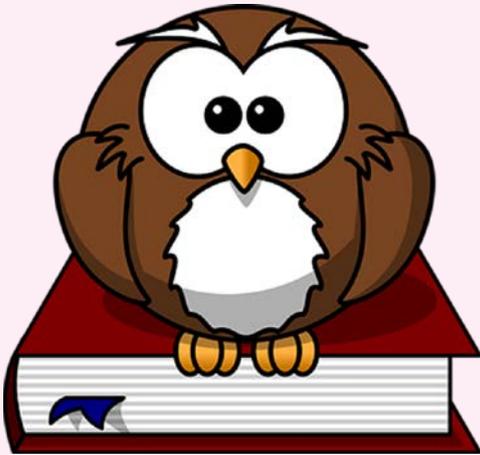


Kompetensi Dasar

3.2 Menjelaskan program linear dua variabel dan metode penyelesaiannya dengan menggunakan masalah kontekstual.

4.2 Menyelesaikan masalah kontekstual yang berkaitan dengan program linear dua variabel.



Penyusun :Ni Made Aristi Aprilia

Tujuan Pembelajaran :

Setelah mempelajari modul ini, peserta didik diharapkan mampu :

1. Menentukan penyelesaian PtLDV dengan metode uji titik dan melihat tanda ketidaksamaan dengan tepat.
2. Menyusun PtLDV dari suatu daerah penyelesaian dengan tepat.
3. Menentukan daerah penyelesaian Sistem Pertidaksamaan Linear Dua Variabel dengan metode uji titik atau melihat tanda ketidaksamaan.
4. Membuat model matematika dari suatu permasalahan.
5. Menentukan nilai optimum .

Petunjuk Penggunaan Modul

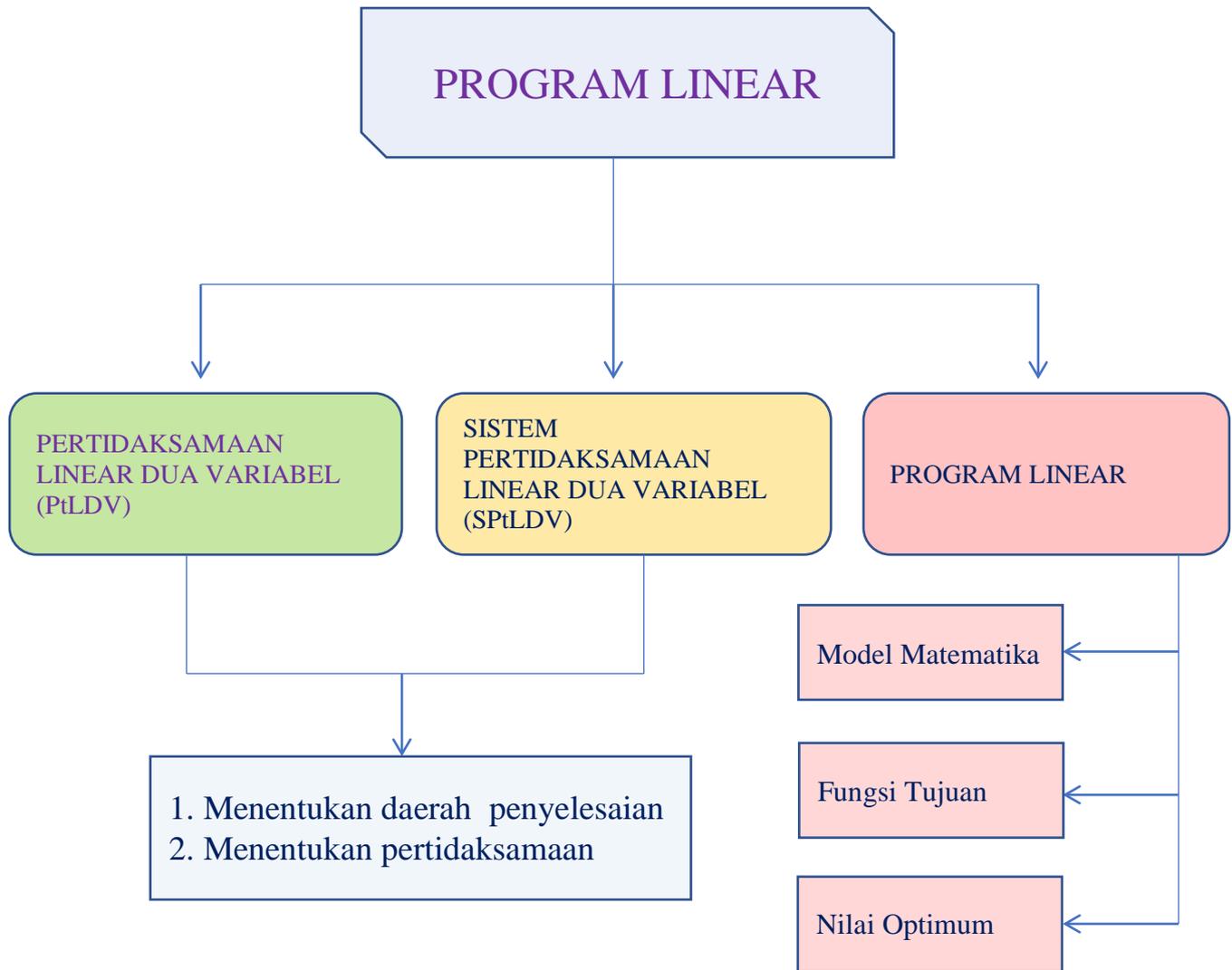
- Pahami tujuan pembelajaran yang akan dicapai pada modul ini.
- Bacalah modul ini dengan teliti, sehingga materi yang disajikan dapat dipahami dengan baik.
- Kerjakan soal latihan yang disajikan pada modul ini untuk berlatih menjawab pertanyaan-pertanyaan tipe tertentu.

Pendahuluan



Dalam kehidupan sehari-hari sering dijumpai aplikasi program linear, seperti pembangunan perumahan atau apartemen, pemakaian obat-obatan dalam penyembuhan pasien, pemakaian tanah untuk lahan parkir, masalah transportasi dan lainnya. Bagaimanakah cara menghitung permasalahan hal – hal yang berkaitan dengan persoalan di atas? Untuk mengetahui jawaban dari pertanyaan di atas maka kita harus mempelajari Bab Program Linear. Sebelum ke materi Program Linear kalian harus paham dulu mengenai apa itu Pertidaksamaan Linear Dua variabel dan Sistem Pertidaksamaan Linear Dua Variabel.

PETA KONSEP



A. Pertidaksamaan Linear Dua Variabel

Perhatikan bentuk-bentuk $x + 2y \geq 6$, $x - 4y \leq 8$, $x \geq 0$, dan $3x + y < 0$. Bentuk-bentuk tersebut dikenal dengan istilah pertidaksamaan linear dua variabel (PtLDV).

Pertanyaan :

1. Apakah setiap pertidaksamaan memiliki dua variabel?
2. Apakah setiap variabel memiliki pangkat satu?
3. Berdasarkan pertanyaan no 1 dan 2, jelaskan apa yang dimaksud dengan PtLDV

Menentukan Penyelesaian Pertidaksamaan Linear Dua Variabel (PtLDV)

Daerah himpunan penyelesaian suatu PtLDV dapat dicari menggunakan dua metode.

a. Metode uji titik

Berikut ini langkah - langkahnya.

Misal PtLDV : $ax + by \leq c$

1) Gambarlah grafik garis $ax + by = c$.

Jika tanda ketaksamaan berupa \leq atau \geq maka garis pembatas digambar penuh.

Jika tanda ketaksamaan berupa $<$ atau $>$ maka garis pembatas digambar putus-putus.

2) Uji titik

Ambil suatu titik sembarang, misal (x_1, y_1) yang tidak terletak pada garis $ax + by = c$.

Substitusikan titik tersebut ke dalam pertidaksamaan $ax + by \leq c$. Ada dua kemungkinan sebagai berikut.

a) Apabila pertidaksamaan $ax_1 + by_1 \leq c$ bernilai benar, maka daerah himpunan penyelesaiannya adalah daerah yang memuat titik (x_1, y_1) dengan batas garis $ax + by = c$.

b) Apabila pertidaksamaan $ax_1 + by_1 \leq c$ bernilai salah, maka daerah himpunan penyelesaiannya adalah daerah yang tidak memuat titik (x_1, y_1) dengan batas garis $ax + by = c$

b. Melihat tanda ketidaksamaan

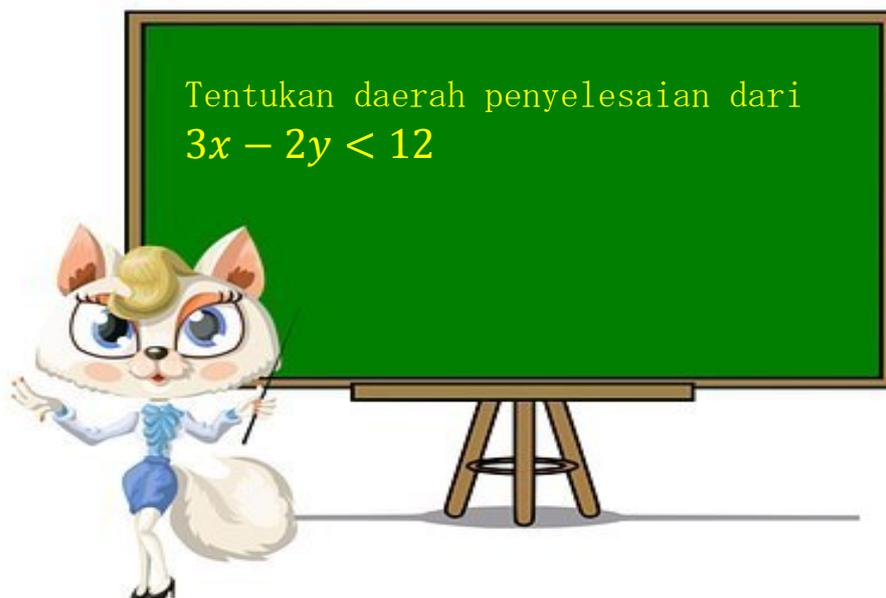
Daerah himpunan penyelesaian PtLDV dapat ditentukan berada di kanan atau kiri garis pembatas dengan cara memperhatikan tanda ketaksamaan. Berikut ini langkah-langkahnya.

1) Pastikan koefisien x dari PtLDV tersebut positif, *Jika tidak positif* kalikan PtLDV dengan -1 .

2) Jika koefisien x dari PtLDV sudah positif, perhatikan tanda ketaksamaan.

Jika tanda ketaksamaan $<$ maka daerah penyelesaian terletak di sebelah kiri garis pembatas. Jika tanda ketaksamaan $>$ maka daerah penyelesaian terletak di sebelah kanan garis pembatas.

CONTOH SOAL



Penyelesaian :

$$3x - 2y < 12 \text{ buat menjadi persamaan } 3x - 2y = 12$$

Koordinat titik potong terhadap sumbu $x \rightarrow y = 0$

$$3x - 2(0) = 12$$

$$3x - 0 = 12$$

$$3x = 12$$

PROGRAM LINEAR | KELAS XI SEMESTER 1

$$x = \frac{12}{3} = 4 \rightarrow (4,0)$$

Koordinat titik potong terhadap sumbu $y \rightarrow x = 0$

$$3(0) - 2y = 12$$

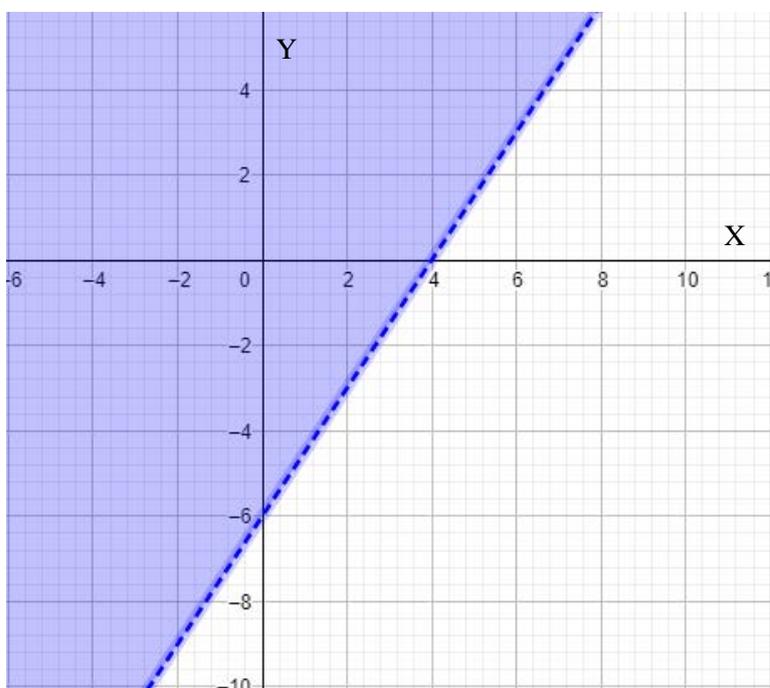
$$0 - 2y = 12$$

$$-2y = 12$$

$$y = \frac{12}{-2} = -6 \rightarrow (0, -6)$$

Lihat tanda ketidaksamaan

Tanda ketidaksamaan $<$ berarti daerah berada disebelah kiri garis pembatas dan garis pembatas putus – putus.



Metode uji titik

Misal ambil sebarang titik $(0,0)$ substitusikan ke $3x - 2y < 12$

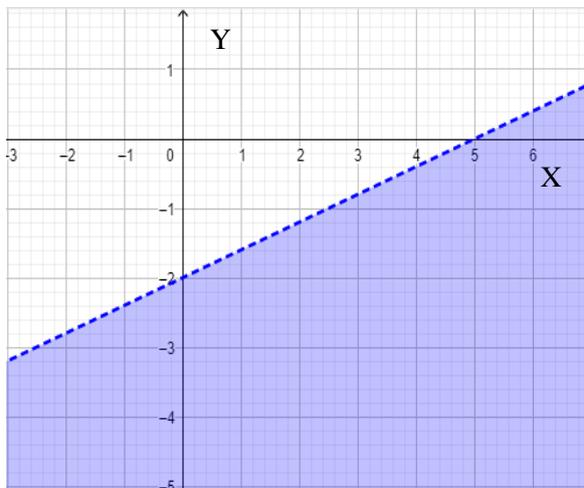
$$3(0) - 2(0) < 12$$

$0 < 12 \rightarrow \text{benar, sehingga DP berada pada titik tersebut}$

Menyusun Pertidaksamaan Linear Dua Variabel (PtLDV) Suatu Daerah Penyelesaian

Setelah kalian mencermati penyelesaian contoh soal di atas , sekarang kita akan belajar bagaimana cara menyusun suatu pertidaksamaan linear dua variabel jika diketahui daerah penyelesaiannya?

TUGAS

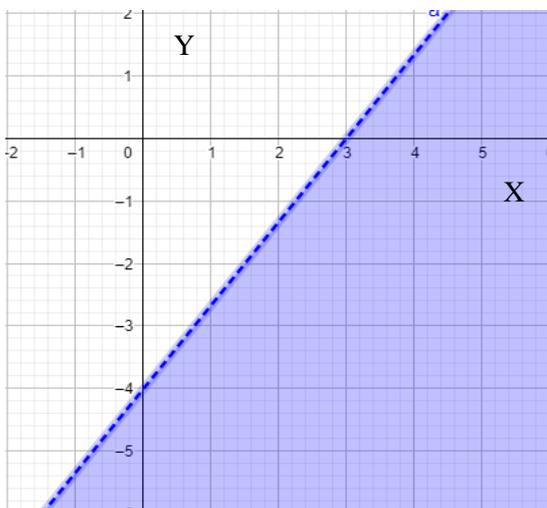


Perhatikan daerah penyelesaian pada soal di atas. Diskusikan dengan teman kelompok kalian bagaimana cara menentukan system pertidaksamaannya.

Setelah kalian mempelajari materi Pertidaksamaan Linear Dua Variabel kerjakan latihan soal di bawah ini.

LATIHAN SOAL

- Gambarlah pada bidang Cartesius, daerah himpunan penyelesaian pertidaksamaan berikut untuk $x, y \in R$
 - $x \leq 5$
 - $5y - x > 5$
- Tentukan sistem pertidaksamaannya.



B. Sistem Pertidaksamaan Linear Dua Variabel

Perhatikan bentuk-bentuk Sistem Pertidaksamaan Linear Dua Variabel berikut :

$$a. \begin{cases} x + y < 2 \\ x - 2y \geq 4 \end{cases}$$

$$b. \begin{cases} 3x + y \leq 4 \\ x - 4y < 8 \\ x \geq 2 \end{cases}$$

Setelah memperhatikan contoh – contoh SPtLDV jawablah pertanyaan berikut

Pertanyaan :

1. Apakah setiap SPtLDV terdiri atas dua atau lebih PtLDV?
2. Apakah variabel pada setiap PtLDV sama ?
3. Berdasarkan pertanyaan no 1 dan 2, jelaskan apa yang dimaksud dengan SPtLDV

Menentukan Penyelesaian Pertidaksamaan Linear Dua Variabel (PtLDV)

Himpunan penyelesaian suatu sistem pertidaksamaan linear dua variabel merupakan himpunan pasangan bilangan (x, y) yang memenuhi sistem pertidaksamaan linear tersebut. Himpunan penyelesaian SPtLDV berupa suatu daerah yang dibatasi garis pada sistem koordinat Kartesius. Metode yang digunakan sama seperti menentukan pertidaksamaan linear dua variabel sebelumnya.

CONTOH SOAL



PROGRAM LINEAR | KELAS XI SEMESTER 1

Penyelesaian :

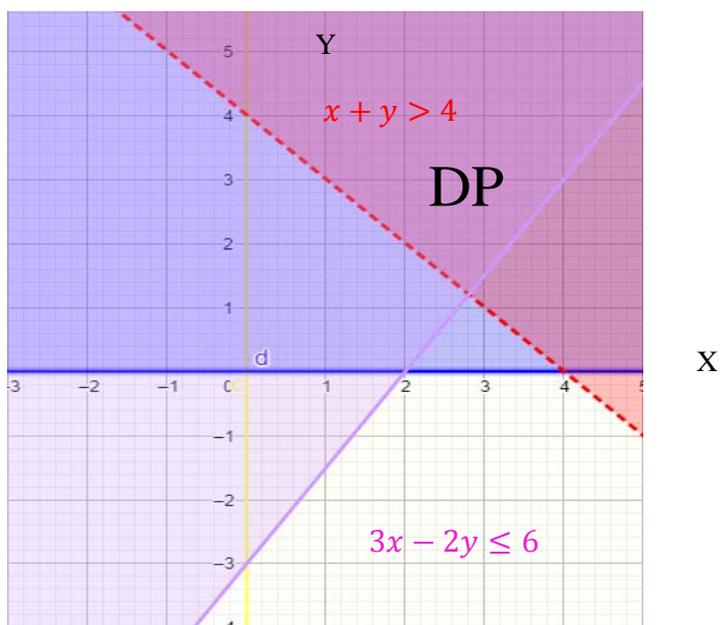
Dengan melihat tanda ketidaksamaan

Untuk $x + y > 4$ daerah penyelesaian ada di kanan garis pembatas, dan garis pembatas putus - putus

Untuk $3x - 2y \leq 6$ daerah penyelesaian ada di kiri garis pembatas, dan garis pembatas penuh

Untuk $x \geq 0$ dan $y \geq 0$ berada di kuadran 1

Gambar

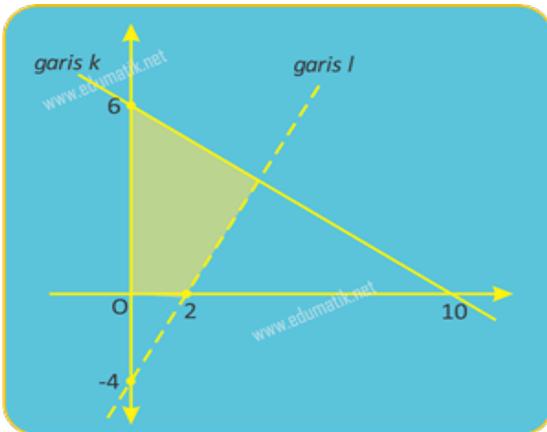


Daerah penyelesaiannya adalah daerah yang paling kotor (paling banyak mendapat arsiaran) dan dibatasi oleh kurva – kurva pertidaksamaan pada soal.

Menyusun Sistem Pertidaksamaan Linear Dua Variabel (SPtLDV) Suatu Daerah Penyelesaian

Setelah kalian mencermati penyelesaian contoh soal di atas , sekarang kita akan belajar bagaimana cara menyusun suatu pertidaksamaan linear dua variabel jika diketahui daerah penyelesaiannya?

TUGAS



Diskusikan dengan teman kelompok kalian bagaimana cara menentukan sistem pertidaksamaannya.

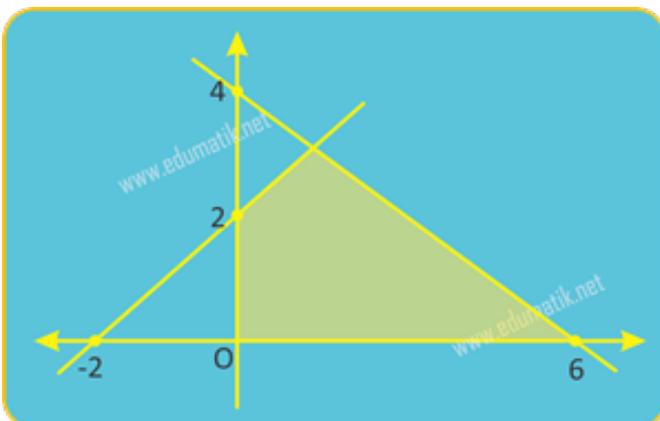
Setelah kalian mempelajari materi Sistem Pertidaksamaan Linear Dua Variabel kerjakan latihan soal di bawah ini.

LATIHAN SOAL

1. Tentukan daerah penyelesaian dari sistem pertidaksamaan berikut.

$$\begin{cases} x - 2y < -2 \\ 2x \geq y \\ y \leq 4 \end{cases}$$

2. Tentukan sistem pertidaksamaan dari



C. Program Linear



Seorang penjahit pakaian mempunyai persediaan kain polos 20 m dan kain bergaris 45 m. Penjahit tersebut akan membuat pakaian model U dan model V. Model U memerlukan 1 m kain polos dan 3 m kain bergaris. Model V memerlukan 2 m kain polos dan 1 m kain bergaris. Laba dari masing-masing model V adalah Rp20.000,00 dan model U Rp15.000,00. Berapa pendapat maksimum yang diperoleh penjahit tersebut?

Masalah tersebut dapat diselesaikan dengan program linear dengan terlenih dahulu membuat model matematikanya.

Pertanyaan :

1. Apakah yang dimaksud dengan Program linear?

Model Matematika

Model matematika dapat didefinisikan sebagai suatu rumusan matematika yang diperoleh dari hasil penafsiran seseorang ketika menerjemahkan suatu masalah program linear ke dalam Bahasa matematika. Suatu model matematika dikatakan baik apabila di dalam model tersebut hanya memuat bagian-bagian yang diperlukan saja.

CONTOH SOAL

Seorang siswa memilih jurusan IPA, jika memenuhi syarat-syarat sebagai berikut:

- Jumlah nilai Matematika dan Fisika tidak boleh kurang dari 12
- Nilai masing-masing pada pelajaran tersebut tidak boleh kurang dari 5

Buatlah model matematika yang bisa digunakan sebagai patokan agar seorang siswa bisa memilih jurusan IPA!

Penyelesaian :

Kita misalkan nilai matematika = x dan nilai fisika = y , maka dari syarat a.) diperoleh hubungan:

$$x + y \geq 12$$

Dan dari syarat b.) diperoleh hubungan:

$$x \geq 5 \text{ dan } y \geq 5$$

maka, model matematika yang dapat digunakan untuk patokan agar seorang siswa bisa memilih jurusan IPA adalah:

$$x \geq 5 \text{ dan } y \geq 5, \text{ dan } x + y \geq 12 \in \mathbf{C}$$

Fungsi Tujuan

Fungsi tujuan disebut juga fungsi sasaran/ fungsi objektif. Fungsi tujuan berbentuk $(x, y) = ax + by$. Nilai Optimum fungsi tujuan ada dua yaitu nilai maksimum dan nilai minimum

CONTOH SOAL

Pedagang buah memiliki modal Rp. 1.000.000,00 untuk membeli apel dan pisang untuk dijual kembali. Harga beli tiap kg apel Rp 4000,00 dan pisang Rp 1.600,00. Tempatnya hanya bisa menampung 400 kg buah. Tentukan jumlah apel dan pisang agar kapasitas maksimum.



PROGRAM LINEAR | KELAS XI SEMESTER 1

Penyelesaian :

Langkah pertama membuat model matematikanya

Misal: apel = x , pisang = y

$$x + y \leq 400 \quad \rightarrow \quad \text{Kapasitas tempat}$$

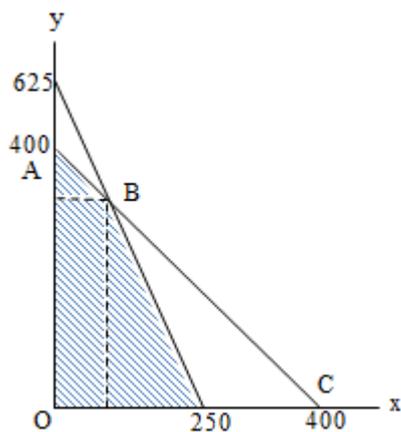
$$4.000x + 1.600y \leq 1.000.000$$

$$5x + 2y \leq 1.250 \quad \rightarrow \quad \text{Modal}$$

$$x \geq 0$$

$$y \geq 0$$

Langkah kedua menggambar daerah penyelesaiannya



Titik ekstrim:

- $A(0, 400)$ bukan optimum karena tidak ada apel
- $C(250, 0)$ bukan optimum karena tidak ada pisang
- $B(x_B, y_B)$

$$5x + 2y \leq 1250$$

$$\underline{2x + 2y \leq 800}$$

$$3x \leq 450 \xrightarrow{\text{sehingga}} x = 150$$

$$y = 250$$

Sehingga jumlah maksimum:

- Apel: 150 kg
- Pisang: 250 kg

LATIHAN SOAL

Bu Sinta seorang penjahit, ia memiliki persediaan 4m kain wol dan 6 meter kain satin. Dari kain tersebut akan dibuat dua model baju pesta. Model pertama memerlukan 1m kain wol dan 2m kain satin. Model kedua memerlukan 2m kain wol dan 1m kain satin. Baju pesta model pertama dijual seharga Rp600.000 dan model kedua dijual dengan harga Rp500.000. Jika seluruh baju terjual, tentukan hasil penjualan maksimumnya.

Rangkuman

- Daerah himpunan penyelesaian PtLDV dapat ditentukan berada di kanan atau kiri garis pembatas dengan cara memperhatikan tanda ketaksamaan. Berikut ini langkah-langkahnya.

1) Pastikan koefisien x dari PtLDV tersebut positif. Jika tidak positif, kalikan PtLDV dengan (-1) .

2) Jika koefisien x dari PtLDV sudah positif, perhatikan tanda ketaksamaan.

Jika tanda ketaksamaan $<$ atau \leq maka daerah penyelesaian terletak di sebelah kiri garis pembatas. Jika tanda ketaksamaan $>$ atau \geq maka daerah penyelesaian terletak di sebelah kanan garis pembatas.

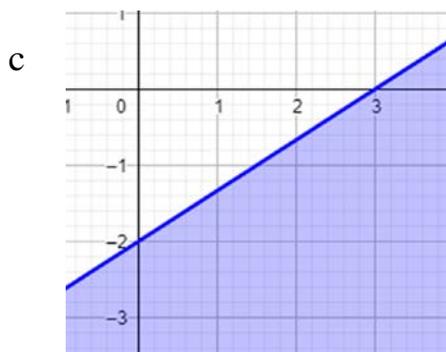
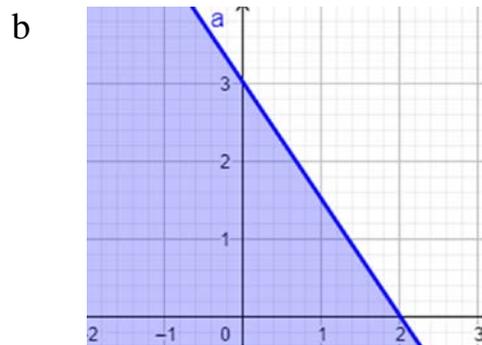
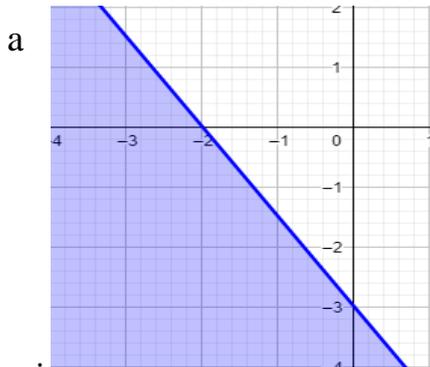
Jika tanda ketaksamaan \geq atau \leq garis pembatas penuh (___). Jika tanda ketaksamaan $>$ atau $<$ garis pembatas dibuat putus – putus (_ _ _)

- Program Linear adalah suatu program untuk menyelesaikan permasalahan yang batasanbatasannya berbentuk pertidaksamaan linear.
- Model matematika adalah adalah suatu hasil interpretasi manusia dalam menerjemahkan atau merumuskan persoalan sehari-hari ke dalam bentuk matematika, sehingga persoalan itu dapat diselesaikan secara

Uji Kompetensi Siswa

Setelah kalian mempelajari materi Program Linear ini, kerjakan soal di bawah ini.

1. Daerah Penyelesaian dari $3y - 2x \leq -6$ ditunjukkan oleh...



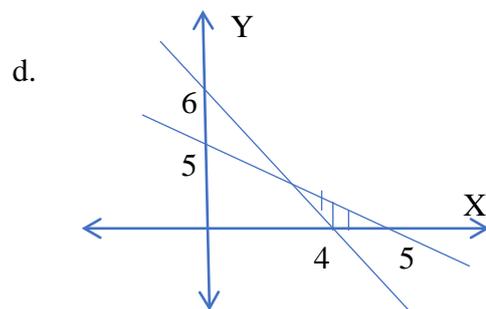
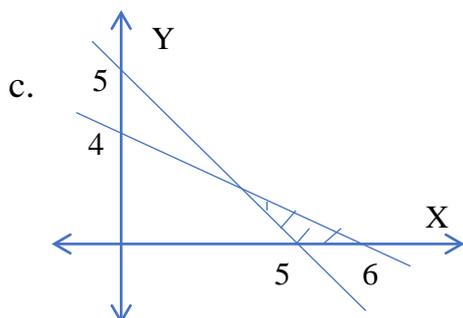
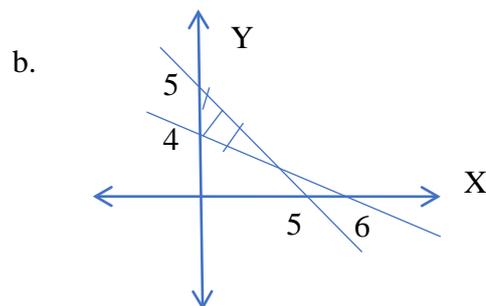
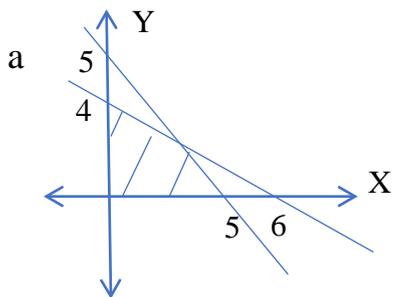
2. Daerah penyelesaian yang memenuhi sistem pertidaksamaan $x \geq 2, y \leq 8, x - y \leq 2$ berbentuk...

- a. segitiga lancip
- b. segitiga sama sisi
- c. segitiga sebarang
- d. segitiga siku – siku sama kaki

3. Grafik berikut yang merupakan daerah penyelesaian dari sistem pertidaksamaan

$$\left\{ \begin{array}{l} 3x + 2y \leq 12 \\ x + y \geq 5 \\ x \leq 0 \\ y \leq 0 \end{array} \right.$$

adalah.....



4. Luas daerah yang memenuhi sistem pertidaksamaan $x + y \leq 5$, $y \leq 3$,

$x \geq 0$, $y \geq 0$ adalah... satuan luas

- a. 10,5
- b. 12,5
- c. 13
- d. 14,5

5. Di sebuah kantin, Ani dan kawan – kawannya membayar tidak lebih dari Rp 36.000 untuk 4 mangkok soto dan 6 gelas es teh yang mereka pesan. Di kantin yang sama Adi dan kawan – kawannya membayar tidak lebih dari Rp 56.000 untuk 8 mangkok soto dan 3 gelas es teh untuk yang mereka pesan. Jika Dion dan kawan – kawannya memesan 5 mangkok soto dan 3 gelas es teh di kantin yang sama, uang maksimum yang harus ia bayar adalah....

- a. Rp 28.000
- b. Rp 30.000
- c. Rp 35.000
- d. Rp 36.000

Kunci Jawaban

No Soal	Jawaban
1	C
2	D
3	C
4	A
5	D

Daftar Pustaka

Buku PR Matematika SMA/MA Kelas XI Program Wajib Semester 1. Yogyakarta: PT Penerbit Intan Pariwara. 2

http://buku.kemdikbud.go.id/assets/books/b_2a3411db-6de8-459d-8207-366b

<https://setiyaantara.files.wordpress.com/2014/07/modul-program-linear-kur-2013.pdf>

<https://edumatik.net/menentukan-sistem-pertidaksamaan/>

<https://alkausarfauzi98.wordpress.com/2016/09/28/pengertian-program-linear-dan-model-matematika/>

<https://www.studiobelajar.com/program-linear/>