

## RENCANA PELAKSANAAN PEMBELAJARAN (RPP) PEMBELAJARAN ONLINE DI MASA PANDEMI

Satuan Pendidikan : SMA Negeri 22 Palembang  
Mata Pelajaran : Matematika Peminatan  
Kelas/Semester : XII/ Ganjil  
Tahun Pelajaran : 2020/2021  
Materi Pokok : Nilai maksimum, nilai minimum, selang kemonotonan, garis singgung, titik belok dan selang kecekungan kurva fungsi trigonometri  
Pertemuan ke- : 2  
Alokasi Waktu : 2 JP (1 Pertemuan)

### A. Kompetensi Inti

KI 1: Menghayati dan mengamalkan ajaran agama yang dianutnya.

KI 2: Menunjukkan perilaku jujur, disiplin, tanggung jawab, peduli (gotong royong, kerjasama, toleran, damai), santun, responsif, dan pro-aktif sebagai bagian dari solusi atas berbagai permasalahan dalam berinteraksi secara efektif dengan lingkungan sosial dan alam serta menempatkan diri sebagai cerminan bangsa dalam pergaulan dunia.

KI 3: Memahami, menerapkan, menganalisis pengetahuan faktual, konseptual, prosedural berdasarkan rasa ingin tahunya tentang ilmu pengetahuan, teknologi, seni, budaya, dan humaniora dengan wawasan kemanusiaan, kebangsaan, kenegaraan, dan peradaban terkait penyebab fenomena dan kejadian, serta menerapkan pengetahuan prosedural pada bidang kajian yang spesifik sesuai dengan bakat dan minatnya untuk memecahkan masalah.

KI 4: Mengolah, menalar, dan menyaji dalam ranah konkret dan ranah abstrak terkait dengan pengembangan dari yang dipelajarinya di sekolah secara mandiri, dan mampu menggunakan metoda sesuai kaidah keilmuan

### B. Kompetensi dasar dan Tujuan Pembelajaran

3.1. Menjelaskan keberkaitan turunan pertama dan kedua fungsi dengan nilai maksimum, nilai minimum, selang kemonotonan fungsi, kemiringan garis singgung serta titik belok dan selang kecekungan kurva fungsi trigonometri

4.1. Menyelesaikan masalah yang berkaitan dengan nilai maksimum, nilai minimum, selang kemonotonan fungsi, dan kemiringan garis singgung serta titik belok dan selang kecekungan kurva fungsi trigonometri

### C. Indikator Pencapaian Kompetensi

3.1.1. Menjelaskan keberkaitan turunan pertama dengan kemiringan garis singgung kurva fungsi trigonometri

3.1.2. Menjelaskan keberkaitan turunan pertama dengan selang kemonotonan kurva fungsi trigonometri

4.1.1. Menyelesaikan masalah yang berkaitan dengan kemiringan garis singgung fungsi trigonometri

4.1.2. Menyelesaikan masalah yang berkaitan dengan selang kemonotonan fungsi trigonometri

### D. Tujuan Pembelajaran

Melalui pembelajaran online (Aplikasi BDR SMA Negeri 22 Palembang)

- Siswa (<https://ruang-kelas.sman22plg.sch.id>)

- Guru (<https://ruang-guru.sman22plg.sch.id>)

Peserta didik dapat

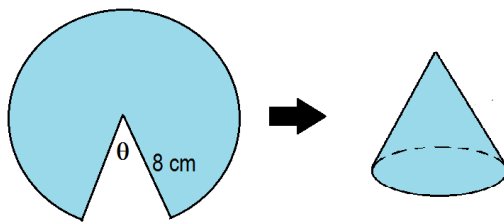
1. Menjelaskan keberkaitan turunan pertama dan kedua fungsi dengan nilai maksimum, nilai minimum, selang kemonotonan fungsi, kemiringan garis singgung serta titik belok dan selang kecekungan kurva fungsi trigonometri.

2. Menyelesaikan masalah yang berkaitan dengan nilai maksimum, nilai minimum, selang kemonotonan fungsi, dan kemiringan garis singgung serta titik belok dan selang kecekungan kurva fungsi trigonometri

E. Materi Pelajaran

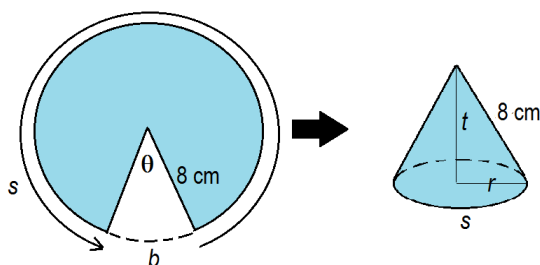
### Aplikasi Nilai Maksimum dan Nilai Minimum Fungsi Trigonometri

Sebuah kertas karton berbentuk lingkaran dengan jari-jari 8 cm, dipotong sebuah sektornya dengan sudut pusat  $\theta$ . Dengan kertas karton yang telah terpotong ini dibuat selimut kerucut. Tentukan sudut  $\theta$  agar volume kerucut yang terbentuk sebesar-besarnya!



**Jawab:**

Perhatikan bahwa jari-jari karton terpotong dengan panjang 8 cm akan menjadi garis pelukis kerucut, dan keliling karton terpotong  $s$  (*lihat gambar!*) akan menjadi keliling lingkaran alas kerucut.



Misal panjang busur yang terpotong =  $b$  (*lihat gambar di atas!*). Misalkan pula jari-jari dan tinggi kerucut yang terbentuk berturut-turut adalah  $r$  dan  $t$  (*lihat gambar di atas!*)

Misal  $K$  = keliling kertas karton lingkaran mula-mula, maka:

$$K = 2\pi \cdot 8 = 16\pi \text{ cm}$$

Dari definisi sudut dalam radian,

$$\theta = \frac{\text{panjang busur di depan sudut } \theta}{\text{jari - jari lingkaran}}$$

$$\theta = \frac{b}{8} \rightarrow b = 8\theta \text{ cm.}$$

Karena s menjadi keliling lingkaran alas kerucut yang terbentuk, maka berlaku:

$$s = 2\pi r$$

Hubungan antara K, s dan b adalah:

$$K = s + b$$

$$16\pi = 2\pi r + 8\theta$$

$$2\pi r = 16\pi - 8\theta$$

$$r = \frac{16\pi - 8\theta}{2\pi} = 8 - \frac{4}{\pi}\theta.$$

Karena t, r dan garis pelukis 8 cm membentuk segitiga siku-siku, berlaku:

$$t = \sqrt{8^2 - r^2} = \sqrt{64 - r^2}$$

Volume kerucut yang terbentuk:

$$V = \frac{1}{3}\pi r^2 t = \frac{1}{3}\pi r^2 \sqrt{64 - r^2}$$

Volume akan mencapai maksimum ketika turunannya nol,

$$\frac{dV}{d\theta} = 0$$

$$\frac{dV}{dr} \frac{dr}{d\theta} = 0$$

$$\frac{dV}{dr} \frac{dr}{d\theta} = 0$$

$$\frac{1}{3}\pi \left\{ 2r\sqrt{64 - r^2} + r^2 \cdot \frac{1}{2}(64 - r^2)^{-\frac{1}{2}}(-2r) \right\} \left(-\frac{4}{\pi}\right) = 0$$

(Di sini gunakan turunan  $u \cdot v$  yaitu  $u'v + uv'$  dengan  $u = r^2$  dan  $v = \sqrt{64 - r^2}$ ,  
 sedangkan  $\frac{dr}{d\theta} = (-\frac{4}{\pi})$  didapat karena  $r = 8 - \frac{4}{\pi}\theta$ )

$$-\frac{4}{3} \left\{ 2r\sqrt{64-r^2} - r^3 \cdot \frac{1}{\sqrt{64-r^2}} \right\} = 0$$

$$2r\sqrt{64-r^2} - r^3 \cdot \frac{1}{\sqrt{64-r^2}} = 0$$

$$2r\sqrt{64-r^2} = r^3 \cdot \frac{1}{\sqrt{64-r^2}}$$

$$2\sqrt{64-r^2} = r^2 \cdot \frac{1}{\sqrt{64-r^2}}$$

$$2(64-r^2) = r^2$$

$$128 - 2r^2 = r^2$$

$$128 = 3r^2$$

$$r^2 = \frac{128}{3}$$

$$r = \sqrt{\frac{128}{3}} = \frac{8\sqrt{2}}{\sqrt{3}} = \frac{8\sqrt{2}}{\sqrt{3}} \times \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = \frac{8}{3}\sqrt{6}$$

Untuk mendapatkan sudut  $\theta$ , kita gunakan persamaan yang sudah ada:

$$r = 8 - \frac{4}{\pi}\theta$$

$$\frac{8}{3}\sqrt{6} = 8 - \frac{4}{\pi}\theta$$

$$\frac{4}{\pi}\theta = 8 - \frac{8}{3}\sqrt{6}$$

$$\theta = \frac{\pi}{4} \left( 8 - \frac{8}{3}\sqrt{6} \right)$$

$$\theta = \left( 2 - \frac{2}{3}\sqrt{6} \right) \pi \text{ rad.}$$

Atau jika diukur dalam satuan derajat, maka :

$$\theta = (2 - \frac{2}{3}\sqrt{6})\pi \text{ rad} = (2 - \frac{2}{3}\sqrt{6}) \times 180^\circ \approx (2 - \frac{2}{3} \cdot 2,449) \times 180^\circ \approx \underline{\underline{66^\circ}}$$

#### F. Langkah-Langkah Kegiatan Pembelajaran

Pendahuluan	Inti	Penutup
<p>a. Guru menyapa peserta didik, menanyakan kehadiran dan menyiapkan kondisi fisik kelas agar siap menerima pembelajaran melalui kelas online di BDR SMA Negeri 22 Palembang</p> <p>b. Guru menyampaikan tujuan pembelajaran yang akan dilaksanakan yaitu tentang Nilai maksimum, nilai minimum, selang kemonotonan, garis singgung, titik belok dan selang kecekungan kurva fungsi trigonometri</p> <p>c. Guru menginformasikan kepada peserta didik media pembelajaran online yang akan di gunakan, yaitu Power Point yang akan dikirim pada aplikasi BDR SMA Negeri 22 Palembang</p>	<p>a. Melalui video pembelajaran berupa PPT</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1) Peserta didik di ajak mencermati permasalahan dalam bentuk persamaan fungsi dan absis suatu kurva yang disajikan dalam PPT</li> <li>2) Peserta didik di ajak mengidentifikasifungsi trigonometri dan menentukan turunannya, kemudian diminta mengganti nilai <math>\theta</math></li> <li>3) Peserta didik di ajak menyusun persamaan garis singgung pada kurva fungsi trigonometri</li> <li>4) Peserta didik diajak menyelesaikan masalah yang disajikan guru berkaitan dengan persamaan garis singgung kurva fungsi trigonometri</li> <li>5) Peserta didik melakukan verifikasi, menafsirkan dan mengevaluasi persamaan garis singgung dan garis normal</li> <li>6) Peserta didik membuat kesimpulan berkaitan dengan materi persamaan garis singgung pada kurva fungsi trigonometri</li> </ol> <p>b) Melalui aplikasi Guru (<a href="https://ruang-guru.sman22plg.sch.id">https://ruang-guru.sman22plg.sch.id</a>) bagian aktivitas dan di dampingi guru, peserta didik menyelesaikan soal pada lembar kerja peserta didik</p> <p>c) Lembar kerja disetor melalui Siswa (<a href="https://ruang-kelas.sman22plg.sch.id">https://ruang-kelas.sman22plg.sch.id</a>)</p>	<p>a. Peserta didik menyimpulkan hasil pembelajaran yang sudah didapatkan dengan bimbingan guru yang dibuat di (<a href="https://ruang-kelas.sman22plg.sch.id">https://ruang-kelas.sman22plg.sch.id</a>)</p> <p>b. Guru menyampaikan materi pembelajaran yang akan dibahas untuk pertemuan selanjutnya dan mengajak peserta didik berdo'a sebagai penutup pembelajaran, yang dilakukan di (<a href="https://ruang-guru.sman22plg.sch.id">https://ruang-guru.sman22plg.sch.id</a>)</p>

## G. Penilaian Pembelajaran

### 1. Teknik Penilaian

No	Aspek yang dinilai	Teknik Penilaian	Waktu Penilaian
a.	Pengetahuan : Menjelaskan keberkaitan turunan pertama dan kedua fungsi dengan nilai maksimum, nilai minimum, selang kemonotonan fungsi, kemiringan garis singgung serta titik belok dan selang kecekungan kurva fungsi trigonometri	Tes tertulis	Akhir Pembelajaran (Individu)
b	Keterampilan Menyelesaikan masalah yang berkaitan dengan nilai maksimum, nilai minimum, selang kemonotonan fungsi, dan kemiringan garis singgung serta titik belok dan selang kecekungan kurva fungsi trigonometri	Penugasan	Penyelesaian tugas 2 minggu setelah tugas diberikan (individu)

### 2. Instrumen Penilaian

#### a. Pengetahuan

1. Tentukan selang di mana  $f(x) = \sin x + \cos x$  dengan  $0 < x < 2\pi$  naik dan turun!

2. Tentukan persamaan garis singgung kurva  $y = \sin x - 2 \cos x$  pada absis  $x = \frac{\pi}{4}$ !

3. Tentukan nilai maksimum dan nilai minimum  $f(x) = \cos 2x + 2 \sin x$  pada interval  $0 \leq x \leq$

$2\pi$ !

#### b. Keterampilan

Sebuah talang air terbuat dari papan aluminium selebar 3 m, ditekuk kedua tepinya sehingga membentuk sudut  $\theta$  terhadap bidang horizontal seperti pada gambar



Tentukan sudut  $\theta$  agar kapasitas talang air maksimum!

Palembang, 31 Agustus 2020

Mengetahui

Kepala SMA Negeri 22 Palembang

Guru Mata Pelajaran

Hj.Nyayu Nurlaila,M.Pd  
NIP.196411131988032001

Supratik,S.Pd  
NIP.197812122005012011

Lampiran

**Pedoman Penskoran**

NO	JAWABAN	SKOR
1.	$f(x) = \sin x + \cos x$ dengan $0 < x < 2\pi$	
	Turunan pertama $f'(x) = \cos x - \sin x$	
	Syarat $f'(x) = 0$	1
	$\cos x - \sin x = 0$	1
	$\cos x = \sin x$	1
	$\tan x = 1$	1
	$x = \frac{\pi}{4}$ dan $x = \frac{5\pi}{4}$	1

	<p>Garis bilangan</p> $\begin{array}{ c c c } \hline +++ & --- & +++ \\ \hline f(x) \text{naik} & f(x) \text{turun} & f(x) \text{naik} \\ \hline \end{array}$ <p style="text-align: center;"> <math>0 \qquad \qquad \frac{\pi}{4} \qquad \qquad \frac{5\pi}{4} \qquad \qquad 2\pi</math> </p> <p>Uji <math>x = \frac{\pi}{3}</math></p> $f' \left( \frac{\pi}{3} \right) = \cos \frac{\pi}{3} - \sin \frac{\pi}{3} = \frac{1}{2} - \frac{1}{2} \sqrt{3} = -$ <p><math>f(x)</math> naik dalam interval : <math>0 &lt; x &lt; \frac{\pi}{4}</math> atau <math>\frac{5\pi}{4} &lt; x &lt; 2\pi</math></p> <p><math>f(x)</math> turun dalam interval : <math>\frac{\pi}{4} &lt; x &lt; \frac{5\pi}{4}</math></p>	<p>1</p> <p>1</p> <p>1</p> <p>1</p>
<p>2.</p>	<p><math>y = \sin x - 2 \cos x</math> pada absis <math>x = \frac{\pi}{4}</math></p> $y_1 = \sin \frac{\pi}{4} - 2 \cos \frac{\pi}{4}$ $y_1 = \frac{1}{2} \sqrt{2} - 2 \cdot \frac{1}{2} \sqrt{2}$ $y_1 = -\frac{1}{2} \sqrt{2}$ <p>Gradien (m)</p> $\frac{dy}{dx} = \cos x + 2 \sin x$ $m = \cos \frac{\pi}{4} + 2 \sin \frac{\pi}{4}$ $m = \frac{1}{2} \sqrt{2} + 2 \cdot \frac{1}{2} \sqrt{2}$ $m = \frac{3}{2} \sqrt{2}$	<p>1</p> <p>1</p> <p>1</p> <p>1</p>



	<p>Persamaan garis singgung</p> $y - y_1 = m(x - x_1)$ $y + \frac{1}{2}\sqrt{2} = \frac{3}{2}\sqrt{2}\left(x - \frac{\pi}{4}\right)$ $y = \frac{3}{2}\sqrt{2}x - \frac{3\pi}{8}\sqrt{2} - \frac{1}{2}\sqrt{2}$	<p>1</p> <p>1</p> <p>1</p> <p>1</p>
3	<p><math>f(x) = \cos 2x + 2 \sin x</math> pada interval <math>0 \leq x \leq 2\pi!</math></p> <p>Nilai ujung interval</p> $f(0) = \cos 2 \cdot 0 + 2 \cdot \sin 0$ $f(0) = 1 + 0$ $f(0) = 1$ $f(2\pi) = \cos 2 \cdot 2\pi + 2 \cdot \sin 2$ $f(0) = 1 + 0$ $f(0) = 1$ <p>Syarat stasioner <math>f'(x) = 0</math></p> $-2 \sin 2x + 2 \cos x = 0$ $-2 \cdot 2 \sin x \cos x + 2 \cos x = 0$ $2 \cos x (-2 \sin x + 1) = 0$ <p>Untuk <math>2 \cos x = 0</math> diperoleh <math>x = \frac{\pi}{2}</math> dan <math>x = \frac{3\pi}{2}</math></p> <p>Untuk <math>x = \frac{\pi}{2}</math></p> $f\left(\frac{\pi}{2}\right) = \cos 2 \cdot \frac{\pi}{2} + 2 \sin \frac{\pi}{2}$	<p>1</p> <p>1</p> <p>1</p> <p>1</p> <p>1</p> <p>1</p> <p>1</p> <p>1</p> <p>1</p> <p>1</p>

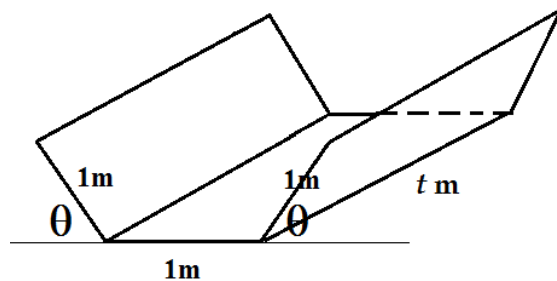
$f\left(\frac{\pi}{2}\right) = -1 + 2$	1
$f\left(\frac{\pi}{2}\right) = 1$	1
	1
<p>Untuk <math>x = \frac{3\pi}{2}</math></p>	
$f\left(\frac{3\pi}{2}\right) = \cos 2 \cdot \frac{3\pi}{2} + 2 \sin \frac{3\pi}{2}$	
$f\left(\frac{\pi}{2}\right) = -1 + 2$	
$f\left(\frac{\pi}{2}\right) = 1$	1
	1
<p>Untuk <math>-2 \sin x + 1 = 0</math></p>	
$\sin x = \frac{1}{2}$	1
$x = \frac{\pi}{6} \text{ dan } x = \frac{5\pi}{6}$	
<p>Jika <math>x = \frac{\pi}{6}</math></p>	1
$f\left(\frac{\pi}{6}\right) = \cos 2\left(\frac{\pi}{6}\right) + 2 \sin\left(\frac{\pi}{6}\right)$	1
$f\left(\frac{\pi}{6}\right) = \frac{1}{2} + 2 \cdot \frac{1}{2}$	
$f\left(\frac{\pi}{6}\right) = \frac{3}{2}$	1
<p>Jika <math>x = \frac{5\pi}{6}</math></p>	
$f\left(\frac{5\pi}{6}\right) = \cos 2\left(\frac{5\pi}{6}\right) + 2 \sin\left(\frac{5\pi}{6}\right)$	1
$f\left(\frac{5\pi}{6}\right) = \frac{1}{2} + 2 \cdot \frac{1}{2}$	1

$$f\left(\frac{5\pi}{6}\right) = \frac{3}{2}$$

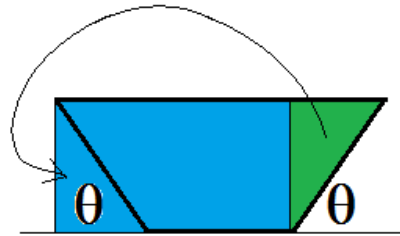
1

Jadi nilai maksimum  $\frac{3}{2}$  dan nilai minimum 1

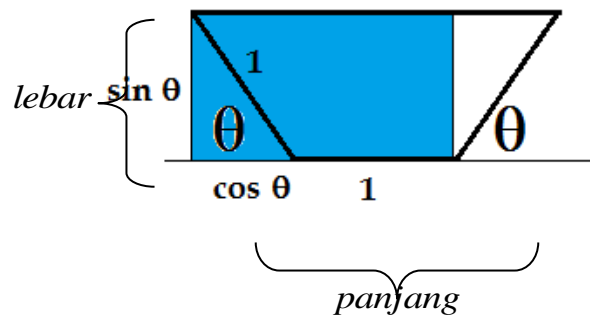
Kapasitas talang air menjadi maksimum jika volum talang air maksimum. Misalkan panjang talang air adalah  $t$  meter (lihat gambar!)



Untuk menyederhanakan gambar, kita lihat dari depan:



Jika bagian berwarna hijau dipindahkan ke kiri seperti pada gambar di atas, kita dapatkan bangun balok (dengan penampang persegi panjang)



Maka volume talang  $V = panjang \times lebar \times tinggi$

$$= (1 + \cos \theta)(\sin \theta)(t)$$

$$= t \sin \theta + t \cos \theta \sin \theta$$

Volume mencapai maksimum saat turunannya nol,

$$\frac{dV}{d\theta} = 0$$

$$t \cos \theta + t(-\sin \theta) \sin \theta + (\cos \theta) \cos \theta = 0$$

$$t \cos \theta + t(-\sin^2 \theta + \cos^2 \theta) = 0$$

$$t \cos \theta + t(\cos^2 \theta - 1 + \cos^2 \theta) = 0 \quad \sin^2 \theta + \cos^2 \theta = 1$$

$$t \cos \theta + t(2\cos^2 \theta - 1) = 0 \quad \rightarrow \cos^2 \theta - 1 = -\sin^2 \theta$$

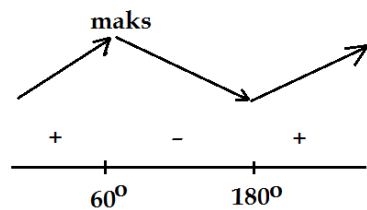
$$t(2\cos^2 \theta + \cos \theta - 1) = 0$$

$$t(2\cos \theta - 1)(\cos \theta + 1) = 0$$

$$2\cos \theta - 1 = 0 \quad \text{atau} \quad \cos \theta + 1 = 0$$

$$\cos \theta = \frac{1}{2} \quad \text{atau} \quad \cos \theta = -1$$

$$\theta = 60^\circ \quad \text{atau} \quad \cos \theta = 180^\circ$$



Volume mencapai maksimum saat  $\theta = 60^\circ$ .

$$\text{Nilai Siswa} = \frac{\text{Skor Perolehan}}{\text{Skor Maksimum}} \times 100 = \frac{\text{Skor Perolehan}}{73} \times 100$$