Bahan Ajar Matematika

Kelas X SMk

Semester 1

Barisan dan Deret

Waktu : 2 x 45 Menit (Pertemuan 3)

Nama : Rita Dwi Astuti

No : 20031118010001

Kelas : Matematika 1

PETUNJUK PENGGUNAAN BAHAN AJAR

1. Bacalah Setiap masalah yang diberikan
2. Pahami dan jawablah setiap masalah tersebut secara mandiri di kelompokmu.
3. Diskusikan jawaban setiap masalah tersebut bersama anggota kelompokmu.
4. Mintalah bantuan guru jika kamu mendapat masalah ketika menyelesaian permasalahan yang diberikan.
5. Tulislah jawaban kelompokmu yang paling tepat pada LKPD yang diberikan dengan menggunakan pensil untuk diajukan pada diskusi kelas.
6. Berdasarkan proses pemecahan masalah yang kamu lakukan, perhatikanlah rangkuman yang mungkin ditemukan.

Selamat Bekerja !!

KOMPETENSI DASAR

6.3. Menerapkan konsep barisan dan deret geometri

INDIKATOR

6.3.1. Mengidentifikasi antara barisan dengan deret geometri

6.3.2. Menentukan nilai suku ke – n dari barisan geometri dengan menggunakan rumus

6.3.3.Menentukan jumlah n suku suatu deret geometri dengan menggunakan rumus.

6.3.4.Menyelesaikan deret geometri yang mempunyai suku tak hingga

6.3.5.Menyelesaikan masalah program keahlian yang berkaitan dengan deret geometri.

TUJUAN PEMBELAJARAN

1. Siswa mampu menjelaskan pengertian barisan geometri
2. Siswa mampu menentukan suku pertama dari barisan geometri yang diberikan
3. Siswa mampu menentukan rasio dari barisan geometri yang diberikan
4. Siswa mampu menentukan rumus suku ke – n barisan geometri
5. Siswa mampu menjelaskan deret geometri
6. Siswa mampu menentukan jumlah n suku pertama deret geometri
7. Siswa mampu menghitung deret geometri tak hingga
8. Siswa mampu menyelesaikan masalah program keahlian yang berkaitan dengan deret geometri.

WAKTU

2 x 45 menit (pertemuan 3)

A. BARISAN DAN DERET GEOMETRI

1. Pengertian barisan dan deret geometri

Pada setiap barisan yang memiliki perbandingan dua suku berurutan **selalu tetap**. Barisan bilangan yang mempunyai ciri seperti itu disebut **Barisan Geometri**, dan perbandingan dua suku berurutan itu disebut rasio yang biasa dilambangkan dengan huruf **r.**

Misal :

a) 1, 4, 16, ..., r = _ = = 4

b) 0,16, 8, 4, ...,r = — = = –

Suku pertama dari barisan geometri biasanya dilambangkan dengan huruf **a.**

Contoh 18

Tentukan suku pertama dan rasio dari barisan geometri berikut :

1. 1, 2, 4, 8, ...
2. 2, 6, 18, 54, ...

Jawab :

1. 1, 2, 4, 8, ...

   suku pertama : a = 1 dan rasio : r = = 2

2. 2, 6, 18, 54, ...

   suku pertama : a = 2 dan rasio : r = = 3

Latihan 9

Tentukan suku pertama dan rasio dari barisan geometri berikut

1. 3, 6, 12, 24, ...
2. 1, 3, 9, 27, ...
3. 27, −9, 3, −1, ...
4. 1, −1, 1, −1, ...
5. 2, −4, 8, −16, ...

2. Suku ke – n barisan geometri

Perhatikan ilustrasi berikut !

Ayo Kita Sensus Penduduk !!!

Banyaknya penduduk kota Kendari pada tahun 2007 ada 3,2 juta orang. Setiap 10 tahun penduduk kota Bandung bertambah dua kali lipat dari jumlah semula. Berapakah banyaknya penduduk kota Bandung pada tahun 1947?

Penyelesaian: Karena penduduk kota Kendari tiap 10 tahun bukanlah dua kali lipat dari jumlah semula, berarti r = 2. Dari tahun 1947 ke tahun 2007 = 60 tahun, ini sama dengan

n= ~~= 6~~

Penduduk pada tahun 2007 = 3,2 juta orang; sehingga

$= 3{,}2 \text{ juta} = 32 \,.\, 10^5$

$= a.r^{n-1}$

— $32 \,.\, 10^3 = a.\ 2^{6-1}$
— $2^5 \,.\, 10^5 = a.\ 2^5$
— $a = 10^5$

Jadi penduduk kota kendari pada tahun 1947 adalah 100.000 orang.

Secara umum barisan geometri didefinisikan sebagai berikut:

, , , ..., disebut barisan geometri untuk n bilangan asli dan n > 1

dan berlaku : **r =** dengan

= suku pertama

= suku kedua

= suku ketiga

.

.

.

= suku ke - n

Dari bentuk umum barisan geometri , , , . . .,

= a

= .r = ar

= **.r** = ar.r = a

= .r = a .r = a

.

.

.

= a

Jadi pola bilangan barisan aritmatika adalah

, , , , ...

a, ar, a , a ,...........................a

Jadi rumus suku ke – n dari barisan geometri adalah

= a

Dengan : n = banyak suku, n ∈ bilangan asli

a = suku pertama

r = rasio atau perbendingan

= suku ke – n

Contoh 19

Tentukan rumus suku ke – n dan suku ke – 7 pada barisan geometri : 1, 2, 4, 8, ...

Jawab :

a = 1 dan r = 2

Rumus suku ke – n : **= a**

= 1.

=

Suku ke – 7 : = 2

= 2

= 64

Contoh 20

Suku pertama dari suatu barisan geometri sama dengan 128, sedangkan suku ke – 4 sama dengan 16,

a) Carilah rasio barisan geometri tersebut
b) Carilah suku ke – 6
c) Suku keberapakah yang nilainya sama dengan 1?

Jawab :

a) Rasio barisan geometri tersebut

a = 128 ….(i)

= 16 = a ....(ii)

Persamaan (ii) dibagi persamaan (i) diperoleh

– = = —

= = ( )–

r = (rasio =) –

b). Suku ke – 6

= a = 128. (–) = 128. — = 4 **(suku ke- 6 adalah 4)**

c) Suku yang nilainya sama dengan 1?

= 1

a = 1

128. (–) = 1

(–) = —

(–) = (–)

n – 1 = 7

n = 8

Jadi, 1 adalah suku ke – 8

Contoh 21

Diketahui barisan geometri dengan suku pertama a = 1 dan = 64. Tentukan suku ke – 10 barisan itu.

Jawab :

–– = · – —

= 64

= (±2)

r = ± 2

Suku ke – 10 = = a.

- Untuk r = 2 → = 1.(2) = 512
- Untuk r = -2 → = 1.(−2) = - 512

Latihan 10 :

1. Tentukan rumus suku ke – n dan suku ke – 7 dari barisan aritmatika di bawah ini.

   a. 3, 6, 12, 24, ...

   b. 1, 3, 9, 27, ...

2. Tulislah empat suku pertama dari barisan geometri yang ditentukan oleh rumus berikut :

   a. = 2

   b. = 2. –

3. Tentukan suku pertama, rasio dan U_n , jika

   a. U_3 = 18 dan U_5 = 162

   a. U_4 = 2 dan U_6 = –

4. Suku pertama dari suatu barisan geometri sama dengan 5, sedangkan suku ke – 6 sama dengan −160.

   a. Carilah rasio

   b. Carilah suku ke – 8

   c. Suku keberapakah yang nilainya sama dengan (−640)?

3. Jumlah n suku pertama deret geometri

Jika + + + + . . . + adalah deret geometri. Jika jumlah n suku pertama deret geometri dilambangkan dengan , maka dapat ditentukan dengan rumus :

= ( ) , untuk r > 1

atau

= ( ) , untuk r <

Dengan : n = banyak suku, n ∈ bilangan asli

a = suku pertama

r = rasio atau perbandingan

= Jumlah n suku pertama deret geometri

Contoh 22 . Hitunglah jumlah 7 suku pertama pada deret geometri berikut ini.

a) 1 + 3 + 9 + ...

b) 16 + 8 + 4 + ...

Jawab :

a. a = 1 dan r = 3

Oleh karena r > 1 maka rumus yang digunakan adalah

= ( )

= (⋯)

= ( )

= ( )

=

= …

Jadi, jumlah 7 suku pertama deret geometri itu adalah …

b. a = 16 dan r = =

Oleh karena r < 1, maka rumus yang digunakan adalah :

= ( )

= (( ))

= (…)

= 32.(-)

=

= …

Jadi, jumlah 7 suku pertama deret itu

Contoh 23

Hitunglah jumlah deret geometri 3 + 6 + 12 +.............. + 192

Jawab :

a = 3, r = = 2 dan = 192

= 192

. = 192

3. ... = 192

... =

2 = …

− 1 = …

= … + …

= …

= ( )

_ ...

_ (...)

= 3(…)

= ...

Jadi, jumlah deret geometri itu adalah …

Latihan 11

1. Hitunglah jumlah 8 suku pertama pada setiap deret geometri berikut ini :

   a. 5 + 10 + 15 + ...

   b. 1 − 2 + 4 − ⋯

   c. 27 − 9 + 3 − ...

2. Hitunglah jumlah setiap deret geometri berikut ini:

   a. 2 + 6 + 18 + ...+ 4374

   b. 1 − + − ... +

3. Carilah nilai n jika :

   a. $3 + 3^2 + 3^3 + . . . + 3^n = 120$

   b. + + + ... + =

4. Suku ke lima dari suatu deret geometri sama dengan 8, sedangkan suku kesepuluh sama dengan −256. Tentukan :

   a. Suku pertama dan rasio deret geometri itu

   b. Jumlah sepuluh suku pertama

4. Deret geometri tak hingga

Deret geometri tak hingga adalah deret geometri yang mempunyai suku – suku yang tak hingga banyaknya. Perhatikan contoh deret geometri berikut ini.

a) 1 + 2 + 4 + 8 + ...

b) 1 + +–+ +. . .-. . . .

- Pada contoh a), niliai r > 1 dan bilangannya makin lama makin besar ($\rightarrow \infty$). Jika n menuju bilangan yang cukup besar (n $\rightarrow \infty$) maka deret geometri yang seprti itu disebut deret geometri naik tak terhingga.
- Pada contoh b) nilai r < 1dan bilangannya makin lama makin kecil ($\rightarrow$ 0). Jika n menuju bilangan yang cukup besar (n $\rightarrow \infty$) maka deret yang seperti itu disebut deret geometri turun tak berhingga.
- Jika jumlah deret geometri tak hingga dilambangkan dengan , maka dapat ditentukan dengan rumus :

$$_{\infty} = \text{——}, \ -1 < r < 1$$

Dengan :

= Jumlah n suku pertama deret geometri

a = suku pertama

r = rasio atau perbandingan

Contoh 25

Hitunglah jumlah dari setiap deret geometri tak hingga berikut ini.

a) 1 + +–+ +. . .-. . . .

b) 5 + –+ + + ...

c) 4 – 2 + 1 -– + ...

Jawab :

a) 1 + +–+ +. . .-. . . .

a = 1 dan r =– berarti berada pada interval -1 < r < 1

$_{\infty}$ = ——

$_{\infty}$ = —— = = **2**

b) 5 + + + + ...

a = 5 dan r = berarti berada pada interval -1 < r < 1

$_{\infty}$ = ——

$_{\infty}$ = —— = = 10

c) 4 – 2 + 1 - + ...

a = 4 dan r = - berarti berada pada interval -1 < r < 1

$_{\infty}$ = ——

$_{\infty}$ = —— = = = **2**

Contoh 26

Suatu deret geometri tak hingga dengan $_{\infty}$ = 10 dan a = 5. Tentukanlah :

a) Rasio

b) Jumlah 4 suku pertama deret geometri tersebut

Jawab :

a. Rasio

$_{\infty}$ = ——

10 = ——

10(1-r) = 5

10 – 10r = 5

- 10r = 5 - 10

- 10r = -5

r = = ——

Jadi, rasionya adalah

b. Jumlah 4 suku pertama deret geometri tersebut

= ( ) ——

$= \frac{(()) -}{-}$

$= \frac{()}{-}$

$= 10() = = = 9$

Jadi, jumlah 4 suku pertama deret tersebut adalah 9

Latihan 12

1. Hitunglah jumlah dari setiap deret geometri tak hingga berikut ini :

   a. $1 + + + \ldots$

   b. $5 + 1 + + \ldots$

   c. $100 - 10 + 1 - \cdots$

2. Dari deret geometri tak hingga diketahui a = 3 dan S = 9. Tentukan lima suku pertama deret tersebut.

5. Penerapan deret geometri

Penerapan barisan dan deret geometri yang dapat digunakan dalam bidang keuangan, pertanian, dan lain sebagainya.

Perhatikan ilustrasi berikut !

Contoh 27

Sebuah bola tenis dijatuhkan ke lantai dari suatu tempat dengan ketinggian 4 meter. Setiap kali setelah bola itu memantul akan mencapai – dari tinggi yang dicapai sebelumnya. Hitunglah panjang lintasan yang dilalui bola itu sampai berhenti.

Jawab :

Bola jatuh : a = 4 dan r = –

Bola memantul : a = – 4 = 3 dan r = –

Panjang lintasan bola jatuh adalah :

$_\infty = \text{—}$

$_\infty = \text{—}$

$_\infty$ = – = **16 meter (panjang lintasan bola jatuh)**

Panjang linatasan bola memantul (naik) adalah :

$_{\infty} = \frac{}{}$

$_{\infty} = \frac{}{-}$

$_{\infty} = \frac{-}{-}$ **= 12 meter (panjang lintasan bola memantul)**

Jadi, panjang lintasan seluruhnya yang ditempuh bola adalah panjang lintasan bola jatuh + panjang lintasan bola memantul = **16 + 12 = 28 meter**.

Latihan 13

1. Sebuah bola tenis dijatuhkan ke lantai dari suatu tempat dengan ketinggian 1 meter. Setiap kali setelah bola itu memantul akan mencapai – dari tinggi yang dicapai sebelumnya. Hitunglah panjang lintasan yang dilalui bola itu sampai berhenti.
2. Sebuah bank swasta memberikan bunga sebesar 2,5% per bulan untuk tabungan nasabahnya. Seorang nasabah menabung sebesar Rp. 500.000,00. Tentukan total tabungan nasabah tersebut setelah 6 bulan tanpa pengambilan.