

# **BAHAN AJAR 3**



**OLEH :**

**Sapta Kurnia**

**UNIVERSITAS WIDYA DHARMA KLATEN  
2020**

## Sketsa Grafik Persamaan Nilai Mutlak Satu Variabel

Satpen : SMK Hasyim Asy'ari Purworejo  
Kelas : X Perhotelan  
Pertemuan : 3

KD : menerapkan persamaan dan pertidaksamaan nilai mutlak 1 variabel

IPK: Menganalisis penyelesaian pertidaksamaan nilai mutlak linear satu variabel  
Menganalisis pertidaksamaan nilai mutlak dengan definisi

Tujuan Pembelajaran

1. Siswa dapat menyelesaikan pertidaksamaan nilai mutlak satu variabel
2. Setelah mempelajari pertidaksamaan nilai mutlak siswa dapat menentukan penyelesaian pertidaksamaan nilai mutlak satu variabel

### A. PENDAHULUAN

Jika  $x$  anggota dari bilangan riil, maka nilai mutlak ditulis dengan  $|x|$  dan didefinisikan sebagai berikut:

$$|x| = \begin{cases} x & , x \geq 0 \\ -x & , x < 0 \end{cases}$$

### Masalah

↳ Tentara melakukan latihan menembak di sebuah daerah yang bebas dari warga sipil. Dia berencana menembak objek yang telah ditentukan dengan jarak tertentu. Jika  $x = 0$  adalah posisi diam tentara tersebut, maka pola lintasan peluru yang mengarah ke objek dan diperkirakan memenuhi persamaan  $0,480x - y + 0,33 = 0$ .

Kecepatan angin dan hentakan senjata akan mempengaruhi pergerakan peluru sehingga kemungkinan lintasan peluru dapat berubah menjadi  $y - 0,475x - 0,35 = 0$ . Pada jarak berapakah lintasan peluru akan menyimpang sejauh 0,05 m akibat pengaruh perubahan arah tersebut?



Sumber: [www.tniad.mil.ad](http://www.tniad.mil.ad)

**Gambar 1.11** Tentara sedang latihan menembak

$$|(0,480x + 0,33) - (0,475x + 0,35)| \leq 0,05$$

$$|0,05x - 0,02| \leq 0,05$$

$$|0,05x - 0,02| = \begin{cases} 0,005x - 0,02 & \text{jika } x \geq 4 \\ -0,005x + 0,02 & \text{jika } x < 4 \end{cases}$$

### Kasus 1

Untuk  $x \geq 4$ , maka  $0,05x - 0,02 \leq 0,05$  atau  $x \leq 14$

Irisan  $x \geq 4$  dan  $x \leq 14$  adalah  $4 \leq x \leq 14$

### Kasus 2

Untuk  $x < 4$ , maka  $-0,005x + 0,02 \leq 0,05$  atau  $x \geq -6$

Irisan  $x < 4$  dan  $x \geq -6$  adalah  $-6 \leq x < 4$

Gabungan kasus 1 dan kasus 2 adalah  $-6 \leq x < 14$

Akan tetapi, karena  $x = 0$  adalah posisi awal maka  $x \geq 0$  diiris dengan  $-6 \leq x < 14$  sehingga  $0 \leq x \leq 14$

Jadi, penyimpangan lintasan peluru akibat pengaruh kecepatan angin dan hentakan senjata sebesar 0,05 m terjadi hanya sejauh 14 m.

## B. PERTIDAKSAMAAN NILAI MUTLAK

Secara umum, untuk setiap  $x$ ,  $a \in \mathbb{R}$ , pertidaksamaan nilai mutlak linear satu variabel dapat disajikan dalam bentuk berikut ini.

$$|x| \leq a \text{ untuk } a \geq 0$$

$$|x| \geq a \text{ untuk } a \geq 0$$

Ingat pada teori sebelumnya bahwa nilai mutlak tidak pernah bernilai negatif. Jika demikian, menurut pendapatmu apa yang akan terjadi pada bentuk umum di atas jika  $a < 0$ ?

Berikutnya, mari kita temukan penyelesaian dari bentuk umum pertidaksamaan nilai mutlak linear  $|x| \leq a$  dan  $|x| \geq a$  untuk  $a \geq 0$ ,  $a \in \mathbb{R}$ .

**Kasus 1**,  $|x| \leq a$  untuk  $a \geq 0$ ,  $a \in \mathbb{R}$

Dengan menggunakan Definisi 1.1, maka

untuk  $x \geq 0$ , maka  $|x| = x$  sehingga  $x \leq a$

untuk  $x < 0$ , maka  $|x| = -x$  sehingga  $-x \leq a$  atau  $x \geq -a$

Dengan demikian, penyelesaian dari  $|x| \leq a$  untuk  $a \geq 0$ ,  $a \in \mathbb{R}$  adalah  $x \leq a$  dan  $x \geq -a$  (atau sering dituliskan dengan  $-a \leq x \leq a$ ).

Jadi, menyelesaikan  $|x| \leq a$  setara dengan menyelesaikan  $-a \leq x \leq a$ .

**Kasus 2**,  $|x| \geq a$  untuk  $a \geq 0$ ,  $a \in \mathbb{R}$

Dengan menggunakan Definisi 1.1, maka

untuk  $x \geq 0$ , maka  $|x| = x$  sehingga  $x \geq a$

untuk  $x < 0$ , maka  $|x| = -x$  sehingga  $-x \geq a$  atau  $x \leq -a$

Dengan demikian, penyelesaian dari  $|x| \geq a$  untuk  $a \geq 0, a \in \mathbb{R}$ , adalah  $x \leq -a$  atau  $x \geq a$ .  
Jadi, menyelesaikan  $|x| \geq a$  setara dengan menyelesaikan  $x \geq a$  atau  $x \leq -a$ .

Untuk setiap  $a, x$  bilangan real.

1. Jika  $a \geq 0$  dan  $|x| \leq a$ , maka  $-a \leq x \leq a$ .
2. Jika  $a < 0$  dan  $|x| \leq a$ , maka tidak ada bilangan real  $x$  yang memenuhi pertidaksamaan.
3. Jika  $|x| \geq a$ , dan  $a > 0$  maka  $x \geq a$  atau  $x \leq -a$ .

**C. Sifat-sifat nilai mutlak pada pertidaksamaan:**

1.  $|x| < a \Leftrightarrow -a < x < a$
2.  $|x| \leq a \Leftrightarrow -a \leq x \leq a$
3.  $|x| > a \Leftrightarrow x < -a \text{ atau } x > a$
4.  $|x| \geq a \Leftrightarrow x \leq -a \text{ atau } x \geq a$
5.  $|f(x)| < a \Leftrightarrow -a < f(x) < a$
6.  $|f(x)| \leq a \Leftrightarrow -a \leq f(x) \leq a$
7.  $|f(x)| > a \Leftrightarrow f(x) < -a \text{ atau } f(x) > a$
8.  $|f(x)| \geq a \Leftrightarrow f(x) \leq -a \text{ atau } f(x) \geq a$
9.  $|x| = \sqrt{x^2} \Leftrightarrow |x^2| = x^2$
10.  $|f(x)| < |g(x)| \Leftrightarrow [f(x)]^2 < [g(x)]^2$
11.  $|f(x)| > |g(x)| \Leftrightarrow [f(x)]^2 > [g(x)]^2$
12.  $\frac{|f(x)|}{|g(x)|} < a \Leftrightarrow |f(x)| < a |g(x)|$   
 $\Leftrightarrow |f(x)| < |a \cdot g(x)|$   
 $\Leftrightarrow [f(x) + a \cdot g(x)][f(x) - a \cdot g(x)] < 0$

Contoh

Buktikan  $|x + y| \leq |x| + |y|$

**Bukti**

Untuk  $x, y$  bilangan real,  $|x| \leq |y| \Leftrightarrow -|y| \leq x \leq |y|$

Untuk  $x, y$  bilangan real,  $|y| \leq |x| \Leftrightarrow -|x| \leq y \leq |x|$

Dari kedua pernyataan di atas, maka diperoleh

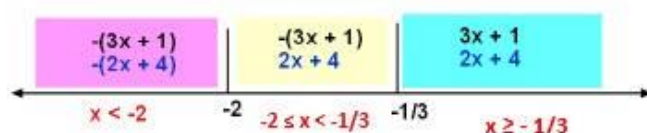
$$-(|x| + |y|) < x + y \leq (|x| + |y|) \Leftrightarrow |x + y| \leq |x| + |y|$$

## CONTOH

a.  $|3x + 1| - |2x + 4| < 10$

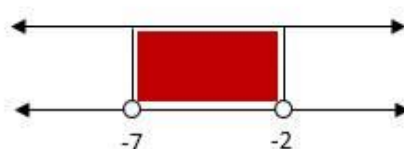
$$|3x + 1| = \begin{cases} 3x + 1, & \text{untuk } 3x + 1 \geq 0 \Leftrightarrow x \geq -\frac{1}{3} \\ -(3x + 1), & \text{untuk } 3x + 1 < 0 \Leftrightarrow x < -\frac{1}{3} \end{cases}$$

$$|2x + 4| = \begin{cases} 2x + 4, & \text{untuk } 2x + 4 \geq 0 \Leftrightarrow x \geq -2 \\ -(2x + 4), & \text{untuk } 2x + 4 < 0 \Leftrightarrow x < -2 \end{cases}$$



➤ Untuk batasan  $x < -2$ .....(1)

$$\begin{aligned} -(3x + 1) + (2x + 4) &< 10 \\ -3x - 1 + 2x + 4 &< 10 \\ -x + 3 &< 10 \\ -x &< 7 \\ x &> -7 \end{aligned}$$

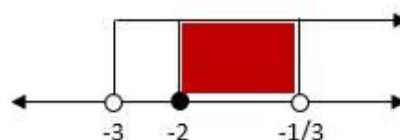


$x > -7$ .....(2)

Dari (1) dan (2) diperoleh irisan penyelesaian  $-7 < x < -2$

➤ Untuk batasan  $-2 \leq x < -1/3$ .....(1)

$$\begin{aligned} -(3x + 1) - (2x + 4) &< 10 \\ -3x - 1 - 2x - 4 &< 10 \\ -5x - 5 &< 10 \\ -5x &< 15 \\ -x &< 3 \\ x &> -3 \end{aligned}$$

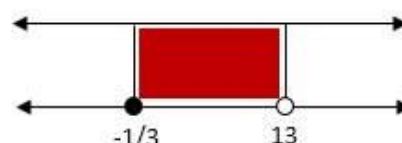


$x > -3$ .....(2)

Dari (1) dan (2) diperoleh irisan penyelesaian  $-2 \leq x < -1/3$

➤ Untuk batasan  $x \geq -1/3$ .....(1)

$$\begin{aligned} (3x + 1) - (2x + 4) &< 10 \\ 3x + 1 - 2x - 4 &< 10 \\ x - 3 &< 10 \\ x &< 13 \end{aligned}$$



$x < 13$ .....(2)

Dari (1) dan (2) diperoleh irisan penyelesaian  $-1/3 \leq x < 13$

Seluruh irisan digabungkan, maka himpunan penyelesaiannya adalah  $\{x \mid -7 \leq x < 13\}$

b.  $|2x + 1| \geq |x - 3|$

Ingat bahwa  $|x| = \sqrt{x^2}$ , sehingga

$$|2x + 1| \geq |x - 3| \Leftrightarrow \sqrt{(2x + 1)^2} \geq \sqrt{(x - 3)^2}$$

$$\Leftrightarrow (2x + 1)^2 \geq (x - 3)^2$$

$$\Leftrightarrow 4x^2 + 4x + 1 \geq x^2 - 6x + 9$$

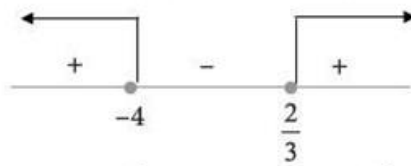
$$\Leftrightarrow 3x^2 + 10x - 8 \geq 0 \quad (\text{bentuk kuadrat})$$

$$\Leftrightarrow (3x - 2)(x + 4) \geq 0$$

Menentukan pembuat nol

$$x = \frac{2}{3} \text{ atau } x = -4$$

Letakkan pembuat nol dan tanda pada garis bilangan



$$\text{Himpunan penyelesaian (Hp)} = \left\{ x \mid x \leq -4 \text{ atau } x \geq \frac{2}{3} \right\}$$

## D. RANGKUMAN

Untuk setiap  $a$ ,  $x$  bilangan real.

1. Jika  $a \geq 0$  dan  $|x| \leq a$ , maka  $-a \leq x \leq a$ .
2. Jika  $a < 0$  dan  $|x| \leq a$ , maka tidak ada bilangan real  $x$  yang memenuhi pertidaksamaan.
3. Jika  $|x| \geq a$ , dan  $a > 0$  maka  $x \geq a$  atau  $x \leq -a$ .

## E. LATIHAN SOAL

1. Selesaikan pertidaksamaan nilai mutlak di bawah ini
  - a)  $|3 - 2x| < 4$
  - b)  $\left| \frac{x}{2} + 5 \right| \geq 9$
  - c)  $|3x + 2| \leq 5$
  - d)  $2 < \left| 2 - \frac{x}{2} \right| \leq 3$
  - e)  $|x + 5| \leq |1 - 9x|$
2. Level hemoglobin normal pada darah laki-laki dewasa adalah antara 13 dan 16 gram per desiliter (g/dL).
  - a) Nyatakan dalam suatu pertidaksamaan nilai mutlak yang merepresentasikan level hemoglobin normal untuk laki-laki dewasa.
  - b) Tentukan level hemoglobin yang merepresentasikan level hemoglobin tidak normal untuk laki-laki dewasa.

## F. DAFTAR PUSTAKA

<https://brainly.co.id/tugas/976634>

<https://jpsmipaunsri.files.wordpress.com/2011/03/0204-07-a-indrawati.pdf>

<https://smazapo.sch.id/UKBM/4.%20UKBM%20MAT%20WAJIB%20X%20PDF/UKBM%20>

[MAT%20WA%20X%20SEM%201/MTKU%203.1\\_4.1\\_1\\_1-](MAT%20WA%20X%20SEM%201/MTKU%203.1_4.1_1_1-)

[1%20\(Persamaan%20Nilai%20Mutlak\)%20SMA1PO-dikonversi.pdf](1%20(Persamaan%20Nilai%20Mutlak)%20SMA1PO-dikonversi.pdf)