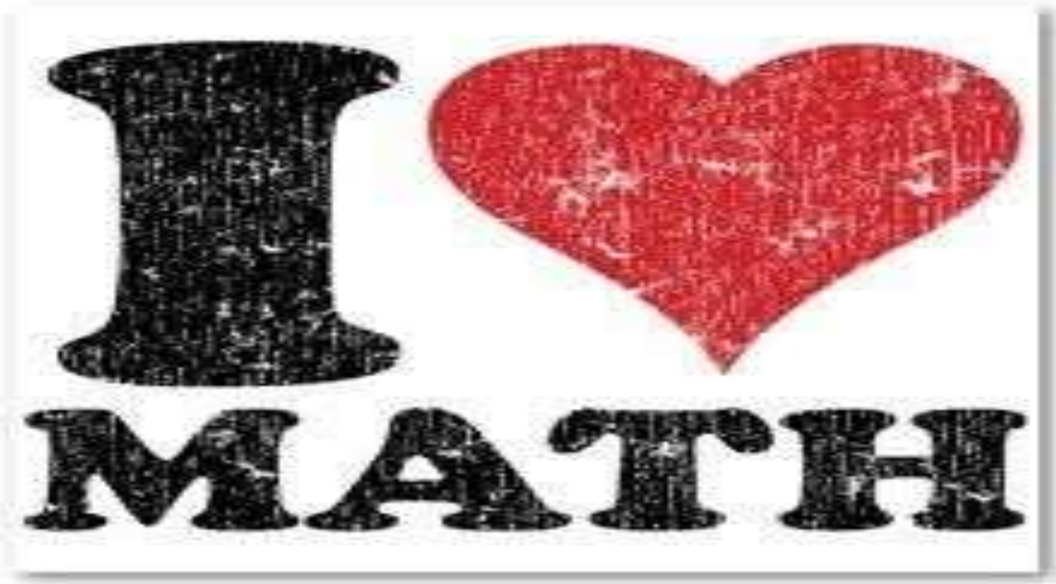
Bahan Ajar Matematika

Kelas X SMk

Semester 1

Barisan dan Deret

Waktu : 2 x 45 Menit (Pertemuan 1)



Nama : Rita Dwi Astuti

No : 20031118010001

Kelas : Matematika 1

PETUNJUK PENGGUNAAN BAHAN AJAR

1. Bacalah Setiap masalah yang diberikan
2. Pahami dan jawablah setiap masalah tersebut secara mandiri di kelompokmu.
3. Diskusikan jawaban setiap masalah tersebut bersama anggota kelompokmu.
4. Mintalah bantuan guru jika kamu mendapat masalah ketika menyelesaian permasalahan yang diberikan.
5. Tulislah jawaban kelompokmu yang paling tepat pada LKPD yang diberikan dengan menggunakan pensil untuk diajukan pada diskusi kelas.
6. Berdasarkan proses pemecahan masalah yang kamu lakukan, perhatikanlah rangkuman yang mungkin ditemukan.

Selamat Bekerja !!

BAHAN AJAR

Satuan Pendidikan	:	SMK
Mata Pelajaran	:	Matematika
Kelas / Semester	:	X / 1
Standar Kompetensi	:	6. Menerapkan konsep barisan dan deret dalam pemecahan masalah
Kompetensi Dasar	:	6.1Mengidentifikasi pola, barisan dan deret bilangan 6.2Menerapkan konsep barisan dan deret aritmatika
Waktu	:	2 x 45 menit (pertemuan 1)

KOMPETENSI DASAR

6.1. Mengidentifikasi pola, barisan dan deret bilangan

INDIKATOR

6.1.1.Menentukan pola bilangan jika diketahui barisannya

6.1.2.Menentukan deret bilangan aritmatika

TUJUAN PEMBELAJARAN

1. Siswa mampu menjelaskan pengertian barisan bilangan
2. Siswa mampu menentukan pola bilangan dari suatu barisan

WAKTU

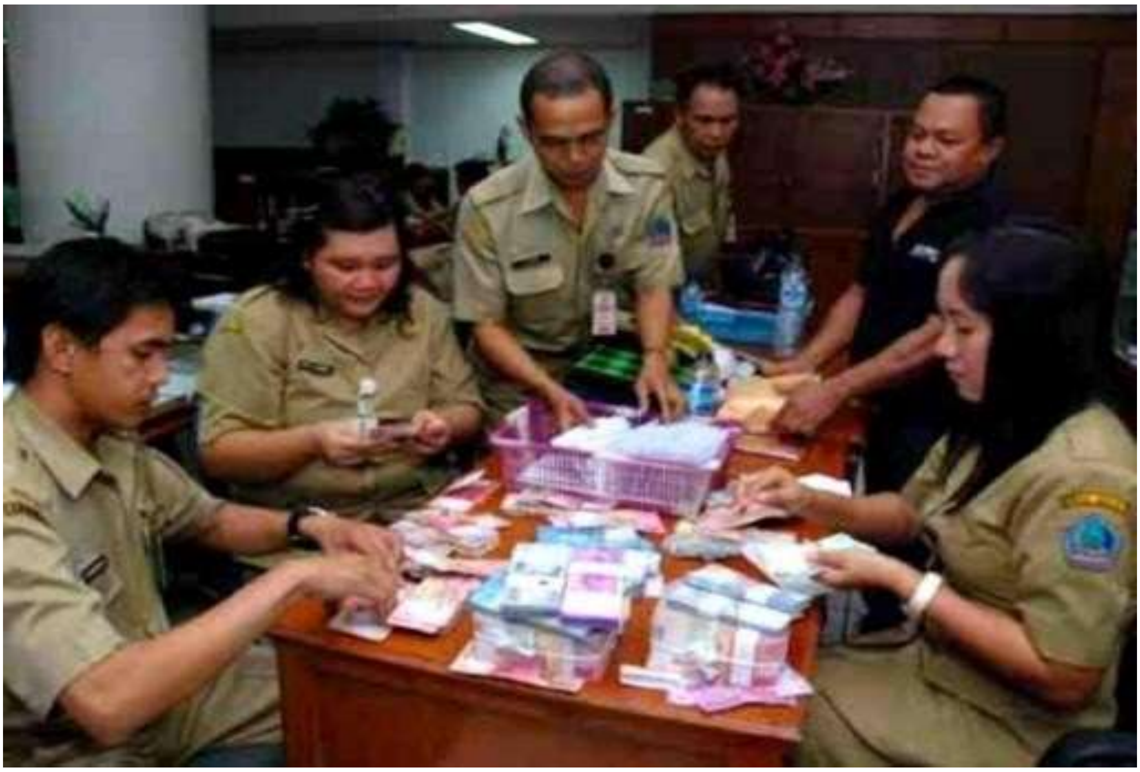
2 x 45 menit (1 x pertemuan)

A. BARISAN, POLA, DAN DERET BILANGAN

1. BARISAN BILANGAN

Perhatikan ilustrasi berikut!

Gak Mau Pulaaaang,,,
Maaaunya Gajian !!!



Seorang karyawan bernama La Derodo pada awalnya memperoleh gaji sebesar Rp.600.000,00. Selanjutnya, setiap bulan berikutnya gaji yang diperoleh bertambah Rp.5.000,00. jika kita susun gajinya itu mulai bulan pertama adalah sebagai berikut.

Rp.600.000,00, Rp.605.000,00, Rp.610.000,00,........,……..,……..,…….

Berapakah gaji La Derodo pada bulan ke-enam? ……………………………………………

……………………………………………………………………………………………..

Pada bulan berapa Gaji La Derodo mencapai Rp.700.000,00,? ………......................................

……………………………………………………………………………………………..

Susunan yang demikian dinamakan barisan. Bilangan pertama disebut suku pertama (U_1),bilangan kedua disebut suku kedua (U_2), dan seterusnya. Suku ke-n dari suatu barisan bilangan dinotasikan dengan U_n.

Untuk memahami pengertian suatu barisan bilangan, perhatikan contoh urutan bilangan berikut ini :

a) 2, 4, 6, 8, 10, ...	d) 1, 4, 9, 16, 25, ...
b) 3, 6, 9, 12, 15, ...	e) 3, 2,5 ,4, 7, 8, ...
c) 1, 3, 5, 7, 9, ...	d) 12, 15, 13, 18, 25, ...

Urutan bilangan – bilangan pada contoh a, b, c, dan d di atas mempunyai **aturan tertentu**, misalnya pada contoh a) dengan urutan bilangan 2, 4, 6, 8, 10,.. mempunyai aturan tertentunya adalah **ditambahkan dengan 2.** Sedangan pada contoh c) dengan urutan 3, 6, 9, 12, 15,… mempunyai aturan tertentunya adalah **ditambah dengan 3**. ***Urutan bilangan yang memiliki aturan tertentu itu disebut barisan bilangan*** . Sedangkan urutan bilangan – bilangan pada contoh e) dan f) di atas **tidak mempunyai aturan tertentu**, sehingga **bukan** merupakan suatu **barisan bilangan.**

Bentuk umum barisan bilangan dapat dinyatakan dengan :

$$U_1,\ U_2,\ U_3, \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots, U_{n-1}, U_n$$

Dengan : U_1 = suku ke - 1

U_2 = suku ke - 2

U_3 = suku ke – 3

.

.

.

Un-1 = suku ke – (n-1)

U_n = suku ke – n (suku umum barisan bilangan)

BARISAN ARITMATIKA.

Perhatikan barisan bilangan berikut: 5, 8, 11, 14, 17, ...

(Apa yang dapat disimpulkan ?)

5, 8, 11, 14, 17, ...

+3 +3 +3 +3 +3 dst

nampak bahwa antara suku yang satu dengan suku sesudahnya mempunyai selisih TETAP yaitu 3 , dan biasa disebut ***beda barisan*** dan dilambangkan **b.**

b = U_2 - U_1 = $U_3 – U_2 = U_4 – U_3$ = ...

$$\boxed{\mathbf{b = U_n - U_{n-1}}}$$

Barisan bilangan dengan pola sebagaimana di atas dikenal dengan **Barisan Aritmatika (Hitung).**
Jika kita nyatakan dalam urutan suku-sukunya, barisan Aritmatika dapat dinyatakan dengan :

U_1 , U_2 , U_3 , U_4 , ... , U_n

+ b +b +b +b +b

di mana U_1 = a dan b = $\mathbf{U_n - U_{n-1}}$
sehingga didapat:

U_1 = a = a

U_2 = a + b = a + 1 b

(2 – 1)

U_3 = a + …… + b = a + 2 b

(3 – 1)

U_4 = a + b + …… + b = a + …. b

(4 – 1)

U_5 = a + b + …… + …….+ b = a + …. b

(5 – 1)

$$\boxed{\mathbf{U_n = a + (n - 1)\, b}}$$

dikenal sebagai **Rumus suku ke-n Barisan Aritmatika.**

Latihan 1

2. POLA BILANGAN

Dari bentuk umum barisan suatu bilangan, dapat kita tentukan **pola barisan bilangan** itu.

Contoh 1 :

Untuk barisan bilangan pada contoh a)

Urutan ke -	Besar Bilangan	Pola
1	2	2•1
2	4	2•2
3	6	2•3
. . .	. . .	. . .
10	. . .	2•10
. . .	. . .	. . .
N	. . .	**2•n**

Jadi pola untuk bilangan yang ke – n pada contoh a) adalah **2•n atau ..... atau Un = ...**

Contoh 2 :

Untuk barisan bilangan pada contoh c)

Urutan ke -	Besar Bilangan	Pola
1	1	2•1 – 1
2	3	2•2 – 1
3	5	2•3 – 1
. . .	. . .	. . .
10	. . .	2•10 – 1
. . .	. . .	. . .
n	. . .	**.......**

Jadi pola untuk bilangan yang ke – n pada contoh a) adalah (**..........) atau (2n – ....) atau Un = ...**

Contoh 3 :

Dalam suatu gedung pertunjukkan disusun kursi dengan baris paling depan terdiri dari 12 kursi, baris kedua berisi 14 kursi, baris ketiga berisi 16 kursi, dan seterusnya. Banyaknya kursi pada baris ke-20 adalah …

Pembahasan:

Diketahui: a = 12

b = 2

Ditanyakan $U_{20} = ?$

Jawab:

$U_n = a + (n-1)b$

$U_{20} = 12 + (20-1)2$

$= 12 + (19).2$

$= 12 + (38)$

$= 50$

Jadi, banyaknya kursi pada baris ke-20 adalah 50 kursi.

Contoh 4 :

Hitunglah nilai n jika,

a) = 3n + 5 = 95

b) = - 4 = 21

Jawab :

a. = 3n + 5 = 95

3n + 5 = 95

3n = 95 – …..

3n = ….. ⇒ **n = …..**

b. = - 4 = 21

- 4 = 21

= ….. +……

= ……

n = ……

Latihan 2 :

1. Tentukan lima suku yang pertama dari barisan bilangan berikut :
   a. $U_n = n^3$
   b. $U_n = 2n^2 - 2$
2. Hitunglah nilai n jika ,
   a. $U_n = 4n - 3 = 157$
   b. $U_n = 3n^2 - 8 = 19$
3. Tentukan pola bilangan (rumus suku ke – n) dari barisan bilangan berikut :
   a. 2, 4, 8, 16, ...
   b. 1, , ,– – —, ...
4. Diketahui barisan bilangan 4, 10, 16,........ tentukan :
   a. Rumus suku ke – n – nya
   b. Suku ke – 100 – nya
   c. Suku keberapa yang nilainya 100?
5. Diketahui suatu barisan bilangan 2, 5, 10, 13,...... tentukan :
   a. Rumus suku ke – n – nya
   b. Suku ke – 50 – nya
   c. Suku keberapa yang nilainya 50?

3. DERET BILANGAN

Deret suatu barisan bilangan dan jumlah n suku pertamanya

Jika suku – suku suatu barisan dijumlahkan maka penjumlahan berurut dari suku – suku barisan itu disebut **Deret.**

Secara Umum : , , , ... , adalah suku –suku dari suatu barisan, maka + + + . . . + adalah deret yang bersesuaian dengan barisan itu. Jumlah n suku pertama dari suatu barisan dilambangkan dengan **, atau**

$$S_n = U_1 + U_2 + U_3 + \ldots + U_n$$

Misal :

- Barisan : 1, 2, 3, 4, 5, ...
  Deret : 1 + 2 + 3 + 4 + 5 + ...
- Barisan : 1, 4, 9, 16, 25, ...
  Deret : 1 + 4 + 9 + 16 + 25 + ...

Contoh 5:

Diketahui suatu deret 1 + 3 + 5 + 7 +…hitunglah:

a. jumlah dua suku yang pertama

b. jumlah lima suku yang pertama

c. jumlah sepuluh suku yang pertama

d. jumlah n suku yang pertama

e. jumlah 20 suku yang pertama

Jawab:

a. $\mathbf{S_2 = 1 + 3 = 4}$

b. $\mathbf{S_5 = 1 + 3 + 5 + 7 + 9 = 25 =}$

c. $\mathbf{S_{10} =}$ **…..=…….**

d. $\mathbf{S_n =}$ **……**

e. $\mathbf{S_{20} = 20^2 =}$ **……**

Latihan 3 :

1. Tentukan jumlah 10 suku pertama dari deret berikut ini

   a. 2 + 7 + 17 +…

   b. $\frac{1}{2} \square \frac{1}{4} \square \frac{1}{8} \square \ldots$

2. Tentukan jumlah 6 suku yang pertama dari deret berikut ini:

   a. $S_n = n^2 - 4$

   b. $S_n = 2^n + 1$

3. Tulislah tiap deret berikut ini, kemudian hitunglah jumlahnya

   a. 10 bilangan asli genap pertama

   b. 5 bilangan asli kelipatan 5 yang pertama

   c. 7 bilangan prima yang pertama

4. NOTASI SIGMA

a. Pengertian notasi sigma

Perhatikan bentuk penjumlahan sepuluh bilangan asli pertama, yaitu 1 + 2 + 3 + 4 + 5 6 + 7 + 8 + 9 +10, jika yang dijumlahkan bukan sepuluh bilangan asli, melainkan 100 bilangan asli pertama, menuliskan secara lengkap tentu akan terlalu panjang dan memakan waktu yang lama.

Dalam matematika komunikasi dapat dilakukan dengan menggunakan simbol, misalnya menuliskan jumlah seratus bilangan asli yang pertama, disingkat dengan 1 + 2 + 3 + 4 +5 + ... + 100

Menuliskan penjumlahan bilangan beruntun secara singkat ialah dengan menggunakan tanda $\sum(\ )$.

Dengan menggunakan notasi sigma, maka penjumlahan beruntun sepuluh bilangan asli pertama dapat disingkat sebagai berikut :

1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 + 9 + 10 = $\sum$

Bilangan 1 disebut batas bawah

Bilangan 10 disebut batas atas

Untuk seratus bilangan asli yang pertama dapat ditulis

1 + 2 + 3 + ... + 100 = $\sum$

Contoh 6 :

Nyatakan deret berikut kedalam notasi sigma

a. 1 + 3 + 5 + 7 + 9 + 11 +13

b. 2 + 4 + 6 + 8 + 9

Jawab :

a. 1 + 3 + 5 + 7 + 9 + 11 + 13

Dari deret 1 + 3 + 5 + 7 + 9 + 11 + 13, dapat diubah menjadi (2(1) – 1) + (2(2) – 1) + (2(3) – 1) + (2(4) – 1) + (2(5) – 1) + (2(6) – 1) + (2(7) -1) atau ditulis (2k – 1) dengan mulai k = 1 sampai k = 7. Dalam notasi sigma. Dalam notasi sigma disingkat 1 + 3 + 5 + 7 + 9 + 11 + 13 = $\sum$ $(2 - 1)$

b. 2 + 4 + 6 + 8 + 9

Notasi sigma dari 2 + 4 + 6 + 8 + 10 + 12, dapat diubah menjadi 2(1) + 2(2) + 2(3) + 2(4) + 2(5) + 2(6) atau ditulis (2k) dengan mulai k = 1 sampai k = 6. Dalam notasi sigma disingkat : 2 + 4 + 6 + 8 +10 + 12 = $\sum$ $(2\ )$

Contoh 7.

Tuliskan bentuk notasi sigma berikut ke dalam bentuk penjumlahan beruntun, dan kemudian hitunglah jumlahnya

a. $\sum$ 5

b. $\sum$ ——

c. $\sum$ 2

Jawab :

. $\sum$ 5 $= (5\ 1) + (5\ \ldots) + (\ldots\ \ldots\ \ldots) + (\ldots.\ \ldots) + (\ldots.\ \ldots)$

$= \cdots + \cdots + \cdots + \cdots + \cdots = \cdots$

b. $\sum$ —— = —+ —+ ——

$= + + - \quad -$

$= \frac{\ldots\ \cdots\ \cdots}{\ldots} = \frac{\ldots}{\ldots}$

d. $\sum$ $2 = \ldots + \ldots + \ldots$

$= \cdots + \cdots + \cdots = \cdots$

b. Sifat – sifat notasi sigma

Misalkan dan merupakan suku ke – k dan C suatu konstanta

1. Jika = C, maka $\sum$ = nC
2. $\sum$ = C $\sum$
3. $\sum$ (+) = $\sum$ + $\sum$
4. $\sum$ (+) = $\sum$ () + 2.$\sum$. + $\sum$ ()
5. $\sum$ = $\sum$ +

Contoh 8 :

Dengan menggunakan penjumlahan beruntun, tunjukkan bahwa :

a. $\sum (2 + 3) = 2.\sum + 18$

b. $\sum$ $\sum$ $(+ 2)$

Jawab :

a. $\sum (2 + 3) = 2.\sum + 18$

$\sum (2 + 3) = 2.\sum + 18$

$\{(2.1 + 3) + (2.2 + 3) + (2.3 + 3) + (2.4 + 3) + (2.5 + 3) + (2.6 + 3)\}$

5 + 7 + 9 + 11 + 13 + 15 = 2(21) + 18

60 = 42 + 18

60 = 60

b. $\sum \quad = \sum \quad (\; + 2)$

$\sum \quad = \sum \quad (\; + 2)$

3+4+5+...+…+… = (1+2)+(2+…)+(… + …)+(…+…)+(…+…)+(…+…)

… = 3 + … + … + … + … +...

… = **…**

Latihan 4 ;

1. Tulislah jumlah berikut ini dengan satu notasi sigma

   a. $\sum_{k=1}^{4} k \square \sum_{k=1}^{4} k^2$

   b. $\sum_{k=1}^{15} (k^2 \square 1) \square \sum_{k=1}^{15} (k \square 1)$

2. Tulislah jumlah-jumlah berikut ini sebagai jumlah monomial (suku satu)

   $\sum_{k=1}^{n} (4a_k \square b_k)$

3. Buktikan $\sum^{n} (2k - 1)^2 = 4\sum^{n} k^2 - 4\sum^{n} k + n$

k□1

k□1