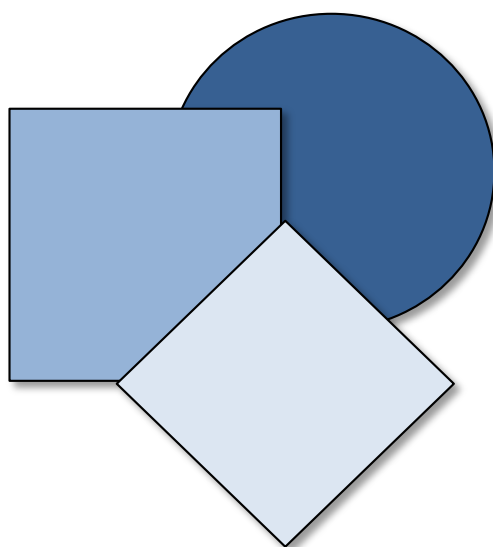


MATEMATIKA

MODUL 3 NILAI STASIONER



MATA PELAJARAN MATEMATIKA

KELAS XII SMK

SEMESTER GASAL

Penyusun: Rismiyati S.Pd

Asal Sekolah: SMK Al Ihsan - Boyolali

NILAI STASIONER

A. KOMPETENSI INTI (KI)

- KI 3 : Memahami, menerapkan menganalisis pengetahuan faktual, konseptual, prosedural berdasarkan ingin tahunya tentang ilmu pengetahuan, teknologi, seni, budaya dan humaniora dengan wawasan kemanusiaan, kebangsaan, kenegaraan, dan peradaban terkait fenomena dan kejadian, serta menerapkan pengetahuan prosedural pada bidang kajian yang spesifik sesuai dengan bakat dan minatnya untuk memecahkan masalah.
- KI 4 : Mengolah, menalar, menyaji dan mencipta dalam ranah konkret dan ranah abstrak terkait dengan pengembangan dari yang dipelajarinya di sekolah secara mandiri dan mampu menggunakan metode sesuai kaidah keilmuan

B. KOMPETENSI DASAR

1. Menganalisis keberkaitan turunan pertama fungsi dengan nilai maksimum, nilai minimum, dan selang kemonotonan fungsi, serta kemiringan garis singgung kurva.
2. Menyelesaikan masalah kontekstual yang berkaitan dengan turunan pertama fungsi aljabar

C. INDIKATOR PENCAPAIAN KOMPETENSI

- 3.32.1. Menentukan nilai, titik dan jenis stasioner menggunakan konsep turunan pertama.
Menyelesaikan masalah yang berkaitan dengan nilai, titik dan jenis stasioner menggunakan
- 4.32.1. konsep turunan turunan pertama.

D. TUJUAN PEMBELAJARAN

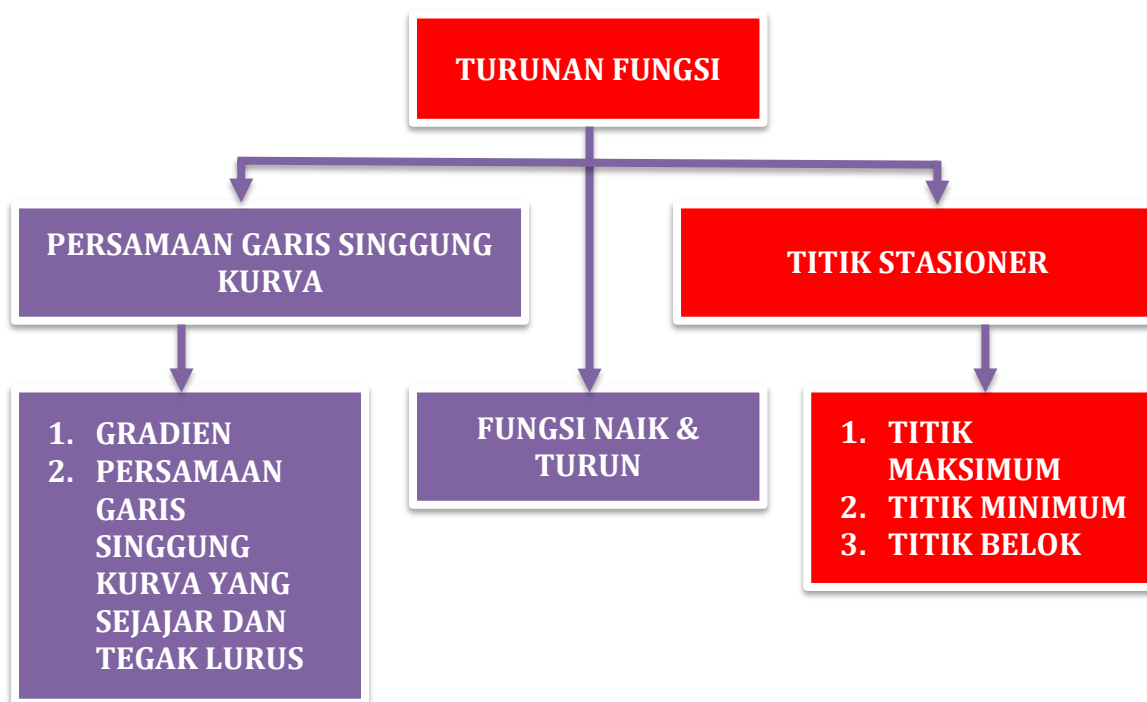
Melalui media pembelajaran problem based learning (PBL) dan aplikasi *google classroom* diharapkan siswa dapat:

1. Menyelesaikan masalah yang berkaitan dengan nilai dan titik stasioner menggunakan konsep turunan pertama.
2. Menyelesaikan masalah kontekstual (HOTS) berkaitan dengan nilai dan titik stasioner menggunakan konsep turunan turunan pertama

E. DISKRIPSI SINGKAT

Setelah menemukan konsep fungsi naik dan turun, kita lanjutkan pembelajaran ke permasalahan maksimum dan minimum serta titik belok suatu fungsi. Aplikasi yang akan dibahas adalah permasalahan titik optimal fungsi dalam interval terbuka dan tertutup, titik belok dan permasalahan kecepatan maupun percepatan.

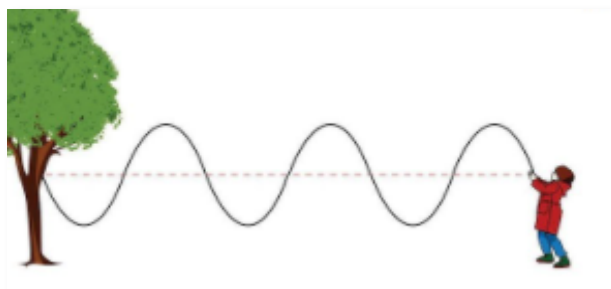
F. PETA KONSEP



G. MATERI

Permasalahan

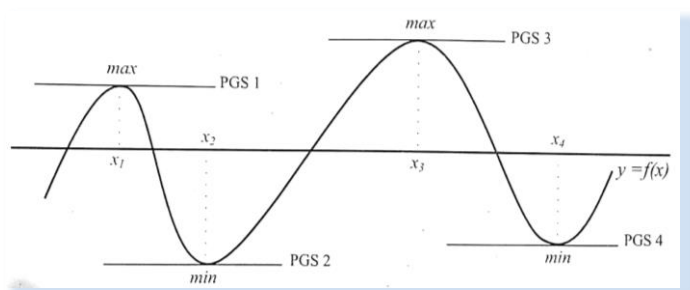
Seorang anak menarik sebuah tali dan kemudian membuat gelombang dari tali dengan menghentak tali tersebut ke atas dan ke bawah. Dia melihat bahwa gelombang tali memiliki puncak maksimum maupun minimum. Dapatkah kamu menemukan konsep nilai maksimum ataupun minimum dari sebuah fungsi?



<http://maknafisis.weebly.com/>

Penyelesaian

Gradient garis singgung adalah tangen sudut yang dibentuk oleh garis itu sendiri dengan sumbu x positif atau turunan pertama dari titik singgungnya.



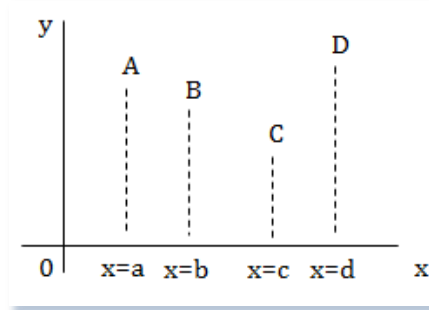
Gambar sketsa gelombang tali

Coba kamu amati gambar di atas. Garis singgung (PGS 1, PGS 2, PGS 3 dan PGS 4) adalah horizontal $y = c$ dengan c konstan. Garis singgung ini mempunyai gradien nol ($m = 0$). Keempat garis menyinggung kurva di titik puncak dengan absis $x = x_1, x = x_2, x = x_3,$ dan $x = x_4$ sehingga $f'(x_1) = 0, f'(x_2) = 0, f'(x_3) = 0,$ dan $f'(x_4) = 0$. Dari pengamatan, dapat disimpulkan bahwa suatu fungsi akan mencapai optimal (maksimum/minimum) jika $m = f'(x) = 0$. Titik yang memenuhi $f'(x) = 0$ disebut titik stasioner.

NILAI STASIONER

Perhatikan grafik fungsi $y = f(x)$ pada gambar di samping.

Pada titik A, B, C dan D dengan absis berturut-turut $x = a, x = b, x = c$ dan $x = d$ menyebabkan $f'(x) = 0$ maka $f(a), f(b), f(c)$ dan $f(d)$ merupakan nilai – nilai stasioner.



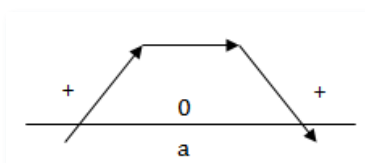
Jenis-Jenis Stasioner

1. Nilai stasioner di titik A.

Pada : $x < a$ diperoleh $f'(x) > 0$

$x = a$ diperoleh $f'(x) = 0$

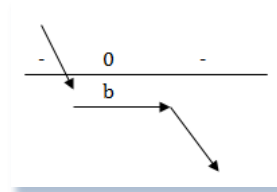
$x > a$ diperoleh $f'(x) < 0$



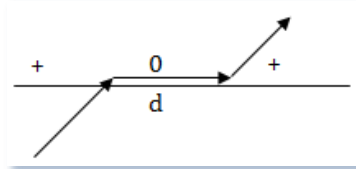
Fungsi yang mempunyai sifat demikian dikatakan fungsi $f(x)$ mempunyai nilai stasioner maksimum $f(a)$ pada $x = a$ dan titik $(a, f(a))$ disebut titik balik maksimum.

2. Nilai stasioner di titik B dan D.

- a. Pada: $x < b$ diperoleh $f'(x) < 0$
 $x = b$ diperoleh $f'(x) = 0$
 $x > b$ diperoleh $f'(x) < 0$



- b. Pada: $x < d$ diperoleh $f'(x) > 0$
 $x = d$ diperoleh $f'(x) = 0$
 $x > d$ diperoleh $f'(x) < 0$

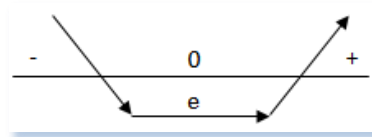


Fungsi ini mempunyai nilai stasioner belok turun $f(d)$ pada $x = d$ dan titik $(d, f(d))$ disebut titik belok.

Pada titik B atau D sering hanya disingkat nilai stasioner belok.

3. Nilai stasioner di titik E

- Pada: $x < e$ diperoleh $f'(x) < 0$
 $x < e$ diperoleh $f'(x) < 0$
 $x > e$ diperoleh $f'(x) > 0$



Fungsi ini mempunyai nilai stasioner minimum $f(e)$ pada $x = e$ dan titik $(e, f(e))$ disebut titik balik minimum.

Contoh:

Tentukan titik stasioner dan jenisnya dari fungsi $f(x) = x^2 + 2x$

Jawab:

$$f(x) = x^2 + 2x$$

$$f'(x) = 2x + 2$$

$$= 2(x + 1)$$


Nilai stasioner didapat dari $f'(x) = 0$

$$2(x + 1) = 0$$

$$x = -1$$

$$f(-1) = (-1)^2 + 2(-1) = -1$$

Jadi diperoleh titik stasioner $(-1, -1)$

	$x = 1$		
x	-1^-	-1	-1^+
$2(x + 1)$	-	0	+
$f'(x)$	-	0	+
Bentuk grafik			

3. Jumlah dua bilangan positif x dan y adalah 18. Tentukan nilai maksimum $x \cdot y$!

Jawab:

$$x + y = 18$$

$$y = 18 - x$$

$$x \cdot y = f(x) = x(18 - x) = 18x - x^2$$

$f(x)$ maksimum jika $f'(x) = 0$

$$f'(x) = 18 - 2x = 0$$

$$2x = 18$$

$$x = 9$$

$$\text{Maka nilai } y = 18 - 9 = 9$$

$$\text{Jadi, nilai maksimum } x \cdot y = (9) \cdot (9) = 81$$

H. RANGKUMAN

1. Jika fungsi $f(x)$ mempunyai turunan pada $x = a$ dan $f'(a) = 0$ maka $f(a)$ adalah nilai stasioner fungsi $f(x)$ dan titik stasionernya adalah $(a, f(a))$.
2. Jika $f'(x_1) = 0$ dan $f''(x_1) > 0$ maka titik $(x_1, f(x_1))$ disebut titik minimum fungsi
3. Jika $f'(x_1) = 0$ dan $f''(x_1) < 0$ maka titik $(x_1, f(x_1))$ disebut titik maksimum fungsi
4. Jika $f'(x_1) = 0$ dan $f''(x_1) = 0$ maka titik $(x_1, f(x_1))$ disebut titik belok fungsi

I. LATIHAN SOAL

1. Tentukan nilai stasioner dan jenisnya pada fungsi berikut:

a. $f(x) = x^2 - 6x$

b. $f(x) = 2x^3 - 9x^2 + 12x$

c. $f(x) = \frac{1}{4}x^4 - \frac{1}{2}x^2$

d. $f(x) = x^4 - 8x^2 - 9$

e. $f(x) = \frac{(x-1)^2}{x-4}$

2. Persegi panjang dengan keliling ($2x + 24$) cm dan lebarnya ($8 - x$) cm. tentukan panjangnya agar luas mencapai maksimum !
3. Dari sebuah karton berbentuk persegi dengan panjang sisi c cm aan dibuat sebuah kotak tanpa tutup, dengan cara menggunting empat persegi di pojoknya sebesar h cm. Tentukan panjang h agar volume kotak maksimum !

J. DAFTAR PUSTAKA

- Kasmina. Toali dkk. Matematika kelas XII, Erlangga, Jakarta, 2008
- Kasmina. X-Press UN 2019 untuk SMK/MAK Matematika, Erlangga, Jakarta, 2019
- Fitri K dan Sherly R. Modul Matematika XII, Aktual, Karanganyar, 2019
- Buku Matematika Pegangan Siswa kelas XII, Kemendikbud RI 2015