang menggunakan satu variabel maupun dua variabel. Kali ini kita akan membahasnya kembali untuk mengingatkan materi petidaksamaan secara detail dengan ditambahnkan grafik daerah penyelesaiannya.

Aktivita kehidupan sehari-hari tak bisa terlepas dari aturan yang berlaku dalam sistem kehidupan bermasyarakat. Sering kali kita menjumpai kasus yang melibatkan pembatasan suatu hal. Contohnya: Batas Nilai seorang siswa agar bisa dinyatakan lulus, Batas usia yang dipersyaratkan dalam penerimaan suatu lowongan pekerjaan, batas kecepatan maksimal kendaraan yang melintasi suatu area, dan masih banyak kasus lain yang bisa kita jumpai dalam kehidupan sehari-hari. Perhatikan masalah berikut!

Masalah 1.a

Harga sepatu Andi lebih mahal dari pada harga sepatu Doni, tetapi lebih murah dibandingkan harga sepatu Roni. Harga sepatu Budi lebih mahal daripada harga sepatu Doni. Harga sepatu Budi lebih murah daripada harga sepatu Andi. Anton berencana mengurutkan harga sepatu Andi, Budi, dan Roni berdasarkan harga sepatu yang lebih mahal. Dapatkah kamu membantu Anton dalam mengatasi permasalahan tersebut?

Alternatif Penyelesaian:

Pertama, kamu dapat memisalkan variabel-variabelnya sebagai berikut:

Harga sepatu Andi = A　　Harga sepatu Doni = D

Harga sepatu Budi = B　　Harga sepatu Roni=R

Dari penjelasan permasalahan di atas, diperoleh informasi sebagai berikut:

a. Motor Andi lebih mahal dibanding motor Doni = $A > D$ atau $D < A$
b. Motor Andi lebih murah daripada motor Roni =$A < R$ atau $R > A$
c. Motor Budi lebih mahal daripada harga motor Doni = $B > D$ atau $D < B$
d. Motor Budi lebih murah daripada motor Andi = $B < A$ atau $A > B$

Dengan mengamati pola diatas, yaitu:

$A > D$, $R > A$, $B > D$, dan $A > B$ atau $D < A$, $A < R$, $D < B$ dan $B < A$

Urutan harga sepatu mereka dari termahal ke termurah adalah $R > A > B > D$.

Jadi, kesimpulannya adalah sepatu Roni lebih mahal dibanding sepatu Andi, sepatu Andi lebih mahal daripada sepatu Budi dan sepatu Budi lebih mahal disbanding sepatu Doni.

Forum Diskusi 1

Diskusikan masalah urutan berikut menggunakan caramu sendiri!

Ibu Endang, Ibu Yuli, dan Ibu Masna selalu mengumpulkan kelapa jatuh setiap minggunya. Mereka mengumpulkan kelapa jatuh di Pulau Hinako setiap hari Sabtu. Suatu hari, setelah mereka selesai mengumpulkan kelapa, mereka menghitung banyak kelapa yang mereka kumpulkan masing-masing. Banyak kelapa yang dikumpulkan Ibu Endang ternyata lebih daripada banyak kelapa yang dikumpulkan Ibu Yuli. Walaupun banyak kelapa yang dikumpulkan Ibu Endang dikali dua juga masih lebih sedikit dibanding jumlah kelapa yang dikumpulkan Ibu Yuli dan Ibu Masna. Berdasarkan cerita di atas, dapatkah kamu menemukan urutan mereka berdasarkan banyak kelapa yang mereka kumpulkan?

Ingat Kembali:

Pertidaksamaan Linear adalah kalimat terbuka yang variabelnya berderajat satu dan menggunakan tanda hubung "$<$, $>$, $\leq$, $\geq$ ".

Catatan:

Pertidaksamaan linear yang mengandung satu variabel yang tidak diketahui disebut dengan pertidaksamaan linear satu variabel. Sedangkan pertidaksamaan linear dua variabel adalah pertidaksamaan linear yang mengandung dua variabel yang tidak diketahui

Masalah 1.b

Sufi berbelanja peralatan sekolah di "Toko Analisa Mandrehe" dengan uang yang dimilikinya sebesar Rp. 13.000. Harga setiap barang di toko tersebut telah tersedia di daftar harga barang sehingga Sufi dapat memperkirakan peralatan sekolah apa saja yang sanggup ia beli dengan uang yang dimilikinya. Berdasarkan daftar harga, jika Sufi membeli 2 pulpen dan 5 buku tulis maka ia masih mendapatkan uang kembalian. Dapatkah kamu memodelkan harga belanjaan Sufi tersebut?

Alternatif Penyelesaian:

Dengan memisalkan harga satu pulpen $= x$ rupiah dan harga satu buku tulis $= y$ rupiah. sehingga jika Sufi membeli 2 pulpen dan 5 buku tulis dan mendapatkan uang kembalian, maka permasalahan di atas dapat dimodelkan menjadi $2x + 5y < 13.000$.

Kamu dapat menentukan penyelesaian dari pertidaksamaan linier dua variable tersebut menggunakan metode grafik, caranya adalah sebagai berikut:

1. Gambarlah terlebih dahulu garis $2x + 5y < 13.000$ menggunakan langkah-langkah sebagai berikut:

   a. Ubahlah pertidaksamaan $2x + 5y < 13.000$ menjadi $2x + 5y = 13.000$.

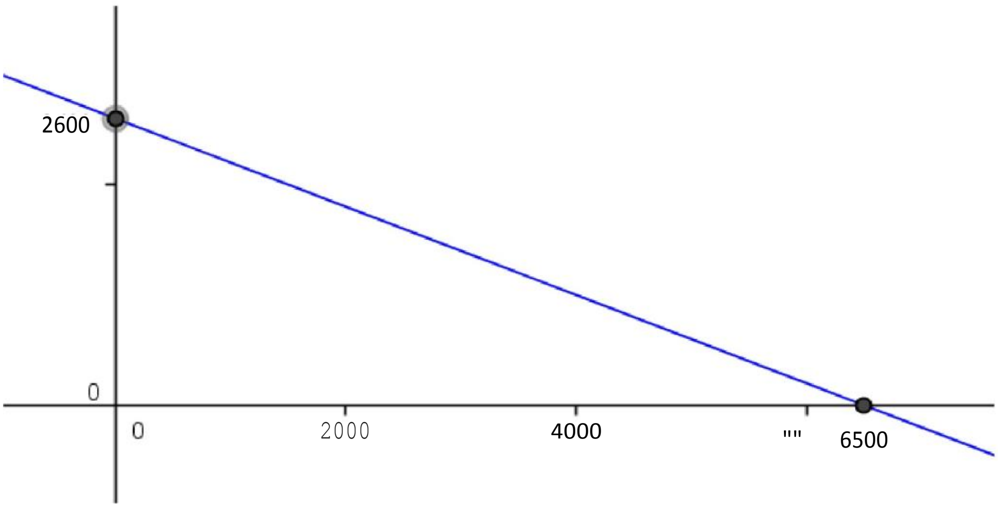
   b. Carilah titik potong terhadap sumbu x dan sumbu y pada bidang koordinat kartesius, kamu akan mendapatkan titik (6.500,0) dan (0,2.600). Hubungkan kedua titik tersebut seperti pada gambar di bawah ini.

Ingat Kembali:

- Titik Potong pada sumbu x, syaratnya adalah y = 0.
- Titik potong pada sumbu y, syaratnya adalah x = 0

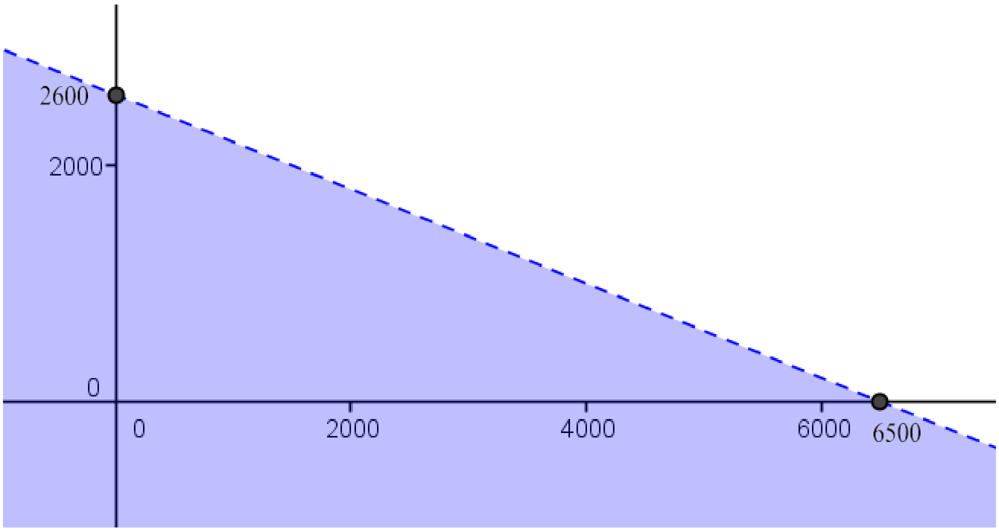
x	y	2..600
y	6.500	0

Sehingga, titik potongnya adalah: (0,6.500) dan (2.600,0)



2. Arsirlah daerah yang memenuhi pertidaksamaan tersebut. Gunakan beberapa titik uji untuk menentukannnya. Daerah yang diasir itulah daerah penyelesaiannya.
   Misalkan ambil Titik (1,1) sebagai titik uji:
   Substitusikan titik (1,1) pada pertidaksamaan $2x + 5y < 13.000$
   $2(1) + 5(1) < 13.000$
   $2 + 5 < 13.000$
   $7 < 13.000$ (Benar)

Sehingga daerah penyelesaian dari pertidaksamaan linear dua variabel tersebut seperti terlihat pada gammbar di bawah ini:



Desain: www.geogebra.org

B. SISTEM PERTIDAKSAMAAN LINEAR

Himpunan penyelesaian suatu sistem pertidaksamaan linear dua variabel merupakan himpunan pasangan bilangan (x, y) yang memenuhi sistem pertidaksamaan linear tersebut. Himpunan penyelesaian SPtLDV berupa suatu daerah yang dibatasi garis pada sistem koordinat Kartesius. Untuk mencari Daerah penyelesaian suatu SPtLDV bisa digunakan cara sebagai berikut.

1. Daerah himpunan penyelesaian suatu PtLDV dapat dicari menggunakan metode uji titik. Berikut ini langkah-langkahnya.
   Misal PtLDV: $ax + by \leq c$
   a. Gambarlah grafik garis $ax + by = c$.
      Jika tanda ketaksamaan berupa $\leq$ atau $\geq$ maka garis pembatas digambar penuh. Jika tanda ketaksamaan berupa $<$ atau $>$ maka garis pembatas digambar putus- putus.
   b. Uji titik
      Ambil suatu titik sembarang, misal $(x1, y1)$, yang tidak terletak pada garis $ax + by = c$. Substitusikan titik tersebut ke dalam pertidaksamaan $ax + by$ □ c. Ada dua kemungkinan sebagai berikut.
      1) Apabila pertidaksamaan $ax1 + by1 \leq c$ bernilai benar, maka daerah himpunan penyelesaiannya adalah daerah yang memuat titik $(x1, y1)$ dengan batas garis $ax + by = c$.
      2) Apabila pertidaksamaan $ax1 + by1 \leq c$ bernilai salah, maka daerah himpunan penyelesaiannya adalah daerah yang tidak memuat titik $(x1, y1)$ dengan batas garis $ax + by = c$.
2. Daerah himpunan penyelesaian suatu PtLDV juga dapat dicari menggunakan cara berikut.
   Daerah himpunan penyelesaian PtLDV dapat ditentukan berada di kanan atau kiri garis pembatas dengan cara memperhatikan tanda ketaksamaan. Berikut ini langkah-langkahnya.
   a. Pastikan koefisien x dari PtLDV tersebut positif. Jika tidak positif, kalikan PtLDV dengan -1.
   b. Jika koefisien x dari PtLDV sudah positif, perhatikan tanda ketaksamaan.
      Jika tanda ketaksamaan $\leq$ maka daerah penyelesaian terletak di sebelah kiri garis pembatas.
      Jika tanda ketaksamaan $\geq$ maka daerah penyelesaian terletak di sebelah kanan garis pembatas.

Masalah 1.c

Temukanlah daerah penyelesaian dari sistem pertidaksamaan dua variabel berikut:
$x + y \leq 9$
$6x + 11y \leq 66$
$x \geq 0$
$y \geq 0$

Alternatif Penyelesaian:

Diketahui : Sistem pertidaksamaan = $x + y \leq 9$

$6x + 11y \leq 66$

$x \geq 0$

$y \geq 0$

Ditanya : Daerah penyelesaian?

Jawab:

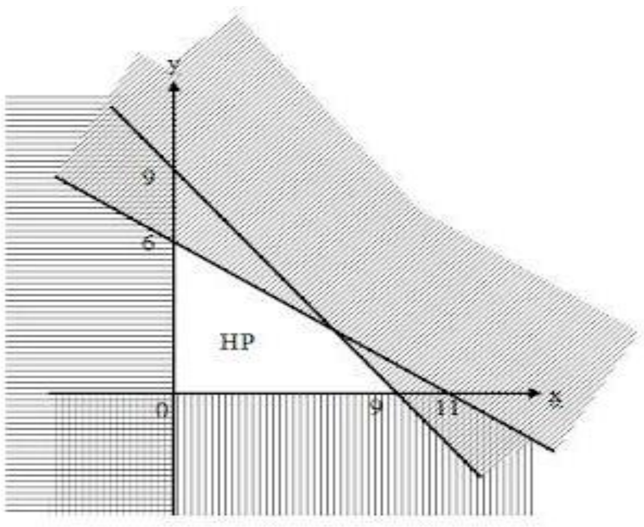
- Ubah pertidaksamaan $x + y \leq 9$ menjadi bentuk persamaan $x + y = 9$
  Titik potong persamaan $x + y = 9$ pada sumbu x dan y adalah:

x	9	0
y	0	9
(x,y)	(9,0)	(0,9)

- Ubah pertidaksamaan $6x + 11y \leq 66$ menjadi bentuk persamaan $6x + 11y = 66$

x	11	0
y	0	6
(x,y)	(11,0)	(0,6)

- $x \geq 0$, gambar garisnya berimpit dengan sumbu y dengan daerah penyelesaian di kanan sumbu y.
- $y \geq 0$, gambar garisnya berimpit dengan sumbu x dengan daerah penyelesaiannya di atas sumbu x.
- Grafik:



Uji titik (0,0) pada:

$x + y \leq 9$

$0 + 0 \leq 0$ (Benar)

MODEL MATEMATIKA

A. PENGANTAR

Barang kali tak ada di antara kamu yang tidak mengenal pasar. Di Kecamatan Mandrehe Kabupaten Nias Barat setiap hari Rabu akan ada yang namanya “Harimbale Mandrehe” yang merupakan salah satu contoh pasar tradisonal di lingkungan belajar kamu.

Di pasar tradisional ini barang tentu akan terjadi tranksi jual beli antara penjual dan pembeli. Misalkan kita menemui di pasar ini adalah sebagai penjual, dengan transaksi jual beli seorang penjual akan menginginkan keuntungan yang maksimal. Demikian juga jika kita menemui pembeli, dalam transaksi jual beli seorang pembeli dengan sejumlah anggaran yang ada ditangannya akan berupaya untuk semaksimal mungkin membeli barang yang sesuai dengan kebutuhannya.

Berdasarkan ilustrasi di atas, menurut kamu dapatkah kita mengkombinasikan konsep program linear untuk memecahkan masalah keinginan penjual mendapatkan keuntungan maksimal dari proses transaksi jual beli di harimbale? Serta dapatkah pula kita rekonstruksikan konsep program linear dalam merancang anggaran seorang pembeli dengan sejumlah uang yang dimiliknya sehingga barang yang dibeli tepat sesuai dengan kebutuhannya?

Program linear banyak diterapkan dalam berbagai bidang. Dalam bidang matematika dan ekonomi, program linear dapat digunakan sebagai salah satu teknik optimasi produksi dalam suatu pabrik maupun suatu perusahaan. Dalam bidang farmasi, program linear juga dimanfaatkan untuk menentukan dan memodelkan pengoptimasian produksi obat. Hampir semua bidang menafaatkan program linear dalam melakukan optimasi. Dengan menggunakan program linear kegiatan-kegiatan (misalnya produksi di pabrik, produksi obat, dan lain-lain akan optimal, sehingga perusahaan memiliki keuntungan yang lebih besar jika dibandingkan dengan tidak memanfaatkan program linear.

B. KONSEP MODEL MATEMATIKA

Model Matematika Dan Menggambar Grafik Program Linear

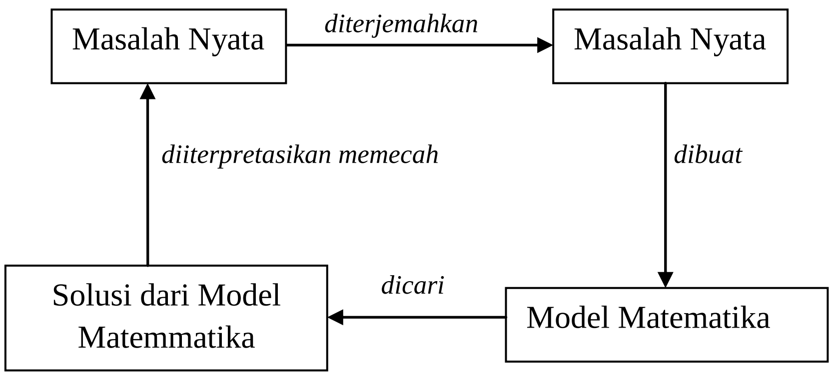
Model matematika adalah suatu cara sederhana untuk menerjemahkan suatu masalah ke dalam bahasa matematika dengan menggunakan persamaan, pertidaksamaan atau fungsi.

Model matematika pada persoalan program linear pada umumnya membahas beberapa hal yaitu:

a. Model Matematika berbentuk sistem persamaan atau pertidaksamaan linear dua peubah yang merupakan bagian kendala-kendala yang harus dipenuhi oleh peubah itu sendiri.
b. Model Matematika yang berkaitan dengan fungsi saasaranyang hendak dioptimalkan (minmal atau maksimal).

Langkah-langkah dalam menyusun Model Matematika adalah sebagai berikut:

a. Menetapkan besaran masalah sebagai variabel-variabel
b. Merumuskan hubungan atau ekspresi matematika sesuai dengan ketentuan-ketentuan yang ada dalam soal.



Proses Pemodelan Matematika

Masalah 2.a

Pak Hendrik adalah seorang pedagan di Harimbale Mandrehe memiliki modal sebesar Rp. 1.000.000 untuk membeli hasil pertanian berupa ubi dan talas yang selanjutnya dijualnya di pasar. Harga beli setiap kg Ubi adalah Rp. 4.000 dan setiap kg talas adalah Rp. 1.600. Daya tampung tempat penyimpanan Pak Hendrik hanya bisa menampung 400 kg. Rekonstruksikanlah jumlah Ubi dan Talas maksimum yang bisa di beli Pak Hendrik!

Alternatif Penyelesaian:

Berdasarkan masalah di atas, maka kamu buat pemisalan variabel yaitu sebagai berikut:

x = Jumlah pembelaian Ubi
y = Jumlah pembelian Talas

Data dari soal di atas dapat kamu tuliskan dalam bentuk tabel berikut:

Jenis Pembelian	Modal	Kapasitas Tampungan
Ubi (x)	4.000 x	x kg
Talas (y)	1.600 y	y kg
Tersedia	1.000.000	400

Berdasarkan tabel dapat kamu bentuk beberapa bentuk pertidaksamaan sebagai berikut:

- Karena modal Pak Hendrik yang tersedia sebesar Rp. 1.000.000, maka pembelian Ubi (x) dan Talas (y) tidak boleh melebihi modal yang tersedia, sehingga dapat kamu tulis sebagai berikut:
  Fungsi Modal = $4.000x + 1.600y \leq 1.000.000$ disederhanakan menjadi:
  Fungsi Modal = $5x + 2y \leq 1250$….(1)
- Karena kapasitas daya tampungan penyimpanan Pak Hendrik hanya 400 kg, maka pembelian Ubi (x) dan Talas (y) tidak boleh melebihi daya tampung, bentuk pertidaksamaannya dapat kamu tulis sebagai berikut:
  Fungsi Kapasitas = $x + y \leq 400$ ….(2)
- Karena x dan y menyatakan banyaknya jumlah pembelian Ubi (x) dan Talas (y), sehingga tidak mungkin bernilai negatif. Maka dapat kamu tulis bentuk pertidaksamaan sebagai batasan nilai x dan y sebagai berikut:
  Fungsi Batasan = $x \geq 0$; $y \geq 0$ ….(3)

Dari (1), (2), dan (3) dapat kamu simpulkan bahwa model matematika dari permasalahan diatas adalah sebagai berikut:

$$\mathbf{5x + 2y \leq 1250}$$
$$\mathbf{x + y \leq 400}$$
$$\mathbf{x \geq 0 \; ; \; y \geq 0}$$

Masalah 2.b

Seorang pengusaha di Kecamatan Mandrehe akan mendirikan beberapa rumah untuk disewakan yang terdiri dari 2 macam, yaitu Tipe I dan Tipe II. Tiap rumah Tipe I menggunakan tanah seluas 100 m^2, sedangkan tiap rumah tipe II menggunakan tanah seluas 200 m^2 . Rumah Tipe I dibuat bertingkat dan menghabiskan biaya Rp. 300.000.000 per rumah, sedangkan rumah Tipe II dibuat tidak bertingkat dan menghabiskan Rp.200.000 per rumah. Pengusaha itu punya modal sebesar Rp. 3.600.000.000 dan tanah seluas 2.000m^2 . Tarif sewa rumah sama yaitu Rp. 1.000.000 per bulan. Dapatkah kamu menemukan model matematikanya!

Alternatif Penyelesaian:

Persoalan di atas dapat kamu sajikan dalam tabel berikut:

Jenis Rumah	Luas Tanah	Anggaran / unit
Tipe I	100	300
Tipe II	200	200
Jumlah	$\leq$ 2.000	$\leq$ 3.600

Berdasarkan tabel di atas, maka kamu dapat menuliskan bentuk pertidaksamaan masalah di atas sebagai berikut:

- ❖ Luas tanah yang dimiliki tidak lebih dari 2.000m^2. sementara Rumah Tipe I dan Tipe II masing-masing membutuhkan tanah seluas 100 m^2 dan 200 m^2, maka dapat dinyatakan menjadi: $100x + 200y \leq 2.000$….(1)
- ❖ Modal yang dimiliki untuk membangun rumah-rumah tersebut adalah Rp.3.600.000.000 dengan biaya pembangunan rumah tipe I dan tipe II masing-masing Rp. 300.0000.000 dan Rp. 200.0000.000, maka dapat dinyatakan menjadi: $300x + 200y \leq 3.600$….(2)
- ❖ X dan y menyatakan banyaknya rumah yang dibangun, sehingga nilainya tidak mungkin negative, maka dapat dinyatakan: $x \geq 0$ dan $y \geq 0$. …. (3)

Dari(1),(2) dan(3) dapat disimpulkan menjadi model matematika untuk permasalahan di atas adalah:

$100x + 200y \leq 2.000$;
$300x + 200y \leq 3.600$;
$x \geq 0$; $y \geq 0$.

KESIMPULAN :

Berdasakan penjelasan pada masalah-masalah yang telah kita bahas di atas, apa yang dapat kamu simpulkan mengenai model matematika. Bagaimana langkah menentukan model matematikka permasalahan program linear?

Forum Diskusi 2

Diskusikan dengan teman sekelasmu di dalam forum diskusi Grup WA kelas permasalahan berikut:

Seorang peternak mengahadapi suatu masalah sebagai berikut.
Agar sehat setiap hari sapi harus diberi makan yang mengandung paling sedikit 27, 21, dan 30 satuan unsur nutrisi jenis A, B dan C setiap harinya. Dua jenis makanan N dan M diberikan kepada sapi tersebut. satu kg jenis makanan N mengandung unsur nutrisi jenis A, B dan C masing-masing sebesar 3, 1, dan 1 satuan. Sedangkan satu kg jenis makanan M mengandung unsur nutrisi jenis A, B dan C masing-masing 1, 1, dan 2 satuan. Buatlah model matematikanya.

Nutrisi	**Jenis Makanan**		**Kebutuhan (satuan)**
	N (satuan)	**M (satuan)**	
A	3	1	27
B	1	1	21
C	1	2	30

Berdasarkan informasi yang kamu amati, tentukan:

Perbandingan nutrisi A pada makanan N dan M adalah ….

Kandungan Vitamin A yang dibutuhkan paling sedikit …. Satuan

Perbandingan Nutrisi B pada makanan N dan M adalah….

Kandungan Vitamin B yang dibutuhkan paling sedikit …. Satuan

Perbandingan Nutrisi C pada makanan N dan M adalah ….

Kandungan Vitamin C yang dibutuhkan paling sedikit …. Satuan

TANTANGAN

Carilah contoh mengenai penerapan model matematika dalam kehidupan sehari-hari dan buatlah permasalahan kontekstual berdasarkan contoh tersebut!

LATIHAN SOAL (TUGAS 1)

1. Suatu perusahaan merencanakan membangun rumah untuk 600 orang. Banyaknya rumah yang akan dibangun tidak lebih dari 120 buah. Rumah jenis I biaya sewanya Rp. 100.000/Bulan dan ditempati 4 orang. Rumah jenis II biaya sewanya Rp. 125.000/ Bulan dan ditempati oleh 6 orang. Buatlah model matematikanya !
2. Seorang pemilik toko sepatu ingin mengisi tokonya dengan sepatu laki-laki paling sedikit 100 pasang dan sepatu wanita paling sedikit 150 pasang. Toko tersebut dapat memuat 400 pasang sepatu. Kuntungan setiap pasang sepatu laki-laki Rp. 10.000 dan setiap pasang sepatu wanita Rp. 5.000. Jika banyaknya sepatu laki-laki tidak boleh melebihi 150 pasang tentukanlah model matematikanya!
3. Roti A yang harga belinya Rp. 10.000 dijual dengan harga Rp. 11.000 per bungkus. Sedangkan Roti B yang harga belinya Rp. 15.000 dijual dengan harga Rp. 17.000 per bungkus.Seorang pedagang roti yang mempunyai modal Rp. 3.000.000 dan kiosnya dapat menampung paling banyak 250 bungkus roti akan mencari keuntungan sebesar-besarnya. Tuliskan model matematika dari persoalan itu!
4. Pemilik perusahaan swasta mempunyai 3 jenis bahan mentah. Misalnya bahan mentah I, II, dan III masing-masing tersedia 100 satuan, 160 satuan, dan 280 satuan. Dari ketiga bahan mentah itu akan dibuat 2 macam barang produksi, yaitu barang A dan B. Satu satuan barang A memerlukan bahan mentah I, II, dan III masing-masing 2, 2, dan 6 satuan. Satu satuan barang B memerlukan bahan mentah I, II, dan III masing-masing sebesar 2, 4, dan 4 satuan. Jika barang A dan B dijual masing-masing laku Rp. 8.000 dan Rp. 6.000 persatuan. Buatlah model matematikanya!

Catatan: Tugas ditulis tangan dan dikirim di Classroom kelas kita..!!!

NILAI OPTIMUM

A. PENGANTAR

Seorang penjahit pakaian Baju adat Nias memiliki persediaan 16 m kain jenis motif Dasar, 11 m kain jenis motif Lapisan dan 15 m kain jenis motif Corak, yang akan dibuat kombinasi model pakaian Batik Banyumasan dengan ketentuan berikut :

Model A membutuhkan 2 m kain jenis motif dasar, 1m kain jenis motif lapisan Mulya dan 1 m kain jenis motif Corak.

Model B membutuhkan 1 m kain jenis motif dasar, 2 m kain jenis motif lapisan dan 3 m kain jenis motif corak

Keuntungan pakaian Model A Rp 300.000,- per unit dan keuntungan pakaian Model B Rp 500.000,- per unit. Dapatkah kamu merekonstruksi permasalahan diatas, sehingga penjahit ini bisa mendapatkan keuntungan maksimum ?

Masih banyak masalah lain yang bisa kamu temukan dalam kehidupan sehari-hari yang pemecahannya dapat menerapkan konsep program linear khususnya dengan Nilai Optimum. Namun penerapan Nilai optimum akan kita kupas tuntas dalam materi selanjutnya yaitu dalam sub materi Penerapan Program Linear. Dalam kesempatan ini kita terlebih dahulu memahami secara matematis konsep dasar dari pada nilai optimum.

Pada pertemuan sebelumnya, kamu telah mempelajari secara rinci tentang daerah penyelesaian suatu sistem pertidaksamaan linier dan menentukan model matematika dari permasalahan program linier. Hal ini merupakan syarat mutlak dalam penentuan nilai optimum fungsi objektif dari permasalahan program linier. Menentukan nilai optimum fungsi objektif secara grafik dapat dilakukan dengan dua cara, yaitu: metode titik pojok dan metode garis selidik. Sekarang, kamu akan belajar menentukan nilai optimum fungsi objektif dari permasalahan program linier menggunakan metode titik pojok.

Definisi:

"Suatu fungsi objektif merupakan fungsi yang menjelaskan tujuan (meminimumkan atau memaksimumkan) berdasarkan batasan yang ada. Nilai bentuk objektif f(x,y) = ax + by terantung dari nilai-nilai x dan y yang memenuhi sistem pertidaksamaan.Nilai optimum bentuk objektif dapat ditentukan dengan garis selidik (isoprofit) atau metode titik sudut (titik ekstrim)

Langkah-Langkah Metode Titik Sudut adalah:

1. Tentukan daerah himpunan penyelesaian dari sistem pertidaksamaan linear dua variabel
2. Tentukan koordinat titik-titik sudut daerah himpunan penyelesaian tersebut
3. Tentukan nilai bentuk objektif f(x,y) = ax + by unuk setiap titik sudut tersebut
4. Tentukan nilai optimum fungsi objektif

Jika memaksimalkan fungsi objektif, pilih nilai f(x,y) yang terbesar. Jika meminimumkan fungsi objektif, pilihnilai f(x,y) yang terkecil.

Masalah 2.c

Dapatkan kamu menemukan nilai maksimum dari f(x,y) = 2x + 3y pada himpunan penyelesaian sistem pertidaksamaan: $3x + y \leq 9$; $x + 2y \leq 8$; $x \geq 0$; $y \geq 0$

Alternatif Penyelesaian:

Diketahui : $f(x,y) = 2x + 3y$ (Fungsi Objektif)

$3x + y \leq 9$

$x + 2y \leq 8$

$x \geq$

$0; y \geq 0$

Ditanya : Nilai Maksimum …?

Jawab:

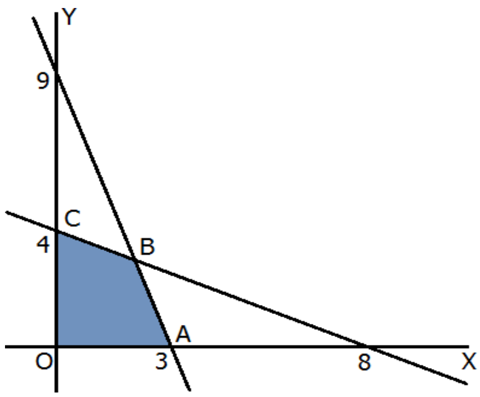
- Ubah pertidaksamaan $3x + y \leq 9$ kedalam bentuk persamaan: $3x + y \leq 9$
  Titik potong persamaan garis $3x + y = 9$ adalah:

$3x + y = 9$		
x	0	3
y	9	0
Titik Potong	(0,9)	(3,0)

- Ubah pertidaksamaan $x + 2y \leq 8$ kedalam bentuk persamaan: $x + 2y = 8$

$x + 2y = 8$		
x	0	4
y	4	0
Titik Potong	(0,4)	(8,0)

- $x \geq 0$, gambar garisnya berimpit dengan sumbu y dengan daerah penyelesaian di kanan sumbu y.
- $y \geq 0$, gambar garisnya berimpit dengan sumbu x dengan daerah penyelesaiannya di atas sumbu x.
- Grafik:



- Titik perpotongan garis $3x+y=9$ dan $x+2y=8$ adalah Titik B, Variabel y dieliminasi:

$3x + y = 9$ | x 2 | $\quad 6x + 2y = 18$

$x + 2y = 8$ | x 1 | $\quad \underline{x + 2y = 8 \quad -}$

$5x = 10$

$x = 2$

Untuk $x = 2$, substitusikan pada salah satu persamaan:

$x + 2y = 8$

$2 + 2y = 8$

$2y = 6$

$y = 3$

Jadi Koordinat Titik B(2,3)

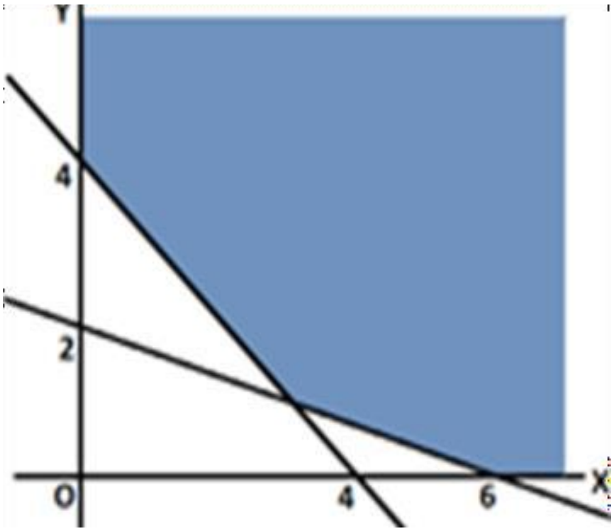
- Daeah himpunan penyelesaian dari sistem pertidaksamaan di atas memiliki titik-titik pojok O(0,0), A(3,0), B(2,3), C(0,4).
- Selanjutnya uji titik-titik sudut OABC ke fungsi objektif f(x,y) = 2x + 3y diperoleh:

Titik Sudut	F(x,y) = 2x + 3y
O(0,0)	F(0,0) = 2(0)+3(0) = 0
A(3,0)	F(3,0) = 2(3) +3(0) = 6
B(2,3)	F(x,y) = 2(2)+3(3) = 13
C(0,4)	F(x,y) = 2(0) + 3(4) = 12

Jadi Nilai maksimum sistem pertidaksamaan tersebut adalah f(x,y) = 13 pada titik B(2,3)

Masalah 2.c

Temukanlah nilai Minimum f(x,y) = x + 2y dari daerah penyelesaian yang diarsir berikut:



Alternatif Penyelesaian:

Diketahui : Gambar daerah penyelesaian sistem pertidaksamaan
$F(x,y) = x + 2y$
Ditanya : Nilai Minimum sistem pertidaksamaan tersebut.
Jawab:

- Misalkan garis yang melalui titik (6,0) dan titik (0,2) adalah Garis I, maka persamaan garisnya adalah:
  $(0+2)x + (6+0)\ y = (0+2)(6+0)$
  $2x + 6y = 12$
  $x + 3y = 6$
- Misalkan garis yang melalui titik (4,0) dan titik (0,4) adalah Garis II, maka persamaan garisnya adalah:
  $(0+4)x + (4+0)y = (0+4)\ (4+)$
  $4x + 4y = 16$
  $x + y = 4$
- Titik potong Garis I dan Garis II adalah Titik B, sehingga titik B adalah:
  $x + 3y = 6$
  $\underline{x + \ \ y = 4\ -}$
  $2y = 2$
  $y = 1$
  Untuk y = 1, substitusikan pada persamaan garis:
  $x + y = 4$
  $x + 1 = 4$
  $x = 3$
  Jadi Titik B (3,1)
- Titik-Titik Pojok daerah penyelesaian sistem pertidaksamaan tersebut adalah:
  A(6,0) B(3,1), C(0,4)
- Selanjutnya uji titik-titik sudut ABC ke $f(x,y) = x + 2y$

Titik Sudut	$F(x,y) = x + 2y$
A(6,0)	$F(6,0) = 6 + 2(0) = 6$
B(3,1)	$F(3,1) = 3 + 2(1) = 5$
C(0,4)	$F(0,4) = 0 + 2(4) = 8$

Jadi Nilai Minimum sistem pertidaksamaan tersebut $f(x,y) = 5$ dititik B(3,1)

Forum Diskusi 3

Coba diskusikan dengan teman sebangkumu.

1. Simpulkanlah langkah-langkah mencari nilai optimum
2. Dapatkah kamu merekonstrusikan mengenai fungsi objektif dari dua permasalahan yang sudah kita bahas di atas? Dapatkah kamu menentukan nilai optimum dari permasalahan tersebut?

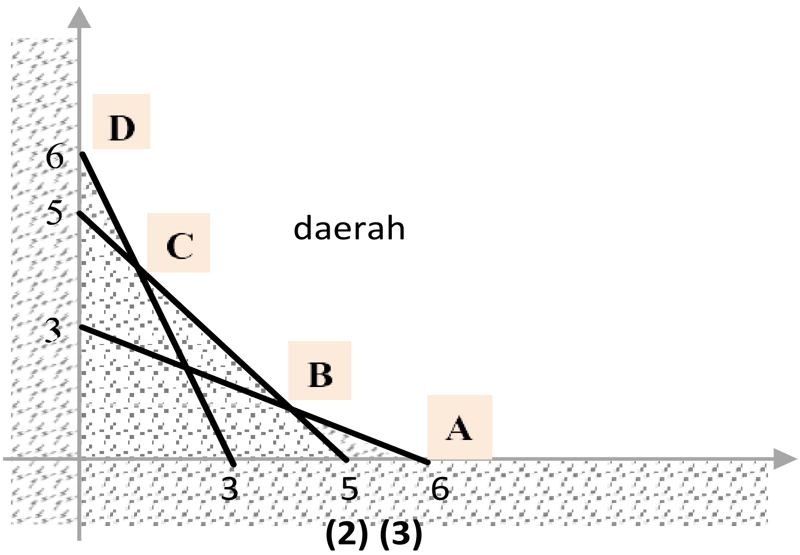
Tantangan

Carilah contoh penerapan nilai optimum dalam kehidupan sehari-hari dan buatlah permasalahan kontekstual berdasarkan masalah tersebut!

KEGIATAN SISWA

Aktivitas Kelas : Nilai Optimum
Indikator : Nilai Optimum ditentukan berdasarkan fungsu objektif dalam soal
Nilai optimum dari permasalahan program linear ditentukan melalui Titik pojok.

Ayo Mengamati



Ayo Bertanya

Berpikir kritis dan ajukan pertanyaan-pertanyaan yang ada di dalam pikiranmu mengenai permasalahan tersebut!

Jawab:____

Ayo Mencoba

1. Buatlah pertidaksamaan dari permasalahan tersebut

Jawab:____

2. Tentukan titik pembatas dari permasalahan tersebut!

Jawab:____

3. Cari Nilai Optimum dari permasalahan tersebut!

Jawab:____

Ayo Mengasosiasi

Dari aktivitas yang kamu lakukan, buatlah kesimppulan menggunakan kata-katamu sendiri, bagaiman langkah-langkah menentukan nilai optimum dari permasalahantersebut!

Jawab:____

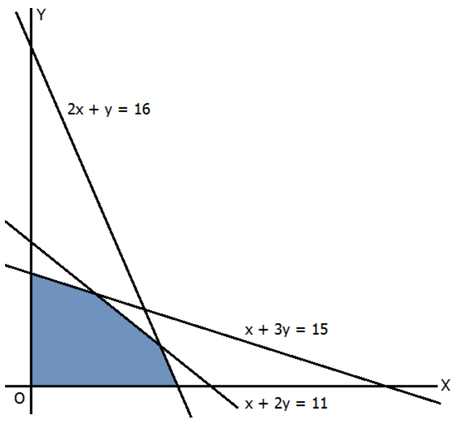
Ayo Mengkomunikasikan

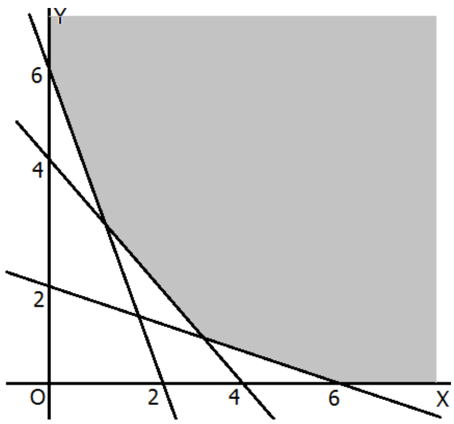
Presentasikan dan diskusikan hasil yang kamu dapatkan di depan kelas!

LATIHAN SOAL (TUGAS 2)

1. Tentukanlah nilai maksimum dari $z = 8x + 6y$ dengan batas $4x + 2y \leq 60$; $2x + 4y \leq 48$ $x \geq 0$ dan $y \geq 0$!
2. Tentukan nilai minimum dari $f(x,y) = 2x + 5y$ dengan syarat $x \geq 0$, $y \geq 0$ $x + y \geq 12$ dan $x + 2y \geq 16$
3. Tentukan nilai optimum (maksimum dan minimum) dari fungsi objektif berikut: $4x + 2y \geq 8$, $x + y \leq 4$, $y \geq 2$, $2x - y \geq -2$, fungsi obyektif $f(x,y) = 3x + 6y$

4. Tentukan nilai maksimum/minimum fungsi obyektif dari daerah penyelesaian yang diarsir dari masing-masing gambar berikut !





PENERAPAN PROGRAM LINEAR

A. PENGANTAR

Godo-Godo Hayo adalah salah satu kue tradisional di Kecamatan Mandrehe Kabupaten Nias Barat, Provinsi Sumatera Utara. Walaupun tidak cukup terkenal, namun Godo-Godo Hayo tersebut masih dibuat oleh Ibu-Ibu rumah tangga yang selanjutnya dijual pada saat ada Harimbale. Godo-godo Hayo sesungguhnya tidak jauh beda dengan godo-godo yang ada pada umumnya di daerah lain. Namun karena ciri khas dan rasanya yang tergolong alamiah, maka godo-godo hayo ini masih tetap laris sebagai makanan ringan yang higienis. Bagea biasanya berbentuk bulat dan warnanya cokelat pucat. Godo-godo Hayo sifatnya keras, dan berukuran besar hampir satu tinju anak umur 5 tahun. Godo-godo Hayo adalah salah satu olahan makanan dari ubi dan digoreng yang selanjutnya dicelupkan kedalam cairan gula pasir. Biasanya Godo-godo Hayo disantap dengan teh atau kopi. Godo-godo Hayo ini di Mandrehe termasuk makanan ringan yang jadi pilihan karena selain harga nya murah, ukuran juga tergolong besar, dan proses pembuatannya pun terjamin alamiah tanpa bahan pengawet. .

Seoang ibu rumah tangga di Mandrehe ingin membuka usaha penjualan kue yang salah satu jajanan andalannya adalah Godo-Godo Hayo. Dapatkah kamu menemukan cara merancang usaha ibu itu agar memperoleh laba maksimum? Rekonstruksilah cara tersebut.

B. KONSEP PROGRAM LINEAR

Program Linear

Dalam kegiatan produksi dan perdagangan, baik industri skala besar maupun kecil tidak terlepas dari masalah laba yang harus diperoleh oleh perusahan tersebut. Tujuan utamanya adalah untuk memperoleh pendapatan yang sebesar-besarnya dengan meminimumkan pengeluarannya (Optimasi).

Untuk tujuan utama tersebut, tentunya pihak perusahaan membuat beberapa kemungkinan strategi yang harus ditempuh untuk mencapainya.

Misalnya, pedagang buah-buahan, pedagang hendak membeli buah kelengkeng dan buah papaya karena dua jenis buah tersebut persediaanya menipis. Tentunya pedagang buah akan mengeluarkan biaya untuk membeli dua jenis buah tersebut dengan memperhitungkan keuntungan sebesar-besarnya yang mungkin dapat diperoleh dari masing-masing buah dalam kg dan sebagainya. Dapatkah kamu menemukannya?

Untuk menyesaikan masalah tersebut digunakan program linier. Program linier diartikan sebagai cara untuk menyelesaikan suatu persoalan (penyelesaian optimum) dengan menggunakan metode matematik yang dirumuskan dalam bentuk persamaan-persamaan atau pertidaksamaan linier.

Definisi:

"Program Linear adalah suatu program untuk menyelesaikan permasalahan yang batas-batasannya berbentuk pertidaksamaan"

Bentuk umum model matematika dengan variabel x_1 dan x_2

fungsi tujuan = memaksimumkan/ meminimumkan $z = f(x_1, x_2) = c_1x_1 + c_2x_2$
dengan syarat/ kendala

$$\begin{cases} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 \ (\leq ; = ; \geq) b_1 \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 \ (\leq ; = ; \geq) b_2 \\ \vdots \\ a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 \ (\leq ; = ; \geq) b_m \\ x_1 \geq 0 \ ; \ x_2 \geq 0 \end{cases}$$

Masalah 3.a

Seorang Ibu rumah tangga pembuat kue Godo-godo Hayo mempunyai 8.000 gr tepung ubi dan 2.000 gr gula pasir. Ia ingin membuat dua macam kue Godo-godo Hayo yang berbeda rasa yaitu kue Godo-Godo Hayo A dan Kue Godo-Godo Hayo B. Untuk mebuat kue Gado-Gado Hayo A dibutuhkan 10 gram gula pasir dan 20 gram tepung ubi sedangkan untuk membuat sebuah kue godo-godo Hayo B dibutuhkan 5 gram gula pasir dan 50 gram tepung ubi. Jika kue godo-godo Hayo A dijual dengan harga Rp.300/Buah dan kue godo-godo Hayo B dijual dengan harga 500/buah. Dapatkan kamu menenmukan pendapatan maksimum yang dapat diperoleh pembuat kue tersebut!

Alternatif Penyelesaian:

Untuk mengetahui pendapatan maksimum, maka terlebih dahulu kita menyusun sistem pertidaksamaan dan fungsi tujuan dari soal cerita tersebut. Karena yang ditanya pendapatan maksimum, maka tentu harga jual kue merupakan fungsi tujuan pada soal ini. Untuk menyusun sistem pertidaksamaan, yang perlu kita lakukan adalah menentukan variabel dan koefisiennya.

Bahan yang tersedia:

Tepung Ubi = 8 kg = 8000 g
Gula = 2 kg = 2000 g

Misalkan :

Jumlah kue godo-godo A = x
Jumlah kue godo-godo B = y

Maka jumlah tepung Ubi, gula, dan harga jual merupakan koefisien. Agar lebih mudah, kita dapat memasukkan data yang ada pada soal ke dalam bentuk tabel seperti berikut :

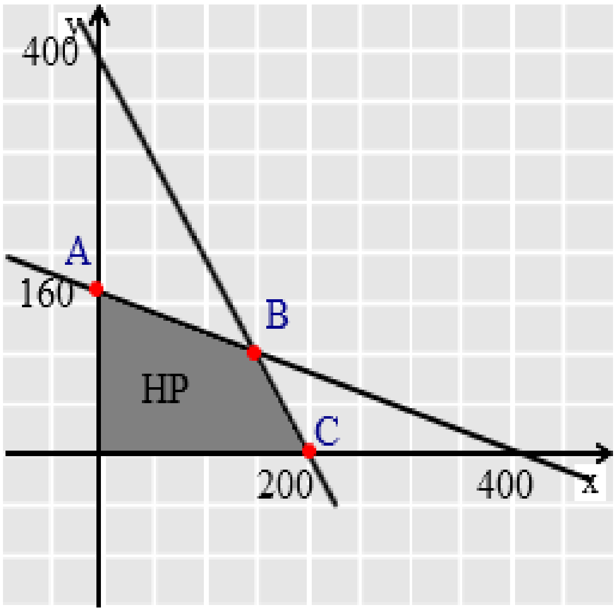
Bahan	Tepung	Gula	Harga
Kue A	20	10	Rp 300,00
Kue B	50	5	Rp 500,00
Persediaan	8000	2000	

Dari tabel di atas dapat disusun sistem pertidaksamaan sebagai berikut :
$20x + 50y = 8000$ ---> $2x + 5y \leq 800$
$10x + 5y = 2000$ ---> $2x + y \leq 400$
$x \geq 0$ dan $y \geq 0$
dengan fungsi objektif $f(x,y) = 300x + 500y$

Kemudian gambarkan sistem pertidaksamaan yang sudah disusun dalam grafik:

Untuk garis 2x + 5y = 800
x = 0, y = 160 ---> (0, 160)
y = 0, x = 400 ---> (400, 0)

Untuk garis 2x + y = 400
x = 0, y = 400 ---> (0, 400)
y = 0, x = 200 ---> (200, 0)



Sistem pertidaksamaan linear

Titik B merupakan titik potong garis 2x + 5y = 800 dengan garis 2x + y = 400

$$\begin{array}{rlcl}
2x + 5y = 800 & & & 2x + y = 400 \\
\underline{2x + \quad y = 400} & - & \longrightarrow & 2x = 400 - 100 \\
4y = 400 & & & x = 150 \\
y = 100 & & & \text{jadi titik } B(100, 150)
\end{array}$$

Selanjutnya substitusikan titik A, B, dan C ke fungsi objektif :

A(0, 160) ---> F(x,y) = 300(0) + 500(160) = 80.000

B(100, 150) ---> F(x,y) = 300(100) + 500(150) = 105.000

C(200, 0) ---> F(x,y) = 300(200) + 500(0) = 60.000

Jadi, pendapatan maksimum yang bisa diperoleh pedagang kue itu adalah Rp 105.000,00.

Masalah 3.b

Seorang pedagang membeli melon dan jeruk dari seorang petani dengan harga Rp 10.000,00 untuk 1 kg melon dan Rp 4.000,00 untuk 1 kg jeruk. Modal yang dimiliki pedagang tersebut tidak lebih dari Rp 2.500.000,00. Buah tersebutakan diletakkan di toko yang hanya dapat menampung tidak lebih dari 400 Kg. Jika keuntungan yang didapatkan dari menjual melon dan jeruk masing-masing adalah Rp2.000,00 tiap kg dan Rp1.000,00 tiap kg. Dapatkah kamu merekonstrukis keuntungan maksimum yang dapat diperoleh pedagang tersebut?

Alternatif Penyelesaian:

Pertama, ingatlah kembali tentang permodelan matematika yang sudah kamu pelajari.

Misal x = banyaknya melon dan y = banyaknya jeruk, permasalahan tersebut dapat dinyatakan dalam tabel sebagai berikut:

Jenis buah	Banyaknya	Harga	Keuntungan
Melon (kg)	X	10.000	2.000
Jeruk (kg)	Y	4.000	1.000
Kapasitas / jumlah	400	2.500.000	

Sehingga model matematika dari permasalahan tersebut adalah:

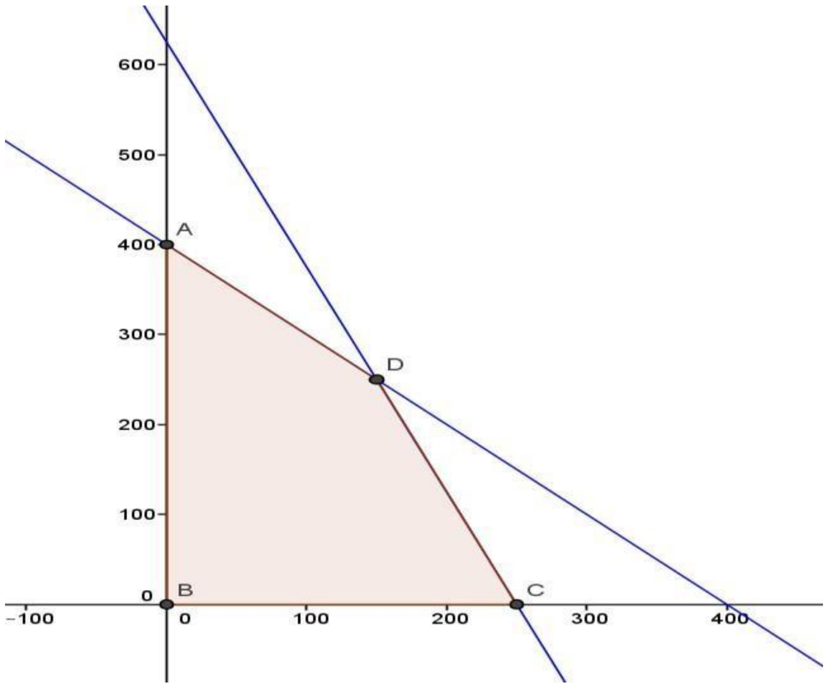
$x + y \leq 400$

$10.000x + 4.000y \leq 2.500.000$

$x \geq 0$ dan $y \geq 0$.

Kedua, fungsi objektif dari permasalahan di atas dapat ditentukan dari keuntungan yang diperoleh pedagang tersebut, sehingga fungsi objektif dari permasalahan diatas adalah $f(x, y) = 2.000x + 1.000y$

Ketiga, tentukanlah daerah penyelesaian dari permasalahan tersebut seperti pada gambar dibawah ini.



Keempat, carilah titik-titik pojok dari daerah penyelesaian permasalahan tersebut.

Titik pojok: A(0,400); B(0,0); C(250,0).

Karena titik pojok D merupakan titik potong antara persamaan garis x + y = 400 dan 10.000x + 4000y = 2.500.000 maka kamu dapat menggunakan cara eliminasi dan subtitusi.

Cara eliminasi: x + y = 400 dan 10.000x + 4000y = 2.500.000

$$
\begin{array}{rcl}
x + y = 400 & \rightarrow & 10.000x + 10.000y = 4.000.000 \\
10.000x + 4.000y = 2.500.000 & \rightarrow & \underline{10.000x + 4.000y = 2.500.000\ -} \\
 & & 6.000y = 1.500.000 \\
 & & y = 250
\end{array}
$$

Subtitusikan y = 250 ke persamaan garis x + y = 400.
Kamu dapatkan x = 150. Jadi D(150,250).
Kelima, subtitusikan nilai titik pojok yang kamu dapatkan ke fungsi objektif f(x, y) = 2.000x + 1.000y.

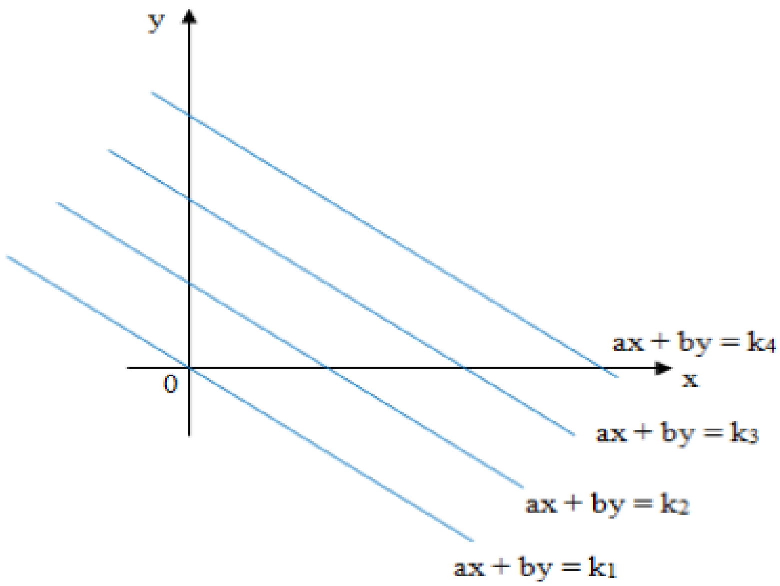
Titik pojok (x, y)	Fx(x, y) = 2.000x + 1.000y.	Optimum
A(0,400)	2.000(0) + 1.000(400)	400.000
B(0,0)	2.000(0) + 1.000(0)	0
C(250,0)	2.000(250) + 1.000(0)	500.000
D(150,250)	2.000(150) + 1.000(250)	550.000

Nilai optimum (maksimum) dari permasalahan tersebut adalah Rp 550.000,00 pada titik D(150,250).
Jadi, keuntungan maksimumdaripermasalahan tersebut adalah sebesar Rp 550.000,00 dari penjualan 150 kg melon dan 250 kg jeruk.

C. METODE UJI GARIS SELIDIK

Menentukkan nilai optimum (maksimum dan minimum) fungsi objektif suatu program linear dapat menggunakan uji titik pojok seperti yang telah kamu pelajari sebelumnya. Dalam metode uji titik pojok, tiap titik pojok (x, y) yang terletak pada daerah himpunan penyelesaian disubstitusikan ke fungsi tujuan ax + by. Dari hasil perhitungan tadi, kemudian dipilih nilai maksimum maupun nilai minimum bentuk objektif ax + by.

Selain menggunakan metode uji titik pojok, kita juga dapat menggunakan metode Garis Selidik. kita dapat menggunakan metode Garis Selidik. Garis Selidik adalah grafik persamaan dari fungsi tujuan yang digunakan untuk menentukan solusi optimum. Untuk lebih memahami garis selidik perhatikan gambar berikut



Keempat garis pada gambar menggambarkan garis-garis selidik atau dikenal pula dengan garis keuntungan. Keempat garis merupakan garis-garis yang sejajar. Dalam masalah program linear, pada umumnya titik yang dilalui garis selidik yang letaknya melalui atau paling dekat dengan titik pangkal (0, 0) maka kita akan mendapatkan nilai fungsi objektif yang minimum. Dan sebaliknya, titik yang garis selidik yang paling jauh dari titik pangkal, maka kita akan mendapatkan nilai fungsi objektif yang maksimum. Dengan kata lain, semakin besar nilai k maka kita akan mendapatkan solusi maksimum sedangkan semakin kecil nilai k maka kita akan mendapatkan solusi minimum.

Dari uraian di atas kita dapat membuat langkah-langkah penyelesaian masalah program linear dengan metode Garis Selidik yaitu:

1. Tentukan model matematika dari masalah program linear yang akan kita selesaikan dalam bentuk sistem pertidaksamaan linear
2. Lukis/gambar pertidaksamaan dan tentukan daerah penyelesaianya
3. Buat garis selidik ax + by = k, sesuai dengan fungsi objektif f(x, y) = ax + by dan temukan solusi optimumnya (maksimum atau minimum)

Masalah 3.c

Diketahui: $3x + y \leq 15$

$x + 2y \leq 10$

$x \geq 0$

$y \geq 0$

Dapatkah kamu menemukan nilai maksimum dari fungsi objektif f(x, y) = 2x + 5y dengan menggunakan metode uji garis selidik!

Alternatif Penyelesaian:

Diketahui: $3x + y \leq 15$

$x + 2y \leq 10$

$x \geq 0$

$y \geq 0$

fungsi objektif f(x, y) = 2x + 5y

Ditanya: Nilai maksimum dengan garis selidik…?

Jawab:

- Ubah pertidaksamaan $3x + y \leq 15$ kedalam bentuk persamaan: 3x + y =15

  Titik potong persamaan garis 3x+ y = 15 adalah:

3x + y = 15		
x	0	5
y	15	0
Titik Potong	(0,5)	(5,0)

- Ubah pertidaksamaan $x + 2y \leq 10$ kedalam bentuk persamaan: x + 2y = 10

x + 2y = 10		
x	0	10
y	5	0
Titik Potong	(0,5)	(10,0)

- $x \geq 0$, gambar garisnya berimpit dengan sumbu y dengan daerah penyelesaian di kanan sumbu y.
- $y \geq 0$, gambar garisnya berimpit dengan sumbu x dengan daerah penyelesaiannya di atas sumbu x.
- Titik perpotongan garis 3x+y =15 dan x+2y=10, Variabel y dieliminasi:

$$\begin{array}{ll} 3x + y = 15 \mid x\ 2 \mid & 6x + 2y = 30 \\ x + 2y = 10 \mid x\ 1 \mid & \underline{\ \ x + 2y = 10 \quad -} \\ & 5x = 20 \\ & x = 4 \end{array}$$

  Untuk x = 4, substitusikan pada salah satu persamaan:

  x + 2y = 10

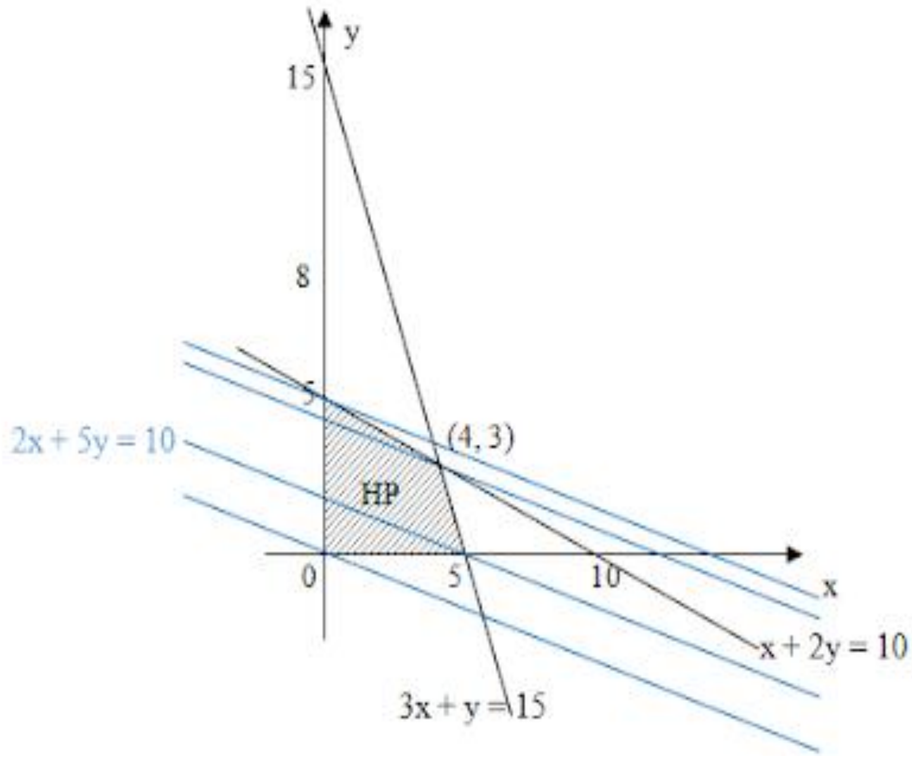
  4 + 2y = 10

  2y = 6

  y = 3

  Jadi Titik Potong kedua garis adalah (4,3)

❖ Grafik:



❖ Kemudian buat garis selidik 2x + 5y = 10, kemudian geser ke atas garis selidik tersebut. Dari gambar terlihat bahwa garis yang sejajar garis selidik 2x + 5y =10 dan terletak paling jauh dari titik pangkal melalui titik (0, 5) yang termasuk himpunan penyelesaian. Sehingga, titik (0, 5) menyebabkan fungsi objektif menjadi maksimum yaitu: f(0, 5) = 2(0) + 5(5) = 25
Jadi, nilai maksimum dari fungsi objektifnya adalah 25.

Forum Diskusi 4

Diskusikanlah dengan teman sekelasmu.

Dengan menggunakan masalah pada "**Masalah 3.a**" dan "**Masalah 3.b**" Lakukanlah pengujian nilai optimummnya dengan menggunakan Metode Garis Selidik!

KEGIATAN SISWA

Aktivitas Kelas : Nilai Optimum
Indikator : Nilai Optimum ditentukan berdasarkan fungsu objektif dalam soal
Nilai optimum dari permasalahan program linear ditentukan melalui Titik pojok.

Ayo Mengamati

Seorang petani sedang membeli pupuk NPK yang mengandung tiga unsur utama Nitrogen (N), Fosfat (P205) dan Kalium (K20). Kebutuhan minimum yang dibutuhkan pak Tani adalah 160 satuan Nitrogen, 200 satuan Fosfat, dan 80 satuan Kalium. Petani menggunakan dua merek pupuk. Merek Kuda Laut harga Rp. 4000,00 per kantong mengandung 3 satuan N, 5 satuan P205, dan 1 satuan K20. Merek Berlian, ia beli dengan harga Rp.3000,00 per kantong, mengandung 2 satuan untuk ketiga unsur utama dari NPK. Jika pak Tani ingin meminimalkan biaya dengan kebutuhan unsur utama tetap terjaga, konstruksikanlah berapa banyak kantong dari setiap merek yang harus dibeli?

Ayo Menanya

Berfikirlah kritis dan ajukan pertanyaan-pertanyaan yang ada dalam pikiranmu mengenai permasalahan tersebut!
Jawab:

Ayo Mencoba

Buat Model Matematika dari permasalahan tersebut!

Jawab:

Tentukan daerah penyelesaian dari permasalahan tersebut!

Jawab:

Carilah nilai optimum dari permasalahan tersebut!

Jawab:

Ayo Mengasosiasi

Dari aktivitas yang kamu lakukan, buatlah kesimpullan menggunakan kata-katamu sendiri, bagaimana langkah-langkah menentukan nilai optimum dari permasalahan tersebut!

Jawab:

Ayo Mengkomunikasikan

Presentasikan dan diskusikan hasil yang kamu dapatkan didepan kelas

LATIHAN SOAL (TUGAS 3)

1. Sebuah pabrik roti mempunyai bahan A, B dan C dengan banyak yang tersedia berturut-turut 300 unit, 180 unit, dan 300 unit. Dengan bahan yang tersedia, pabrik roti tersebut membuat dua macam roti sesuai dengan pesanan langganan. Alumni Tata Boga menetapkan keperluan bahan

Jenis Roti	Bahan A	Bahan B	Bahan C
I	2	2	4
II	10	4	2

   Harga roti I sebesar Rp. 350,00 dan ke II Rp. 800,00. Berapa banyak tiap macam harus dibuat untuk memperoleh hasil penjualan terbanyak? Berapa rupiah jumlah terbesar yang diperoleh pabrik roti tersebut.
2. Pemilik suatu perusahaan mempunyai bahan mentah I, II dan III, masing2 tersedia 100 satuan, 160 satuan dan 280 satuan. Dari ke tiga bahan mentah itu akan dibuat 2 macam barang produksi yaitu barang A dan B. Satu satuan barang A memerlukan bahan mentah I, II, dan III masing2 sebesar 2, 2 dan 6 satuan . Satu satuan barang B memerlukan bahan mentah I, II, dan III masing2 sebesar 2,4 dan 4 satuan. Jika barang A dan B dijual dan masing2 laku Rp 8.000 dan Rp 6.000 per satuan, berapa besar jumlah produksi barang A dan B agar jumlah bahan mentah yg digunakan tdk melebihi persedian yg ada.
3. Seorang ahli gizi menyarankan orang yang kekurangan zat besi dan vitamin B untuk mengkonsumsi paling sedikit 2.400 mg besi, 2100 mg vitamin B1 dan 1500 mg vitamin B2. Untuk itu 2 tablet vitamin dipilih, yaitu merk A dan B. setiap tablet merk A hanya mengandung 40 mg zat besi, 10 mg vitamin B1, dan 5 mg vitamin B2 dengan harga Rp. 1.500,00. Setiap tablet merk B mengandung 10 mg zat besi, 15 mg vitamin B1 dan vitamin B2 dengan harga Rp. 1.700,00. Berapa banyak vitamin A dan B yang harus dibeli agar kebutuhan minimal zat besi dan vitamin B terpenuhi dengan

AYO REFLEKSI...!

Setelah kalian mempelajari seluruh materi yang ada di dalam modul ini, maka:

1. Menurut kamu, hal-hal apa saja yang bisa kalian dapatkan dari materi ini ?
2. Pengalaman apa saja yang kalian alami ? dan
3. Apa yang menjadi kesulitan kalian ?
4. Dan strategi apa yang akan kalian lakukan agar dapat memahami materi ?

Tuliskan kesimpulan kamu di kolom komentar… kemudian foto hasil kesimpulan kalian dan kirimkan ke nomor WA Pak Sesuaikan Sarumaha (081360002291) atau di sesuaicansar@gmail.com

Kolom Komentar:

____
____
____
____
____
____
____
____
____
____
____
____
____
____
____
____
____
____
____

DUALITAS PROGRAM LINEAR

Selamat, anda sekarang sedang melanjutkan mendalami materi Program Linear. Terus semangat, karena belajar akan terasa enak ketika semangat itu terbangun. Apalagi siswa kami yang masih tergolong energik.

Pernahkah kamu berpkir, apakah tak ada masalah lain yang timbul akibat adanya masalah yang pertama dalam hal ini kita membatasinya masalah Program Linear. Sebagai contoh Seoang ibu rumah tangga di Mandrehe yang ingin membuka usaha penjualan kue yang salah satu jajanan andalannya adalah Godo-Godo Hayo. Lalu, di pertemuan sebelumnya kita sudah membantu cara ibu tersebut merancang usahanya agar memperoleh laba maksimum. Jadi berdasarkan penjelasan di atas, dapatkan kamu menemukan masalah lain yang timbul akibat masalah pertama? Yang kedua, bagaimana kamu merekonstruksi bentuk masalah kedua sebagai akibat masalah yang pertama?

Definisi:

Setiap permasalahan program linear mempunyai problem yang kedua yang berhubungan dengannya Satu problem (masalah) disebut sebagai "primal" dan yang lainnya "dual"

Kedua problem sangat dekat berhubungan, sehingga solusi optimal disatu problem menghasilkan informasi yang lengkap untuk solusi optimal yang lainnya.

Hubungan Primal – Dual

Dalam Program Linear Berlaku:

"Jika model maksimumnya dianggap sebagai primal maka model minimumnya sebagai dual. Begitu pula sebaliknya, jika model maksimumnya sebagai dual maka model minimumnya sebagai primal"

Langkah-Langkah dalam menentukan dual Program Linear yaitu:

1. Nilai ruas kanan masalah maksimum menjadi koefisien fungsi tujuan masalah minimum.
2. Koefisien fungsi tujuan masalah maksimum menjadi nilai ruas kanan masalah minimum.
3. Matriks koefisien fungsi kendala masalah minimum merupakan transpose dari matrik koefisien fungsi kendala masalah maksimum.
4. Semua variabel non negatif.
5. Tanda pada masalah maksimum "$\leq$" sedangkan tanda pada masalah minimum "$\geq$"

Masalah 4.a

Seorang Ibu rumah tangga pembuat kue Godo-godo Hayo mempunyai 8.000 gr tepung ubi dan 2.000 gr gula pasir. Ia ingin membuat dua macam kue Godo-godo Hayo yang berbeda rasa yaitu kue Godo-Godo Hayo A dan Kue Godo-Godo Hayo B. Untuk mebuat kue Gado-Gado Hayo A dibutuhkan 10 gram gula pasir dan 20 gram tepung ubi sedangkan untuk membuat sebuah kue godo-godo Hayo B dibutuhkan 5 gram gula pasir dan 50 gram tepung ubi. Jika kue godo-godo Hayo A dijual dengan harga Rp.300/Buah dan kue godo-godo Hayo B dijual dengan harga 500/buah. Jika Ibu ini mengharapkan pendapatan maksimum yang dapat diperoleh dari pembuat kue tersebut, dapatkah kamu menemukan bentuk dual dari masalah di atas?

Alternatif Penyelesaian:

Diketahui :Masalah program linear

Maka berdasarkan masalah di atas dapat dibuat model matematikanya

Maks = Z: $300x + 500y$

$2x + 5y \leq 800$

Hm. $2x + y \leq 400$

$x \geq 0$

$y \geq 0$

Ditanya: Bentuk dual masalah maks…?

Jawab:

- ❖ Nilai Ruas Kanan masalah Maks = {800, 400}
- ❖ Koefisen fungsi Tujuan masalah Maks = {300, 500}
- ❖ Matriks koefisien fungsi kendala

$$\begin{bmatrix} 2 & 5 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}^T = \begin{bmatrix} 2 & 2 \\ 5 & 1 \end{bmatrix}$$

- ❖ Sehingga kamu dapat menyusun bentuk dualnya:

Min = P: $800a + 400b$

$2x + 2y \geq 300$

$5x + y \geq 500$

$x \geq 0$

$y \geq 0$

Forum Diskusi 5

Berdasarkan penyelesaian masalah di atas, dapatkah kamu menemukan hubungan dualitas program linear? Diskusikan dengan teman-temanmu!

PEMBELAJARAN PROGRAM LINEAR MENGGUNAKAN APLIKASI KOMPUTER GEOGEBRA

Program linear merupakan model optimasi persamaan linear yang berkenaan dengan masalah-masalah pertidaksamaan linear, Masalah program linear berarti masalah nilai optimum (maksium atau minimum) sebuah fungsi linear pada suatu sistem pertidaksamaan linear yang harus memenuhi optimasi fungsi objektif. GeoGebra adalah perangkat lunak matematika yang dinamis, bebas, dan multi-platform yang menggabungkan geometri, aljabar, tabel, grafik, statistik dan kalkulus dalam satu paket yang mudah dan bisa digunakan untuk semua jenjang pendidikan. Aplikasi GeoGebra dapat membantu penyelesaian masalah pada pembelajaran program linier.

Program linear mempunyai peranan yang sangat penting dalam matematika dan banyak digunakan dalam kehidupan sehari-hari. Sebagai contoh dalam dunia usaha, seorang pengusaha pada umumnya ingin memperoleh keuntungan sebanyak-banyaknya dari bidang usaha yang digelutinya. Untuk itu, pengusaha tersebut membuat perencanaan untuk mengoptimalisasi sumber daya yang tersedia, bahan baku dan lain-lain. Upaya optimalisasi ini akan dimodelkan dengan program linear yang kemudian akan menjawab permasalahannya.

Materi program linear merupakan salah satu materi yang sulit dipahami siswa. Ini terkait materi prasyarat yang harus dikuasai siswa untuk mempelajari program linear. Misalnya sistem persamaan dan pertidaksamaan linear, juga pemodelan matematika,.Prosedur penyelesaian program linear biasanya membutuhkan waktu pengerjaan yang relative lama jika dikerjakan secara manual. Perkembangan teknologi yang pesat membuka peluang dan jalan baru dalam mengerjakan banyak hal, termasuk untuk mengembangkan dunia pendidikan. Saat ini telah banyak berkembang berbagai teknologi yang dapat dimanfaatkan untukmengembangkan dunia pendidikan, termasuk untuk menunjang pembelajaran matematika, yakni sebagai media pembelajaran matematika.

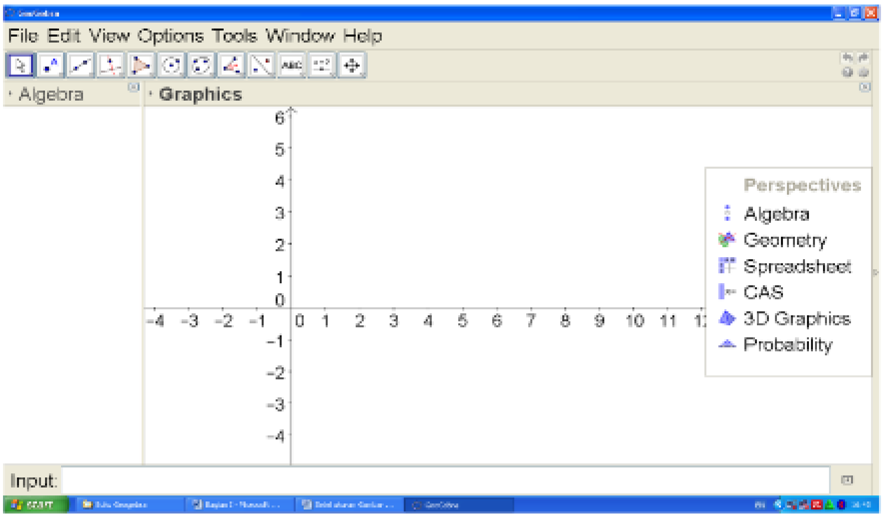
Salah satu media pembelajaran yang saat ini telah berkembang demikian pesat adalah komputer dengan berbagai program-program yang relevan.Salah satu program komputer yang dapat dimanfaatkan sebagai media pembelajaran matematika adalah program GeoGebra. Dengan beragam fasilitas yang dimiliki GeoGebradapat dimanfaatkan sebagai media pembelajaran matematika untuk mendemonstrasikan atau memvisualisasikan konsep-konsep matematis serta sebagai alat bantu untuk mengkonstruksi konsep-konsep matematis.

Geogebra dikembangkan oleh Markus Hohenwarter (24 Juni 1976) mulai tahun 2001. Ia adalah seorang matematikawan Austria dan profesor di UniversitasJohannes Kepler (JKU) Linz. Dia adalah ketua Lembaga Pendidikan Matematika. Selama pendidikan di universitas (Ilmu komputer dan matematika terapan), ia mengembangkan perangkat lunak pendidikan matematika GeoGebrayang telah memenangkan berbagai penghargaan software di Eropa dan Amerika Serikat. Penelitiannya berfokus pada penggunaan teknologi dalam pendidikan matematika. Menurut Hohenwarter (2008), GeoGebraadalah program komputer untuk membelajarkan matematika khususnya geometri dan aljabar. Program ini dapat digunakan dengan bebas dan dapat diunduh dari www.geogebra.com. Program GeoGebraini sangat terkenal, sehingga kerap dikunjungi dan telah digunakan oleh jutaan orang di seluruh dunia, baik oleh pelajar, mahasiswa, guru, dosen, dan yang berkepentingan menggunakannya.

Beberapa manfaat program GeoGebradalam pembelajaran matematika sebagai berikut:a)Dapat menghasilkan lukisan-lukisan geometri dengan cepat dan teliti, bahkan yang rumit. b)Adanya fasilitas animasi dan gerakan-gerakan manipulasi yang dapat memberikan pengalaman visual dalam memahami konsep geometri. c)Dapat dimanfaatkan sebagai bahan balikan/evaluasi untuk memastikan bahwa lukisan geometri yang telah dibuat memang benar. d)Mempermudah untuk menyelidiki atau menunjukkan sifat-sifat yang berlaku pada suatu objek geometri.GeoGebraterus mengalami pengembangan. Penemu dan perancangnya terus berusaha memperbaiki dan menambahi kekurangan dari program GeoGebraini.

Pada saat ini telah muncul GeoGebra6 sebagai perbaikan dan pengembangan dari GeoGebra4 dan GeoGebra5. Untuk mendapatkan aplikasi GeoGebra6 siswa kami bisa mendonload di www.geogebra.org. Untuk mendapatkan pemahaman awal dalam menggunakan aplikasi ini bisa dibuka https://www.youtube.com/watch?v=ceuwj5lBIsQ

Pada saat awal membuka GeoGebra, maka muncul tampilan seperti di bawah ini.



Dapat dilihat pada tampilan yaitu sisi sebelah kanan, nampak terdapat kotak Perspectives. Kotak ini menyatakan pilihan bentuk layar yang akan ditampilkan. Jika tidak muncul kotak tersebut, maka dapat dimunculkan dengan mengklik tanda yang ditunjukkan anak panah. Terdapat enam pilihan tampilan yang diberikan yaitu :

1. Tampilan aljabar dan grafik (Algebra), seperti yang telah tampil pada layar di sebelah. Bagian sebelah kiri, yaitu tampilan aljabar merupakan tempat menampilkan bentuk aljabar dari objek/persamaan yang dimaksud. Bagian sebelah kanan, yaitu tampilan grafik merupakan tempat menampilkan gambar atau grafik dari objek/persamaan yang dimaksud.
2. Tampilan geometri (Geometry), merupakan tampilan grafik yang hanya menampilkan bentuk geometri dari objek/persamaan yang dimaksud.
3. Tampilan pengolah angka (Spreadsheet), merupakan tampilan bentuk tabel pengolah angka yang terdiri atas baris dan kolom. Pada tampilanini dapat dibuat matriks, tabel, dan lain sebagainya yang memuat objek matematika dalam bentuk baris dan kolom. Anda dapat memasukkan ke dalam sel-sel spreadsheet tidak hanya angka, tetapi semua jenis objek matematika yang didukung oleh GeoGebra, misalnyakoordinat titik, fungsi, dan perintah. Jika memungkinkan, GeoGebra segera menampilkan representasi grafis dari objek yang Anda masukkan ke dalam sel spreadsheet pada Tampilan Grafik juga.

4. Tampilan Computer Algebra System (CAS), merupakan tampilan sistem komputer aljabar untuk perhitungan simbolik. Tampilan CAS ini terdiri dari baris yang setiap barisnya memiliki input di bagian atas dan layar output pada bagian bawah.
5. Tampilan grafik 3 dimensi (3D Graphics), hampir sama seperti tampilan aljabar dan grafik. Bagian sebelah kiri, yaitu tampilan aljabar merupakan tempat menampilkan bentuk aljabar dari objek/persamaan yang dimaksud. Bagian sebelah kanan, yaitu tampilan grafik merupakan tempat menampilkan gambar atau grafik 3 dimensi dari objek/persamaan yang dimaksud.
6. Tampilan probabilitas statistik (Probability), merupakan tampilan bentuk statistik. Pada tampilan ini kita dapat melihat bentuk distribusi statistik dan melakukan perhitungan uji statistic.

Software Geogebra sangat membantu dalam menyelesaikan permasalahan program linear, tentu saja dengan tidak mengenyampingkan langkah-langkah matematis dalam menyelesaikannya. Geogebra dapat digunakan pada saat mulai menggambar grafik dan menentukan titik-titik uji penyelesaian, serta menguji fungsi optimum pada titik-titik tersebut.

Contoh Soal:

Seorang pengusaha roti menjual dua jenis roti. Roti cokelat dan roti vanilla. Gerobaknya hanya dapat menampung 45 buah roti. Dibutuhkan 60 gram tepung untuk membuat roti cokelat dan 20 gram untuk membuat roti vanilla, sementara persediaan tepung hanya 1200 gram. Jika sebuah roti cokelat memberi keuntungan Rp 1000; dan roti vanilla memberikan keuntungan Rp 2500; berapa banyak masing-masing roti yang harus dijual agar memberikan keuntungan maksimal?

Alternatif Penyelesaian:

Dari soal di atas maka dapat dibuat model matematika sebagai berikut:

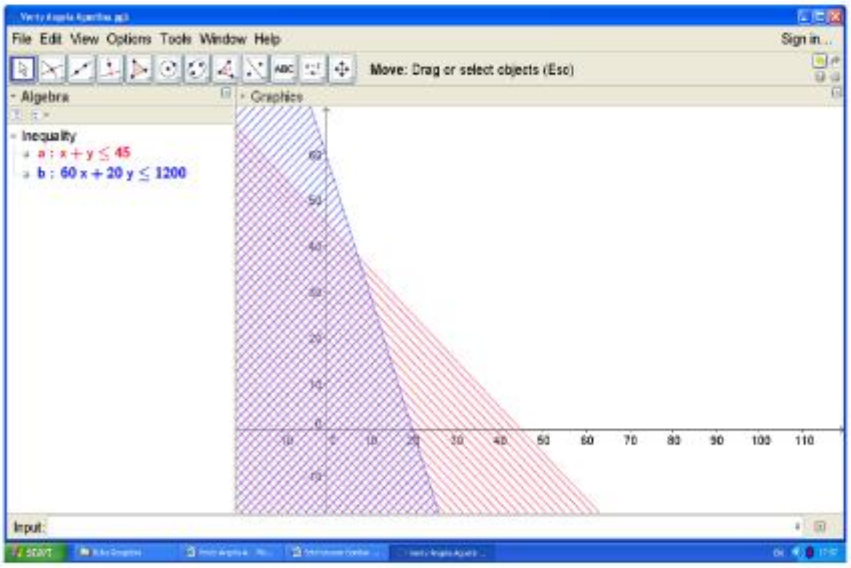
Misalkan: x = Jenis roti cokelaty = Jenis roti vanila

Fungsi tujuan $z = 1000x + 2500y$

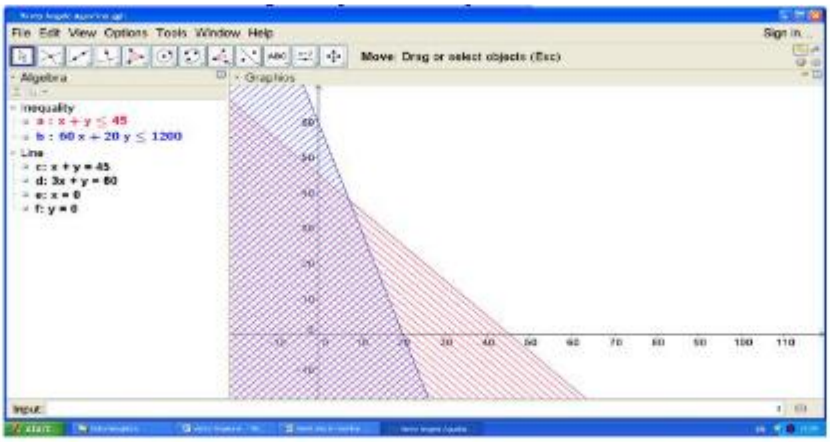
Fungsi kendala: $x + y \leq 45$;$60x + 20y \leq 1200$; $x \geq 0$; $y \geq 0$

Langkah-langkah penyelesaian persoalan di atas dengan GeoGebra adalah sebagai berikut:

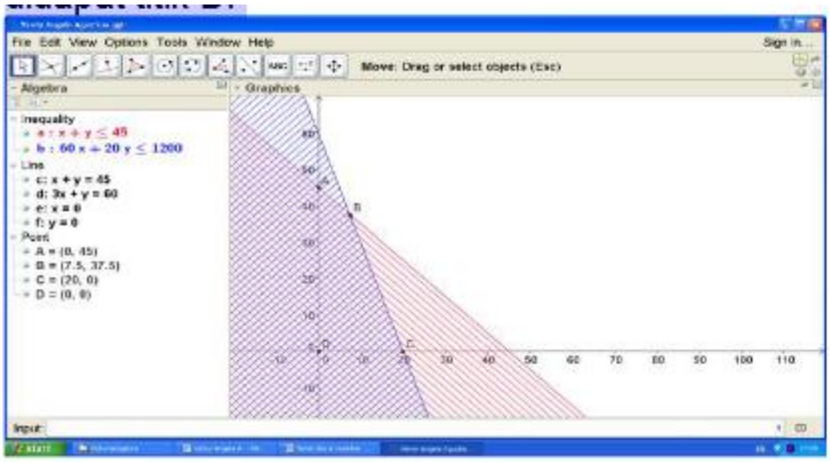
1. Ketikkan dua pertidaksamaan di atas ke dalam Input dan enter. Bedakan kedua garis tersebut dengan memberinya warna. Klik kanan pada daerah pertidaksamaan, klik Object Properties, klik Colour pilih warna yang diinginkan. Pada Style pilih Filling dan pilih Hatch, lalu sesuaikan kemiringan arsiran dengan mengatur Angle. Lakukan hal yang sama pada pertidaksamaan yang satunya. Terlihat seperti gambar berikut:



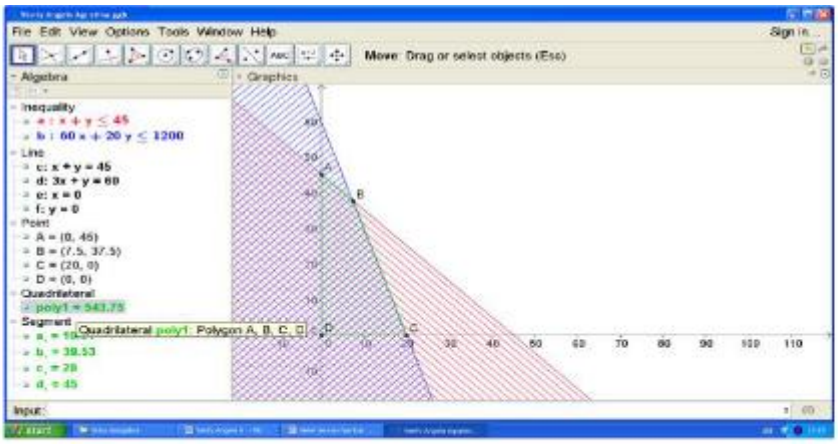
2. Ketikkan persamaan x + y = 45, 60x + 20y = 1200, x=0, dan y=0 pada Input.



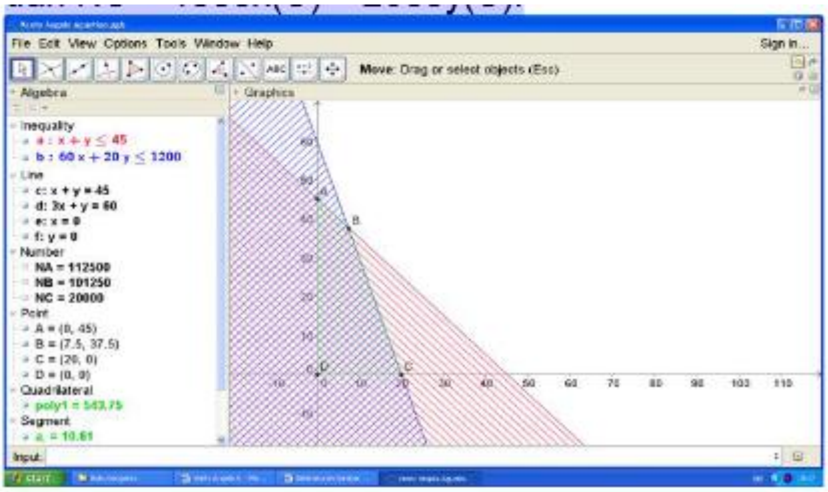
3. Buatlah titik-titik potong sebagai titik uji untuk menentukan nilai-nilai optimum. Ada 3 titik yang akan diuji, yaitu titik potong persamaan 1 dengan sumbu y (titik A), titik potong persamaan 1 dan 2 (titik B) dan titik potong persamaan 2 dengan sumbu x (titik C). Caranya: klik Intersect, klik garis merah (garis persamaan 1) dan klik sumbu y, maka muncul titik A. Kemudian klik di perpotongan garis persamaan 1 dan 2 maka didapat titikB. Klik garis biru (garis persamaan 2) dan klik sumbu x, maka didapat titik C. Klik juga sumbu x dan sumbu y, sehingga didapat titik D.



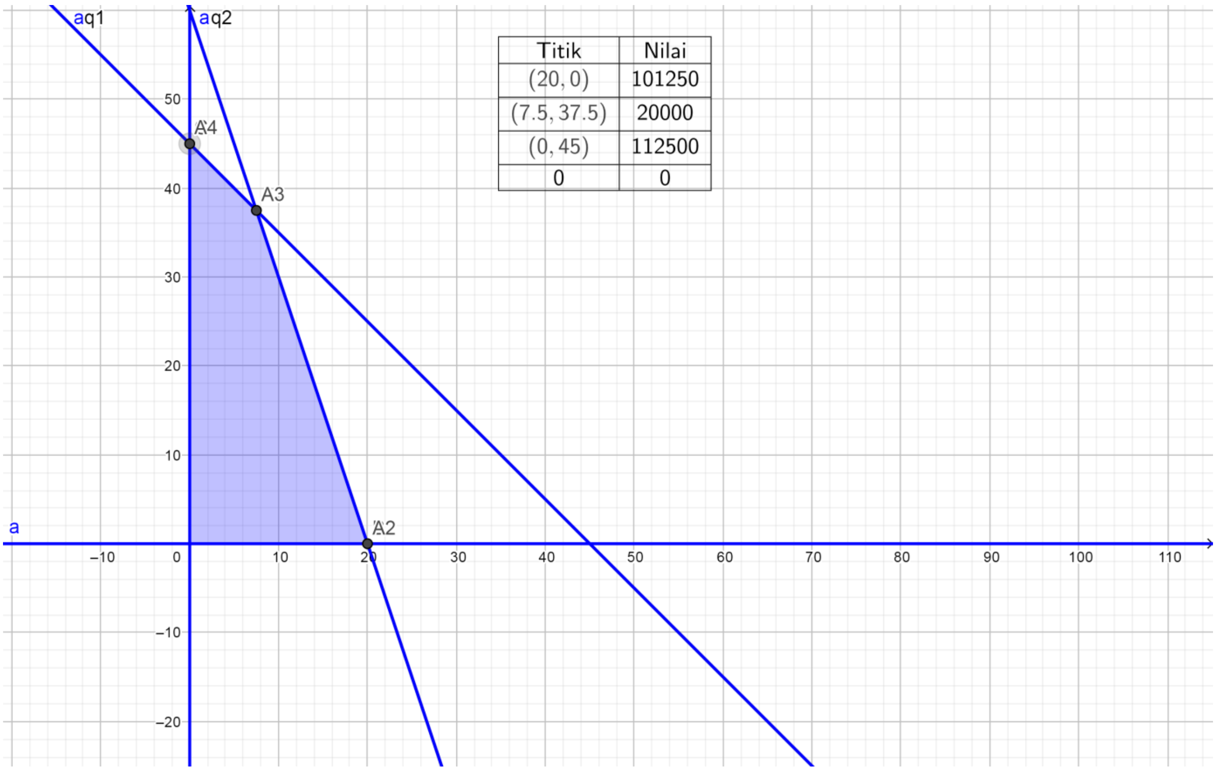
4. Buatlah arsiran daerah penyelesaian pertidaksamaan tersebut dengan menghubungkan keempat titik tersebut dengan menggunakan Polygon.



5. Kemudian hitunglah nilai optimum pada masing-masing titik uji di atas. Fungsi optimum diketahui : f(x) =1000x + 2500y. Untuk masing-masing titik dapat dibuat dengan cara ketikkan pada Input seperti berikut: NA = 1000x(A) + 2500y(A), NB = 1000x(B) + 2500y(B), dan NC = 1000x(C) + 2500y(C).



6. Dapat dilihat pada kolom Algebra, nilai pada titik A (NA), nilai pada titik B (NB), nilai pada titik C (NC) sudah dikalkulasi oleh GeoGebra.
7. Dengan demikian nilai maximum ada pada titik A(0,45) senilai Z=112.500. jadi, keuntungan bersih sebesar-besarnya adalah Rp 112.000; yang tercapai jika terjual 45 buah roti vanilla.



Desaian Hasil dengan Aplikasi www.geogebra.org

Forum Diskusi 6

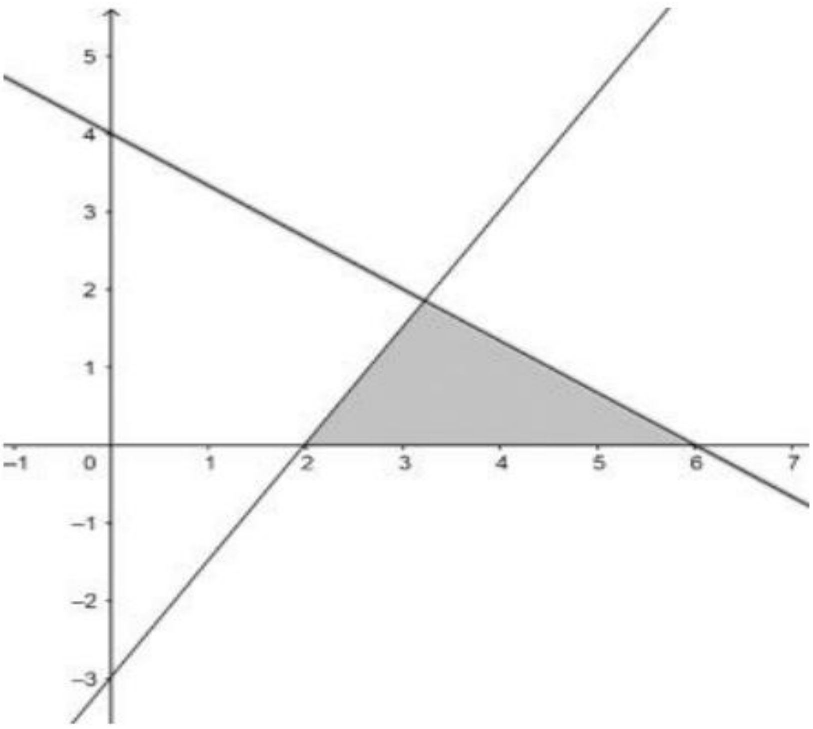
Coba perhatikan permasalahan-permasalahan nilai optimum yang sudah kita selesaiakan bersama. Dengan diskusi, lakukan pengujian penyelesaian masalah-masalah tersebut dengan aplikasi geogebra!

TES SUMATIF

Untuk menentukan tingkat penguasaan kamu terhadap materi ini, silahkan kerjakan tes berikut ini. Kunci jawaban diberikan pada akhir modul ini.

Pilihlah satu jawaban yang tepat dengan cara memberi tanda x (silang) pada huruf A, B, C, D, atau E yang ada di depan alternatif jawaban yang disediakan.

1. Daerah yang diarsir pada gambar berikut adalah himpunan penyelesaian dari sistem pertidaksamaan . . .



A. $2x + 3y \leq 12$; $-3x + 2y \geq -6$; $x \geq 0$; $y \geq 0$
B. $2x + 3y \leq 12$; $-3x + 2y \leq -6$; $x \geq 0$; $y \geq 0$
C. $2x + 3y \geq 12$; $-3x + 2y \geq -6$; $x \geq 0$; $y \geq 0$
D. $2x + 3y \geq 12$; $3x - 2y \geq 6$; $x \geq 0$; $y \geq 0$
E. $-2x + 3y \leq 12$; $3x + 2y \leq -6$; $x \geq 0$; $y \geq 0$

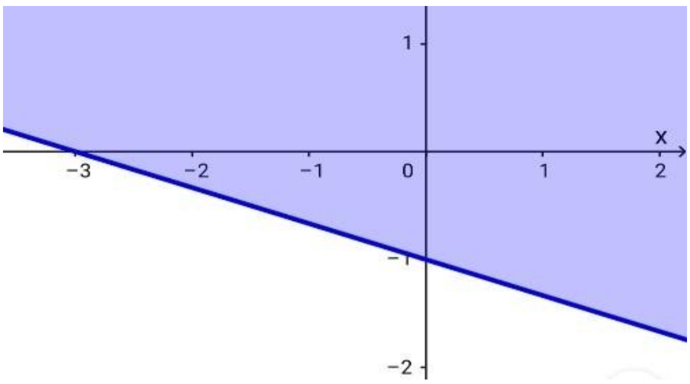
2. Pedagang tahu tempe keliling, belanja tahu yang harga belinya Rp 500 dijual dengan harga Rp 600 per buah. Sedangkan tempe yang harga belinya Rp 750 dijual dengan harga Rp 1.000. apabila pedagang tersebut memiliki modal Rp 150.000 dan gerobaknya dapat menampung paling banyak 250 tahu tempe, maka akan mendapatkan keuntungan maksimum jika ia belanja . . .
A. 250 tahu saja
B. 200 kg tempe saja
C. 150 tahu dan 100 tempe
D. 100 tahu dan 150 tempe
E. 250 tahu dan 200 tempe

3. Nilai maksimum dari fungsi objektif $f(x, y) = 2x + y$ dengan syarat $2x + y \geq 4$; $x + y \leq 10$; $3y - 2x \leq 12$; $x \geq 0$; $y \geq 0$ adalah . . .
   A. 2
   B. 4
   C. 13,6
   D. 20
   E. 30

4. Nilai minimum dari $f(x, y) = 14(x + y)$, dengan x dan y pada daerah penyelesaian dari sistem pertidaksamaan $x + 3y \leq 18$; $3x - 5y \geq 15$; $x \geq 0$; $y \geq 0$ adalah . . .
   A. 47
   B. 70
   C. 148
   D. 174
   E. 252

5. Seorang pedagang notebook berencana mengisi kiosnya dengan dua tipe notebook. Harga beli tipe A Rp 2.000.000 dan tipe B Rp 2.500.000. Sedangkan ia hanya memiliki modal sebesar Rp 90.000.000 dan tokonya hanya dapat menampung 40 jenis notebook. Jika notebook tipe A dinyatakan dalam x dan tipe B dalam y, model matematika yang sesuai dari permasalahan tersebut adalah . . .
   A. $4x + 5y \geq 180$, $x - y \leq 40$, $x \geq 0$, $y \geq 0$
   B. $4x + 5y \geq 180$, $x + y \geq 40$, $x \geq 0$, $y \geq 0$
   C. $4x + 5y \leq 180$, $x + y \leq 40$, $x \geq 0$, $y \geq 0$
   D. $5x + 4y \leq 180$, $x + y \leq 40$, $x \geq 0$, $y \geq 0$
   E. $5x + 4y \geq 180$, $x + y \geq 40$, $x \geq 0$, $y \geq 0$

6. Perhatikan grafik berikut:

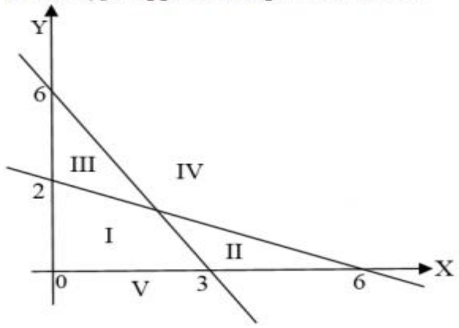


   Daerah yang diarsir merupakan penyelesaian dari pertidaksamaan …
   A. $3y + x \geq -3$
   B. $3y + x \leq -3$
   C. $3y + x \leq 3$
   D. $3x + y \geq -3$
   E. $3y - x \leq 3$

7. Daerah penyelesaian dari sistem pertidaksamaan linear

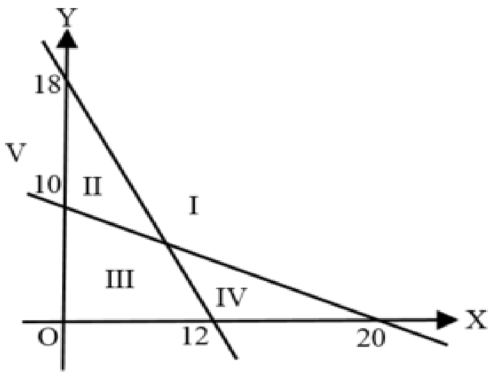
$$\begin{cases} 2x + y & \leq 6 \\ x + 3y & \geq 6 \\ x & \geq 0 \\ y & \geq 0 \end{cases}$$

untuk x, y anggota bilangan real adalah ····



A. I
B. II
C. III
D. IV
E. V

8. Perhatikan gambar berikut:



Daerah penyelesaian dari sistem pertidaksamaan $3x + 2y \leq 36$; $x + 2y \geq 20$; $x \geq 0$ dan $y \geq 0$ pada gambar di atas adalah ········

A. V
B. IV
C. III
D. II
E. I

9. Seorang pedagang paling sedikit menyewa 2828 kendaraan untuk jenis truk dan colt, dengan jumlah yang diangkut sebanyak 272272 karung. Truk dapat mengangkut tidak lebih dari 1414 karung dan colt 88 karung. Ongkos sewa truk Rp500.000,00 dan colt Rp300.000,00. Jika xx menyatakan banyaknya truk dan yy menyatakan banyaknya colt, maka model matematika dari permasalahan di atas adalah ...
   A. $x + y \leq 28$; $7x + 4y \leq 136$; $x \geq 0$; $y \geq 0$
   B. $x + y \geq 28$; $7x + 4y \leq 136$; $x \geq 0$; $y \geq 0$
   C. $x + y \geq 28$; $4x + 7y \geq 136$; $x \geq 0$; $y \geq 0$
   D. $x + y \leq 28$; $7x + 4y \geq 136$; $x \geq 0$; $y \geq 0$
   E. $x + y \leq 28$; $4x + 7y \leq 136$; $x \geq 0$; $y \geq 0$

10. Seorang anak diharuskan minum dua jenis tablet setiap hari. Tablet jenis I mengandung 55 unit vitamin A dan 33 unit vitamin B. Tablet jenis II mengandung 1010 unit vitamin A dan 11 unit vitamin B. Dalam 11 hari, anak tersebut memerlukan 2525 vitamin A dan 55 unit vitamin B. Jika harga tablet I Rp4.000,00 per butir dan tablet II Rp8.000,00 per butir, maka pengeluaran minimum untuk pembelian tablet per hari adalah…
   A. Rp 6.000,00
   B. Rp 6.700,00
   C. Rp 7.000,00
   D. Rp 20.000,00
   E. Rp 22.000,00

11. Suatu area parkir mempunyai luas 1.760 m21.760 m2. Luas rata-rata untuk mobil kecil 4 m24 m2 dan mobil besar 20 m220 m2. Daya tampung daerah parkir maksimum 200 kendaraan. Biaya parkir mobil kecil Rp1.000,00/jam dan mobil besar Rp2.000,00/jam. Jika dalam satu jam daerah parkir terisi penuh dan tidak ada kendaraan yang pergi dan datang, maka penghasilan maksimum tempat parkir itu sebesar…
   A. Rp 176.000,00
   B. Rp 200.000,00
   C. Rp 260.000,00
   D. Rp 300.000,00
   E. Rp 340.000,00

12. Panitia karyawisata suatu sekolah ingin menyewa 2 jenis bus selama 3 hari. Bus jenis A dapat menampung 3030 orang dengan harga Rp3.000.000,00. Bus jenis B dapat menampung 40 orang dengan harga Rp4.500.000,00. Karyawisata tersebut diikuti oleh 240240 orang. Jika bus yang dibutuhkan paling banyak 77 unit, maka jenis bus yang harus disewa agar pengeluaran seminimum mungkin adalah…
   A. 7 bus jenis A
   B. 6 bus jenis B
   C. 4 bus jenis A dan 3 bus jenis B
   D. 3 bus jenis B dan 4 bus jenis A
   E. E. 2 bus jenis A dan 3 bus jenis B

13. Seorang pedagang kopi akan membuat kopi campuran dengan cara mencampur kopi toraja dan kopi flores. Kopi campuran yang pertama terdiri dari 4 kg kopi toraja dan 6 kg kopi flores, sedangkan kopi campuran yang kedua terdiri dari 8 kg kopi toraja dan 2 kg kopi flores. Kopi yang tersedia untuk kopi toraja dan kopi flores berturut-turut adalah 48 ton dan 54 ton. Jika harga jual kopi campuran pertama adalah Rp80.000,00/kg dan harga jual kopi campuran kedua adalah Rp100.000,00/kg, maka penjualan maksimum yang diperoleh sebesar…
    A. Rp 600.000.000,00
    B. Rp 720.000.000,00
    C. Rp 852.000.000,00
    D. Rp 900.000.000,00
    E. Rp 974.000.000,00
14. Bu Beatrix menjual dua jenis kue, yaitu kue sus kering dan kue nastar. Kue sus kering dibeli dengan harga Rp20.000,00 per stoples dan dijual dengan laba 40%40%. Kue nastar dibeli dengan harga Rp30.000,00 per stoples dan dijual dengan laba 30%30%. Jika Bu Beatrix memiliki modal Rp10.000.000,00 dan penjualan maksimum sebanyak 400400 stoples per hari, maka keuntungan maksimum yang diperoleh Bu Beatrix adalah…
    A. Rp 3.000.000,00
    B. Rp 3.200.000,00
    C. Rp 3.400.000,00
    D. Rp 3.600.000,00
    E. Rp 4.000.000,00
15. Seorang penjahit memiliki persediaan 2020 m kain polos dan 2020 m kain bergaris untuk membuat 22 jenis pakaian. Pakaian model 11 memerlukan 11 m kain polos dan 33 m kain bergaris. Pakaian model II memerlukan 22 m kain polos dan 11 m kain bergaris. Pakaian model I dijual dengan harga Rp150.000,00 per potong dan pakaian model II dijual dengan harga Rp100.000,00 per potong. Penghasilan maksimum yang dapat diperoleh penjahit tersebut adalah…
    A. Rp 1.400.000,00
    B. Rp 1.600.000,00
    C. Rp 1.800.000,00
    D. Rp 1.900.000,00
    E. Rp 2.000.000,00

KRITERIA PENILAIAN TES SUMATIF

Cocokkanlah jawaban Kamu dengan Kunci Jawaban Tes Sumatif yang terdapat di bagian akhir modul ini. Hitunglah jawaban yang benar. Gunakan rumus berikut untuk mengetahui tingkat penguasaan kamu terhadap materi modul ini.

Tingkat Penguasaan (TP) = . $\frac{Banyaknya\ Jawaban\ Benar}{Banyaknya\ Soal} x100\%$

Arti tingkat penguasaan: : Baik Sekali : Baik : Cukup : Kurang Apabila tingkat penguasaan Kamu mencapai 80% atau lebih, maka kamu dapat melanjutkan ke modul berikutnya. Bagus! Apabila tingkat pengusaan Kamu kurang dari 80%, Kamu harus mempelajari kembali modul ini. Tanamkan prinsip Merdeka Belajar.

Kunci Jawaban Tes Sumatif

No Soal	Jawaban	No. Soal	Jawaban	No. Soal	Jawaban
1	B	6	A	11	C
2	B	7	C	12	C
3	D	8	D	13	C
4	B	9	B	14	C
5	C	10	D	15	A

RANGKUMAN

Program linear adalah suatu metode penentuan nilai optimum dari suatu persoalan linear. Nilai optimum (maksimal atau minimum) diperoleh dari nilai dalam suatu himpunan penyelesaiaan persoalan linear. Di dalam persoalan linear terdapat fungsi linear yang bisa disebut sebagai fungsi objektif. Persyaratan, batasan, dan kendala dalam persoalan linear merupakan sistem pertidaksamaan linear.

Model Matematika Program Linear. Persoalan dalam program linear yang masih dinyatakan dalam kalimat-kalimat pernyataan umum, kemudian diubah kedalam model matematika. Model matematika merupakan pernyataan yang menggunakan peubah dan notasi matematika.

Nilai Optimum Fungsi Objektif. Fungsi objektif merupakan fungsi linear dan batasan-batasan pertidaksamaan linear yang memiliki himpunan penyelesaian. Himpunan penyelesaian yang ada merupakan titik-titik dalam diagram cartesius yang jika koordinatnya disubstitusikan kedalam fungsi linear dapat memenuhi persyaratan yang ditentukan.

Nilai optimum fungsi objektif dari suatu persoalan linear dapat ditentukan dengan metode grafik. Dengan melihat grafik dari fungsi objektif dan batasan-batasannya dapat ditentukan letak titik yang menjadi nilai optimum. Langkah-langkahnya sebagai berikut :

- Menggambar himpunan penyelesaian dari semua batasan syarat yang ada di cartesius.
- Menentukan titik-titik ekstrim yang merupakan perpotongan garis batasan dengan garis batasan yang lainnya. Titik-titik ekstrim tersebut merupakan himpunan penyelesaian dari batasannya dan memiliki kemungkinan besar membuat fungsi menjadi optimum.
- Menyelidiki nilai optimum fungsi objektif dengan dua acara yaitu :
    - Membandingkan nilai fungsi objektif tiap titik ekstrim
    - Metode garis selidik

Membandingkan Nilai Fungsi Tiap Titik Ekstrim

Menyelidiki nilai optimum dari fungsi objektif juga dapat dilakukan dengan terlebih dahulu menentukan titik-titik potong dari garis-garis batas yang ada. Titik-titip potong tersebut merupakan nilai ekstrim yang berpotensi memiliki nilai maksimum di salah satu titiknya. Berdasarkan titik-titik tersebut ditentukan nilai masing-masing fungsinya, kemudian dibandingkan. Nilai terbesar merupakan nilai maksimum dan nilai terkecil merupakan nilai minimum.

Menggunakan Garis Selidik

Garis selidik diperoleh dari fungsi objektif $f(x, y) = ax + by$ dimana garis selidiknya adalah $ax + by = Z$. Nilai Z diberikan sembarang nilai. Garis ini dibuat setelah grafik himpunan penyelesaian pertidaksamaan dibuat. Garis selidik awal dibuat di area himpunan penyelesaian awal. Kemudian dibuat garis-garis yang sejajar dengan garis selidik awal.

DAFTAR PUSTAKA

Cunayah, Cucun, dkk, 2017, *1700 Bank Soal Bimbingan Pemantapan MATEMATIKA* untuk SMA/MA. Bandung : YRAMA WIDYA.

Kusnandar, dkk. 217. *Pendalaman Buku Teks Matematika 2A SMK Kelas XI Program Wajib*, Surabaya: Yudhistira.

Pengestuti, Setio, Ignatia, 2020, *Modul Pembelajaran Program Linear, Tidak diterbitkan.*

Sharma, S.N., dkk.,2008, *Matematika untuk SMK/MAK Kelas X*, Kudus: Erlangga.

Tanzimah, Imah, 2018, *Pembelajaran Program Linear Menggunakan Aplikasi Komputer GeoGebra*, https://jurnal.univpgri-palembang.ac.id

Wijayanti, Kristina, 2019, *Pendalaman Materi Matematika Modul 2 Aljabarn Program Linear*, Jakarta: Kemendikbud.

Yudhistira, 2017, *Jelajah Matematika SMA Kelas XI Program Wajib*, Surabaya: Yudhistira.