

# Bahan Ajar Matematika

Kelas X SMk

Semester 1

Barisan dan Deret

Waktu : 2 x 45 Menit ( Pertemuan 2)



**Nama** : Rita Dwi Astuti

**No** : 20031118010001

**Kelas** : Matematika 1

### **PETUNJUK PENGGUNAAN BAHAN AJAR**

1. Bacalah Setiap masalah yang diberikan
2. Pahami dan jawablah setiap masalah tersebut secara mandiri di kelompokmu.
3. Diskusikan jawaban setiap masalah tersebut bersama anggota kelompokmu.
4. Mintalah bantuan guru jika kamu mendapat masalah ketika menyelesaikan permasalahan yang diberikan.
5. Tulislah jawaban kelompokmu yang paling tepat pada LKPD yang diberikan dengan menggunakan pensil untuk diajukan pada diskusi kelas.
6. Berdasarkan proses pemecahan masalah yang kamu lakukan, perhatikanlah rangkuman yang mungkin ditemukan.

**Selamat Bekerja !!**

## **KOMPETENSI DASAR**

### **6.2. Menerapkan konsep barisan dan deret aritmatika**

#### **INDIKATOR**

- 6.2.1. Mendidentifikasi antara barisan dengan deret aritmatika
- 6.2.2. Menentukan nilai suku ke – n dari barisan aritmatika dengan menggunakan rumus
- 6.2.3. Menentukan jumlah n suku suatu deret aritmatika dengan menggunakan rumus.
- 6.2.4. Menyelesaikan masalah program keahlian yang berkaitan dengan deret aritmatika

#### **TUJUAN PEMBELAJARAN**

- 1. Siswa mampu menjelaskan barisan dan deret aritmatika
- 2. Siswa mampu menentukan jumlah n suku pertama deret aritmatika

#### **WAKTU**

2 x 45 menit (pertemuan ke 2)

## A. BARISAN DAN DERET ARITMATIKA

### 1. Pengertian barisan dan deret aritmatika

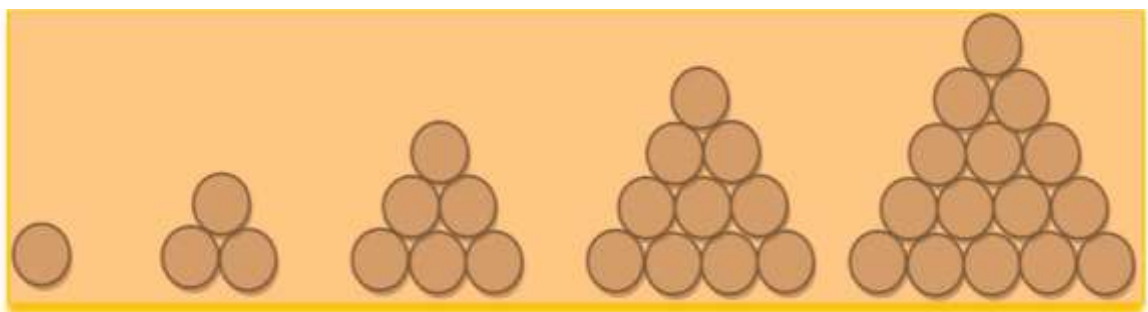
# Makan jeruk yuk !!!

Perhatikan gambar tumpukan jeruk di bawah ini!



Bagaimana cara menentukan atau menduga banyak buah dalam satu tumpukan?

Jika diperhatikan gambar di atas, maka diperoleh susunan dari beberapa jeruk. Jeruk itu dapat disusun membentuk sebuah piramida. Jumlah jeruk pada bagian bawah tumpukan akan lebih banyak dibandingkan pada susunan paling atas. Misalkan susunan jeruk tersebut disederhanakan menjadi sebuah susunan segitiga, seperti gambar di bawah ini.



Perhatikan beberapa barisan bilangan berikut ini

- a) 1, 3, 5, 7, .....
- b) 6, 10, 14, 18, .....
- c) 11, 8, 5, 2, .....
- d) 20, 15, 10, 5, .....

Pada setiap barisan di atas, tampak bahwa selisih dua suku berurutan **selalu tetap**. Barisan bilangan yang mempunyai cirri seperti itu disebut **Barisan Aritmatika**, dan selisih dua suku berurutan itu disebut **beda** yang biasa dilambangkan dengan huruf **b**.

Misal :

- a) 1, 3, 5, 7, .....,  $b = 3 - 1 = 5 - 3 = 7 - 5 = 2$
- b) 6, 10, 14, 18, .....,  $b = 10 - 6 = 14 - 10 = 18 - 14 = 4$
- c) 11, 8, 5, 2, .....,  $b = 8 - 11 = 5 - 8 = 2 - 5 = -3$
- d) 20, 15, 10, 5, .....,  $b = 15 - 20 = 10 - 15 = 5 - 10 = -5$

Suku pertama dari barisan aritmatika biasanya dilambangkan dengan huruf **a**.

Secara umum barisan aritmatika didefinisikan sebagai berikut:

$a, a + b, a + 2b, \dots$ , disebut barisan aritmatika untuk  $n$  bilangan asli dan  $n > 1$  dan berlaku  $b = \dots$  dengan

- $a$  = suku pertama
- $a + b$  = suku kedua
- $a + 2b$  = suku ketiga
- ...
- ...
- $a + (n-1)b$  = suku ke  $n$

### Contoh 9.

Tentukan suku pertama dan beda dari tiap barisan aritmatika berikut ini!

- a) 7, 8, 9, 10, .....
- b) 3, 8, 13, 18, .....
- c) 9, 6, 3, 0, .....

Jawab :

- a) 7, 8, 9, 10, .....

suku pertama :  $a = 7$  dan beda :  $b = 8 - 7 = 9 - 8 = \dots = 1$

- b) 3, 8, 13, 18, .....

Suku pertama :  $a = 3$  dan beda :  $b = \dots - 3 = \dots - \dots = \dots - \dots = \dots$

c) 9, 6, 3, 0, .....

Suku pertama :  $a = 9$  dan beda :  $b = \dots - \dots = \dots - \dots = \dots - \dots = -3$

### Contoh 10.

Tentukan 5 suku pertama barisan aritmatika berikut, jika diketahui :

a)  $a = 3$  dan  $b = -4$

b)  $a = 8$  dan  $b = 3$

**Jawab :**

a)  $a = 3$  dan  $b = -4$

$$= a = 3$$

$$= 3 + (-4) = -1$$

$$= (-1) + (\dots) = -5$$

$$= (\dots) + (-4) = \dots$$

$$= (\dots) + (\dots) = \dots$$

**Jadi lima suku pertama barisan itu adalah : 3, -1,  $\dots$ ,  $\dots$ ,  $\dots$ .**

b)  $a = 8$  dan  $b = 3$

$$= a = 8$$

$$= \dots + \dots = \dots$$

$$= \dots + \dots = \dots$$

$$= \dots + \dots = \dots$$

$$= \dots + \dots = \dots$$

**Jadi lima suku pertama barisan itu adalah : 8, 11, 14,  $\dots$ ,  $\dots$ .**

### Latihan 5

1. Tentukan suku pertama dan beda dari barisan areitmatika di bawah ini

a. 2, 8, 14, 20, . . . . .

b. 2, 3, 3 - , 4, ... ..

2. Tulis lima suku pertama dari masing – masing barisan aritmatika berikut, jika diketahui :

a.  $a = -7$  dan  $b = 2,5$

b.  $a = -$  dan  $b = -$

## 2. Suku ke – n barisan aritmatika

Perhatikan ilustrasi berikut ini !

# Ayo Menabung !!!



Setiap hari La Deruta menabungkan sisa uang jajannya. Uang yang ditabung setiap hari selama enam hari mengikuti pola barisan aritmetika dengan suku pertama  $a = 500$  dan beda  $b = 500$ . Bagaimana cara mengetahui banyaknya uang La Deruta yang ditabung pada hari ke-6?

Penyelesaian masalah dapat dilakukan dengan membuat barisan aritmetika dari uang yang ditabung La Deruta kemudian menentukan suku terakhirnya.

Karena  $U_n = a + (n - 1)b$  maka  $U_6 = (500 + 5b)$

$$= \dots + 5(\dots)$$

$$= \dots + \dots$$

$$= \dots$$

Berarti tabungan La Deruta pada hari ke-6 adalah Rp .....

Dari bentuk umum barisan aritmatika ,, , . . . ,

$$\begin{aligned}
 &= a \\
 &= a + b && = a + b \\
 &= a + b && = a + b + b = a + 2b \\
 &= a + b && = a + 2b + b = a + 3b \\
 &\cdot \\
 &\cdot \\
 &= a + (n - 1)b
 \end{aligned}$$

Jadi pola bilangan barisan aritmatika adalah

$$a, a + b, a + 2b, a + 3b, \dots, a + (n - 1)b$$

Jadi rumus suku ke - n dari barisan aritmatika adalah

$$\boxed{= a + (n - 1)b}$$

Dengan : n = banyak suku, n ∈ bilangan asli

a = suku pertama

b = beda atau selisih

= suku ke - n

**Contoh 11.**

Tentukan rumus suku ke - n dari barisan aritmatika berikut jika di diketahui :

a) a = 3 dan b = -4

b) a = 8 dan b = 3

Jawab :

$$\begin{aligned}
 \text{a) } a = 3 \text{ dan } b = -4 \\
 &= a + (n - 1)b \\
 &= 3 + (n - 1).(-4) \\
 &= 3 + (-4n + 4) \\
 &= 3 - 4n + 4 \\
 &= \underline{\underline{-4n + 7}}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{b) } a = 8 \text{ dan } b = 3 \\
 &= a + (n - 1)b \\
 &= 8 + (n - 1).3
 \end{aligned}$$



$$= 8 + \dots n - 3$$

$$= \underline{\dots} n + 5$$

**Contoh 12.**

Tentukan suku pertama, beda, rumus suku ke – n dan suku ke – 12 dari barisan aritmatika 10, 15, 20, 25, ....

Jawab :

Suku pertama : **a = 10**

Beda : **b = 15 – 10 = 5**

Rumus suku ke n : = a + (n – 1)b

$$= 10 + (n - 1)5$$

$$= 10 + 5n - 5$$

$$= \underline{\dots} n + \underline{\dots}$$

Suku ke – 12 : = 5.  $\underline{\dots}$  +  $\underline{\dots}$

$$= \underline{\dots} + \underline{\dots}$$

$$= \underline{\dots}$$

**Contoh 13.**

Suku pertama dari suatu barisan aritmatika sama dengan 2, sedangkan suku ke – 10 sama dengan 29.

- a) Carilah beda dari barisan aritmatika itu
- b) Carilah suku ke – 25
- c) Suku keberapakah yang nilainya sama dengan 101?

**Jawab :**

- a) Beda dari barisan aritmatika itu

$$a = 2 \text{ dan } = 29$$

$$= 29$$

$$a + 9b = 29$$

$$2 + 9b = 29$$

$$9b = 29 - 2$$

$$9b = 27$$

$$b = \text{---}$$

$$b = 3 \text{ (beda = 3)}$$

b) Suku ke - 25

$$\begin{aligned} &= a + (n - 1)b \\ &= 2 + (\dots - 1)\dots \\ &= 2 + \dots \cdot \dots \\ &= 2 + \dots \\ &= \dots \text{ (suku ke - 25 = 74)} \end{aligned}$$

c) Suku keberapakah yang nilainya sama dengan 101?

$$= 101$$

$$a + (n - 1)b = 101$$

$$2 + (n - 1)3 = 101$$

$$2 + \dots n - \dots = 101$$

$$\dots + \dots n = 101$$

$$\dots = 101 + \dots$$

$$\dots = \dots$$

$$n = \dots = \dots$$

Jadi 101 adalah suku yang ke  $\dots$

### Latihan 6:

- Tentukan rumus suku ke - n dari barisan aritmatika di bawah ini
  - 2, 8, 14, 20, . . . . .
  - 2, 3, 3 - , 4, . . . . .
- Tentukan nilai n jika diketahui , a = 19 , b = - 5 dan  $U_n = - 41$
- Jika suku ke - 7 barisan aritmatika adalah 14 dan suku ke - 13 adalah 2, tentukanlah tiga suku pertama barisan tersebut.
- Suku ke - 6 dari barisan aritmatika sama dengan 50 dan suku ke - 41 sama dengan 155. Tentukan suku ke - 20 barisan tersebut.
- Diketahui barisan aritmatika dengan  $U_3 = 9$  dan jumlah suku ke - 5 dan suku ke - 7 adalah 48. Tentukan rumus suku ke - n dan suku ke - 10 barisan .

### 3. Jumlah n suku pertama deret aritmatika

Jika  $++++ \dots +$  adalah deret aritmatika

Jika jumlah n suku pertama deret aritmatika dilambangkan dengan  $S_n$ , maka dapat ditentukan dengan rumus :

$$S_n = \frac{n}{2}(a + u_n)$$

atau

$$S_n = \frac{n}{2}(2a + (n - 1)b)$$

Dengan :  $n$  = banyak suku,  $n \in$  bilangan asli

$a$  = suku pertama

$b$  = beda atau selisih

$u_n$  = suku ke -  $n$

$S_n$  = Jumlah  $n$  suku pertama deret aritmatika

#### Contoh 14

Hitunglah jumlah 20 suku pertama pada deret  $9 + 12 + 15 + 18 + \dots$

Jawab :

$$a = 9 \quad b = 12 - 9 = 3 \quad \text{dan} \quad n = 20$$

$$S_n = \frac{n}{2}(2a + (n - 1)b)$$

$$= \frac{20}{2}(2 \cdot 9 + (20 - 1)3)$$

$$= 10(18 + 19 \cdot 3)$$

$$= 10(18 + 57)$$

$$= 10(75) = \mathbf{750}$$

#### Contoh 15

Hitunglah jumlah dari deret  $5 + 7 + 9 + \dots + 61$

Jawab :

$$a = 5, \quad b = 7 - 5 = 2 \quad \text{dan} \quad u_n = 61$$

$$u_n = 61$$

$$a + (n - 1)b = 61$$

$$5 + (n - 1)2 = 61$$

$$\begin{aligned}
5 + \dots n - 2 &= \dots \\
3 + \dots &= \dots \\
\dots &= \dots - \dots \\
\dots &= \dots \\
n &= \dots \\
\mathbf{n = \dots (banyak suku = \dots)}
\end{aligned}$$

$$= -(a + )$$

$$= -(5 + 61)$$

$$= -(66)$$

$$= 29 (33)$$

$$= 957$$

**Jadi jumlah deret itu adalah 957**

### Contoh 16

Hitunglah jumlah semua bilangan asli antara 5 dan 100 yang habis dibagi 7

Jawab :

Bilangan asli antara 5 dan 100 yang habis dibagi 7 adalah

$$7 + 14 + 21 + \dots + 98$$

$$a = 7, b = 14 - 7 = 7 \text{ dan } = 98$$

$$= 98$$

$$a + (n - 1)b = 98$$

$$\dots + (n - 1)\dots = \dots$$

$$\dots + \dots n - \dots = \dots$$

$$\dots n = \dots$$

$$\mathbf{n = \dots = 14 (banyak\ bilangan\ yang\ habis\ dibagi\ 7\ antara\ 5\ dan\ 100\ ada\ 14}$$

**buah)**

$$= -(a + )$$

$$= -(7 + 98)$$

$$= 7(105)$$

$$= 735$$

**Jadi, jumlah bilangan antara 5 dan 100 yang habis dibagi 7 adalah 735**

**Latihan 7 :**

1. Hitunglah jumlah 20 suku pertama pada setiap deret aritmatika berikut :
  - a.  $2 + 5 + 8 + 11 + \dots$
  - b.  $-7 - 14 - 21 - 28 - \dots$
2. Hitunglah jumlah setiap deret aritmatika berikut ini :
  - a.  $6 + 8 + 10 + \dots + 100$
  - b.  $-20 - 16 - 12 - \dots + 8$
3. Hitunglah jumlah semua bilangan asli
  - a. Antara 10 dan 250 yang habis dibagi 3
  - b. Antara 10 dan 250 yang habis dibagi 2 tetapi tidak habis dibagi 4
4. Hitunglah jumlah 10 suku pertama dari deret aritmatika berikut ini, jika diketahui
  - a.  $U_3 = 7$  dan  $U_6 = 16$
  - b.  $U_5 = 40$  dan  $U_8 = 25$

#### 4. Penerapan deret aritmatika

Penerapan barisan dan deret aritmatika yang dapat digunakan dalam bidang keuangan, pertanian, dan lain sebagainya.



#### Contoh 17

Pada bulan Januari 2001 Anto menabung Rp. 10.000,00. Jika setiap bulan berikutnya Anto menabung Rp. 5.000,00 lebihnya dari bulan sebelumnya. Berapakah jumlah seluruh tabungan Anto sampai akhir tahun?

**Jawab :**

Tabungan Anto dalam bentuk deret adalah

$10.000 + 15.000 + 20.000 + \dots$

$a = 10.000$ ,  $b = 5.000$  dan  $n = 12$

$$= \frac{1}{2}(2a + (n - 1)b)$$

$$= \frac{1}{2} \cdot (2 \cdot (10.000) + (12 - 1) \cdot 5.000)$$

$$= \frac{1}{2} (20.000 + 55.000)$$

$$= \frac{1}{2} (75.000)$$

$$= 37.500$$

$$= 450.000$$

**Jadi, jumlah seluruh tabungan Anto sampai akhir tahun adalah Rp. 450.000,00**

### Latihan 8

1. Harga pembelian sebuah sepeda motor baru adalah Rp. 12.000.000,00. Setelah digunakan selama 3 tahun, sepeda motor itu dijual dengan harga Rp. 8.400.000,00. Jika penyusutan harga sepeda motor tiap tahun besarnya sama maka tentukan harga jual sepeda motor tersebut setelah digunakan selama 5 tahun.
2. Untuk membuat kerajinan tangan , Jaka memerlukan 16 potong kawat yang tidak sama panjang. Potongan kawat terpanjang 90 cm dan potongan kawat terpendek 15 cm. Jika potongan – potongan kawat dijajarkan dari yang terpanjang hingga terpendek maka perbedaan panjang dua potong kawat yang berdekatan harus sama. Berapa panjang kawat yang diperlukan Jaka? Berapa perbedaan panjang kawat?

