

# **BAHAN AJAR 1**



**OLEH :**

**Sapta Kurnia**

**UNIVERSITAS WIDYA DHARMA KLATEN  
2020**

## KONSEP PERSAMAAN NILAI MUTLAK

Satpen : SMK Hasyim Asy'ari Purworejo  
Kelas : X Perhotelan

KD : menerapkan persamaan dan pertidaksamaan nilai mutlak 1 variabel

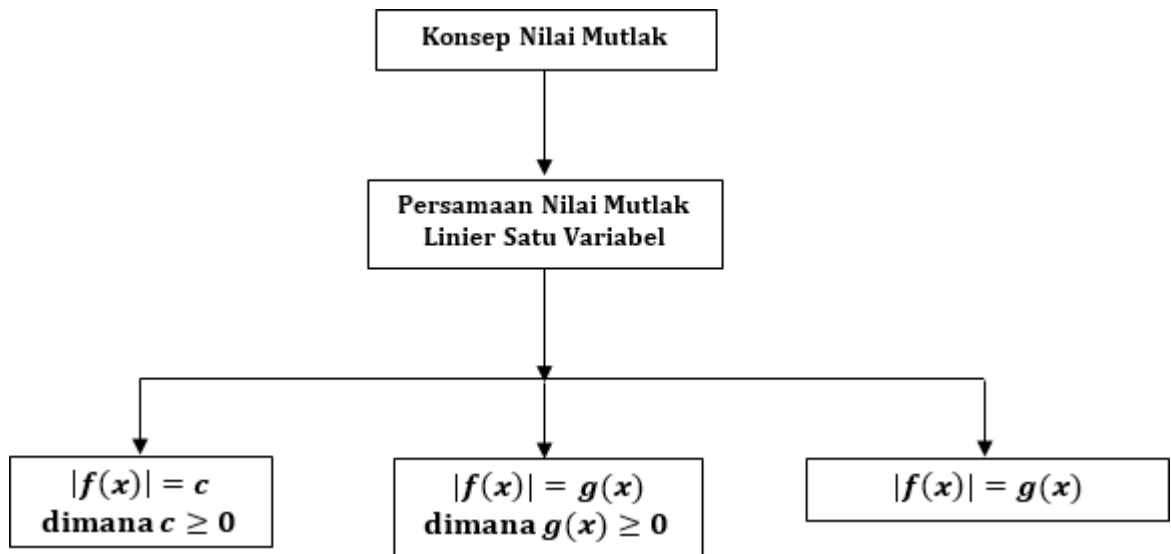
IPK : menganalisis konsep nilai mutlak dalam menyelesaikan masalah

Menganalisis persamaan nilai mutlak dengan menggunakan definisi nilai mutlak

Tujuan Pembelajaran

1. Siswa dapat menerapkan konsep nilai mutlak dalam menyelesaikan masalah
2. Siswa dapat menentukan persamaan nilai mutlak dengan menggunakan definisi nilai mutlak

## PETA KONSEP



## a. Pendahuluan

Sebelum masuk pada materi, silahkan kalian membaca dan memahami artikel di bawah ini dengan baik.

KARANGASEM - Gunung Agung masih terus aktif, pagi sekira pukul 09.05 Wita, Minggu (15/7/2018) meletus kembali dengan mengeluarkan abu setinggi

1.500 meter. Kolom abu 1.500 meter dari puncak atau 4.642 meter di atas permukaan laut.

Kolom abu teramati berwarna kelabu dengan intensitas tebal condong ke arah tenggara dan barat. Erupsi ini terekam di seismogram dengan amplitudo maksimum 24 mm dan durasi 1 menit 45 detik.

Berdasarkan laporan petugas KESDM, Badan Geologi, PVMBG Pos Pengamatan Gunungapi Agung, Anwar Sidiq menyatakan, Gunung Agung juga erupsi pada pukul 04.52 wita. Namun, saat itu asap kawah tidak teramati, hanya terlihat ada sinar api diatas puncak.



Secara kegempaan terjadi gempa Letusan 1 kali, Hembusan terjadi 3 kali, Vulkanik Dangkal terjadi 4 kali, Vulkanik Dalam terjadi 1 kali, dan gempa Tektonik Jauh terjadi 1 kali. "Secara kesimpulan masih sama status Gunung Agung masih berada di level III atau siaga," jelasnya .

Tambahnya, rekomendasi dari PVMBG masih tetap sama masyarakat, wisatawan dilarang beraktivitas di radius 4 km dari Gunung Agung. Masyarakat yang bermukim dan beraktivitas di sekitar aliran sungai yang berhulu di gunung mewaspadaai potensi ancaman bahaya sekunder berupa aliran lahar hujan yang terjadi pada saat musim hujan.

<https://news.okezone.com/read/2018/07/15/340/1922542/gunung-agung-meletus-lagi-abu->

Tahukah kalian bahwa ketinggian letusan gunung api dan radius jarak aman untuk wisatawan selalu memiliki nilai positif atau tak pernah negatif? Dalam bahasa matematika, nilai yang selalu positif disebut sebagai nilai mutlak.

Dalam matematika, dikenal pula istilah persamaan, yang sudah dipelajari pada saat SMP. Sekarang kalian akan mempelajari persamaan nilai mutlak yang memuat persamaan linear satu variabel. Seperti apa bentuknya dan bagaimana cara menentukan himpunan penyelesaiannya? Untuk mengetahuinya, pelajailah materi pada UKBM ini dengan sungguh-sungguh

Untuk memahami konsep nilai mutlak, mari kita perhatikan kedua ilustrasi berikut ini.

### Cerita Pertama

Perhatikan Gambar 1.1. Kegiatan pramuka merupakan salah satu kegiatan ekstrakurikuler yang diadakan di sekolah. Suatu pasukan pramuka sedang belajar baris berbaris di lapangan sekolah pada hari Sabtu. Sebuah perintah dari pimpinan regu, yaitu “Maju 4 langkah, jalan!”, hal ini berarti jarak pergerakan barisan adalah 4 langkah kedepan. Jika perintah pimpinan pasukan adalah “Mundur 3 langkah, jalan!”, hal ini berarti bahwa pasukan akan bergerak ke belakang sejauh 3 langkah. Demikian seterusnya.



Sumber: Dokumen Kemdikbud

Gambar 1.1 Pramuka

Besar pergerakan langkah pasukan tersebut merupakan nilai mutlak, tidak ditentukan arah. Contoh, “maju 4 langkah”, berarti mutlak 4 langkah dari posisi diam dan “mundur 3 langkah”, berarti mutlak 3 langkah dari posisi diam. Dalam hal ini, yang dilihat adalah nilainya, bukan arahnya.

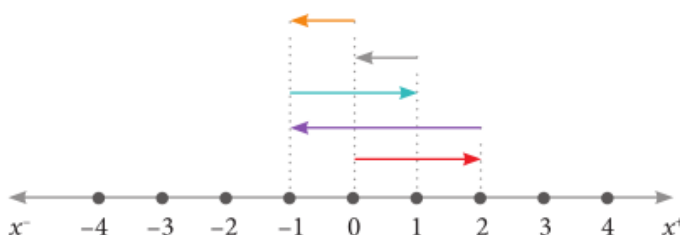
### Cerita Kedua

Seorang anak bermain lompat-lompatan di lapangan. Dari posisi diam, si anak melompat ke depan 2 langkah, kemudian 3 langkah ke belakang, dilanjutkan 2 langkah ke depan, kemudian 1 langkah ke belakang, dan akhirnya 1 langkah lagi ke belakang. Secara matematis, ilustrasi ini dapat dinyatakan sebagai berikut.

Kita definisikan lompatan ke depan adalah searah dengan sumbu  $x$  positif. Dengan demikian, lompatan ke belakang adalah searah dengan sumbu  $x$  negatif.

Perhatikan sketsa berikut.

- Ke belakang 1 langkah
- Ke belakang 1 langkah
- Ke depan 2 langkah
- Ke belakang 3 langkah
- Ke depan 2 langkah
- Posisi diam si anak



Dari gambar di atas, kita misalkan bahwa  $x = 0$  adalah posisi diam si anak. Anak panah yang pertama di atas garis bilangan menunjukkan langkah pertama si anak sejauh 2 langkah ke depan (mengarah ke sumbu  $x$  positif atau  $+2$ ). Anak panah kedua menunjukkan 3 langkah si anak ke belakang (mengarah ke sumbu  $x$  negatif atau  $-3$ ) dari posisi akhir langkah pertama. Demikian seterusnya sampai akhirnya si anak berhenti pada langkah kelima.

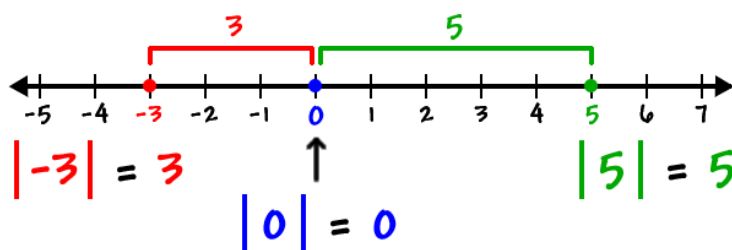
Jadi, kita dapat melihat pergerakan akhir si anak dari posisi awal adalah 1 langkah saja ke belakang ( $x = -1$  atau  $x = (+2) + (-3) + (+2) + (-1) + (-1) = -1$ ), tetapi banyak langkah yang dijalani si anak merupakan konsep nilai mutlak. Kita hanya menghitung banyak langkah, bukan arahnya, sehingga banyak langkahnya adalah  $|2| + |-3| + |2| + |-1| + |-1| = 9$  (atau 9 langkah).

Perhatikan tabel berikut.

**Tabel 1.1** Nilai Mutlak

Bilangan Non Negatif	Nilai Mutlak	Bilangan Negatif	Nilai Mutlak
0	0	-2	2
2	2	-3	3
3	3	-4	4
5	5	-5	5

## b. Pengertian Nilai Mutlak



Semua bilangan mempunyai nilai mutlak nya masing masing. Semua bilangan mutlak bernilai positif, sehingga nilai bilangan mutlak dari bilangan dengan angka yang sama namun beda notasi positif (+) dan negatif (-) akan mempunyai hasil bilangan mutlak yang sama.

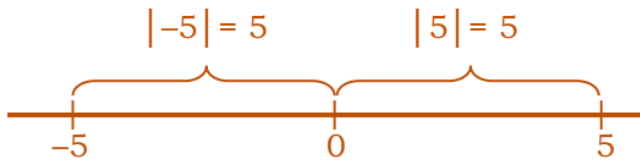
Jika  $x$  anggota dari bilangan riil, maka nilai mutlak ditulis dengan  $|x|$  dan didefinisikan sebagai berikut:

$$|x| = \begin{cases} x & , x \geq 0 \\ -x & , x < 0 \end{cases}$$

*“Nilai mutlak merupakan bilangan dengan nilai yang sama dari panjang atau jarak dari titik asal atau titik nol dalam koordinat.”*

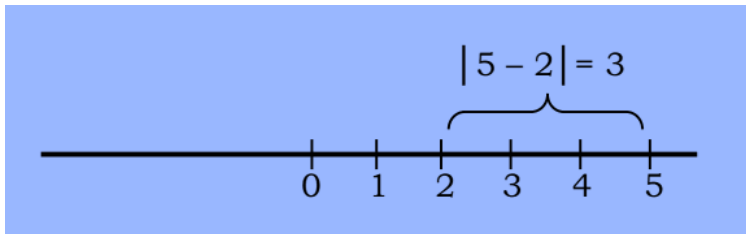
Hal ini dapat diartikan dengan nilai mutlak dari 5 adalah panjang atau jarak dari titik 0 hingga ke titik 5 maupun (-5).

Nilai mutlak dari (-9) dan 9 adalah 9. Nilai mutlak 0 adalah 0, dan begitu seterusnya. Nilai mutlak akan lebih mudah dipahami dengan melihat gambar berikut:

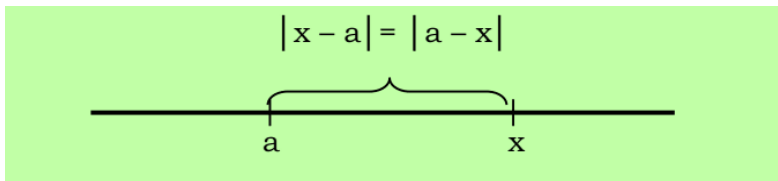


Pada gambar diatas, dapat dipahami bahwa nilai dari  $|5|$  adalah jarak titik 5 dari angka 0 yaitu 5, dan  $|-5|$  jarak titik (-5) dari angka 0 yaitu 5.

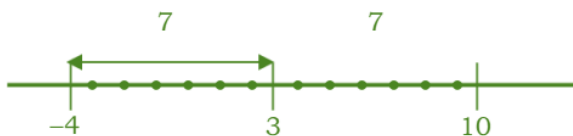
Jika  $|x|$  menyatakan jarak dari titik  $x$  ke 0, maka  $|x-a|$  merupakan jarak titik  $x$  ke titik  $a$ . Sebagai contoh, ketika dinyatakan jarak titik 5 ke titik 2 dapat ditulis dengan  $|5-2|=3$



Secara umum dapat dinyatakan bahwa jarak  $x$  ke  $a$  dapat dituliskan dengan notasi  $|x-a|$  atau  $|a-x|$



Sebagai contoh yaitu, jarak suatu bilangan ke titik 3 senilai 7 dapat digambarkan berikut:



Jika diuraikan dalam persamaan aljabar  $|x-3|=7$  dapat diselesaikan sebagai berikut

$$\begin{aligned} |x-3| = 7 &\Rightarrow x-3 = 7 && \text{atau} && x-3 = -7 \\ &\Rightarrow x = 10 && \text{atau} && x = -4 \end{aligned}$$

Ingat, bahwa  $|x-3|$  adalah jarak bilangan  $x$  ke titik 3, dengan  $|x-3|=7$  adalah jarak bilangan  $x$  ke titik 3 sepanjang 7 satuan.

### c. Sifat-sifat Nilai Mutlak

Pada operasi persamaan **bilangan** mutlak, terdapat sifat-sifat bilangan mutlak yang dapat membantu menyelesaikan persamaan bilangan mutlak.

Berikut sifat-sifat angka mutlak pada umumnya pada persamaan nilai mutlak:

1.  $|x| \geq 0$
2.  $|x| = |-x|$
3.  $|x - y| = |y - x|$
4.  $|x| = \sqrt{x^2}$
5.  $|x|^2 = x^2$
6. Jika  $|x| < |y|$ , maka  $x^2 < y^2$
7.  $|xy| = |x||y|$
8.  $\left|\frac{x}{y}\right| = \frac{|x|}{|y|}; y \neq 0$
9.  $|x - y| = |x| - |y|$
10.  $|x| + |y| = |x| + |y|$

Berapa hasil x untuk persamaan nilai mutlak  $|x-6|=10$ ?

Jawab:

Untuk menyelesaikan persamaan tersebut, terdapat dua kemungkinan hasil bilangan mutlak

$$|x-6|=10$$

Solusi pertama:

$$x-6=10$$

$$x=16$$

solusi kedua:

$$x - 6 = -10$$

$$x = -4$$

Jadi, jawaban untuk persamaan ini yaitu 16 atau (-4)

Berikut beberapa teorema tentang nilai mutlak :

**Teorema 1 :**

Jika  $a, b \in \mathbb{R}$  dan  $b \neq 0$  maka

$$\left|\frac{a}{b}\right| = \frac{|a|}{|b|}$$

Bukti :

Misalkan

$$\begin{aligned} \frac{a}{b} &= c \\ a &= bc \\ |a| &= |bc| \end{aligned}$$

$$|a| = |b||c|$$

$$|c| = \frac{|a|}{|b|}$$

$$\left| \frac{a}{b} \right| = \frac{|a|}{|b|}$$

**Teorema 2 :**

Untuk sebarang  $a, b \in \mathbb{R}$  berlaku

$$|a + b| \leq |a| + |b|$$

Bukti :

Perhatikan,

$$|a| \leq |a|$$

sehingga menurut sifat 4 di atas,

$$-|a| \leq a \leq |a|$$

dan

$$-|b| \leq b \leq |b|$$

dengan menjumlahkan kedua ketaksamaan di atas diperoleh

$$-(|a| + |b|) \leq a + b \leq (|a| + |b|)$$

Menurut sifat 4,

$$|a + b| \leq |a| + |b|$$

(ketaksamaan di atas sering disebut ketaksamaan segitiga)

**Teorema 3 :**

Bila  $a, b \in \mathbb{R}$  maka berlaku

$$|a| - |b| \leq |a - b|$$

Bukti :

Menurut ketaksamaan segitiga,



$$|(a - b) + b| \leq |a - b| + |b|$$

$$|a - b + b| \leq |a - b| + |b|$$

$$|a| \leq |a - b| + |b|$$

$$|a| - |b| \leq |a - b|$$

#### d. Rangkuman

1. Nilai mutlak merupakan bilangan dengan nilai yang sama dari panjang atau jarak dari titik asal atau titik nol dalam koordinat.
2. Semua bilangan mutlak bernilai positif, sehingga nilai bilangan mutlak dari bilangan dengan angka yang sama namun beda notasi positif (+) dan negatif (-) akan mempunyai hasil bilangan mutlak yang sama
3. Jika  $x$  anggota dari bilangan riil, maka nilai mutlak ditulis dengan  $|x|$  dan didefinisikan sebagai berikut:

$$|x| = \begin{cases} x & , x \geq 0 \\ -x & , x < 0 \end{cases}$$

#### e. SOAL FORMATIF

##### Ayo Berlatih!!!

Selesaikan persamaan berikut ini.

1.  $|z + 5| = 5$

2.  $|6 - 7x| = 2$

3.  $|2y + 1| = 3$

4.  $|4x - 6| = 10$

5.  $\left|y + \frac{1}{2}\right| = \frac{3}{2}$

6.  $\left|\frac{3}{2}x - \frac{1}{4}\right| = \frac{2}{3}$

7.  $2|3x - 6| - 2 = 15$

8.  $3 - |4y - 5| = -15$

9.  $\left|\frac{3z + 8}{2z - 3}\right| = 4$

10.  $-3 + 2\left|\frac{1}{2}y - 5\right| = 5$

#### SOAL HOTS

1. Buktikan pernyataan berikut :

$$\text{Jika } |a - m| < \frac{m}{2} \text{ maka } \frac{|m|}{2} < |a|$$

2. Buktikan bahwa jika  $k > 0$  dan  $|x - 3| < k$ , maka  $|x^2 - 9| < k(k + 6)$ .
3. **[Soal HOTS]** Seorang karyawan di suatu perusahaan akan memperoleh kenaikan gaji karena telah berprestasi. Perusahaan menerapkan aturan bahwa penyimpangan gaji karyawan dengan pangkat yang sama adalah Rp500.000,00. Jika gaji karyawan tersebut mula-mula Rp2000.000,00. Tentukan gaji terendah dan gaji tertinggi karyawan berpangkat sama dengan karyawan yang memperoleh kenaikan gaji.

#### **f. Daftar Isi**

<https://saintif.com/persamaan-nilai-mutlak/>

<https://askyourdaddy.blog.uns.ac.id/2014/09/24/teorema-teorema-tentang-nilai-mutlak/>