

Rencana Pelaksanaan Pembelajaran (RPP)

Satuan Pendidikan : SMAN 1 MONTALLAT

Mata Pelajaran : Matematika

Kelas/ Semester : XI/ Genap

Materi Pokok : Turunan

Alokasi Waktu : 2 x 45menit

A. Kompetensi Inti (KI)

1. Menghayati dan mengamalkan ajaran agama yang dianutnya
2. Menunjukkan perilaku jujur, disiplin, tanggung jawab, peduli (gotong royong, kerjasama, toleran, damai), santun, responsif, dan pro-aktif sebagai bagian dari solusi atas berbagai permasalahan dalam berinteraksi secara efektif dengan lingkungan sosial dan alam serta menempatkan diri sebagai cerminan bangsa dalam pergaulan dunia
3. Memahami, menerapkan, dan menganalisis pengetahuan faktual, konseptual, prosedural, dan metakognitif berdasarkan rasa ingintahunya tentang ilmu pengetahuan, teknologi, seni, budaya, dan humaniora dengan wawasan kemanusiaan, kebangsaan, kenegaraan, dan peradaban terkait penyebab fenomena dan kejadian, serta menerapkan pengetahuan prosedural pada bidang kajian yang spesifik sesuai dengan bakat dan minatnya untuk memecahkan masalah
4. Mengolah, menalar, dan menyaji dalam ranah konkret dan ranah abstrak terkait dengan pengembangan dari yang dipelajarinya di sekolah secara mandiri, bertindak secara efektif dan kreatif, serta mampu menggunakan metoda sesuai kaidah keilmuan

B. Kompetensi Dasar (KD), Indikator Pencapaian Kompetensi

No	KOMPETENSI DASAR	INDIKATOR PENCAPAIAN KOMPETENSI
1	Kompetensi Pengetahuan Menganalisis keberkaitan turunan pertama fungsi dengan nilai maksimum, nilai minimum, dan selang kemonotonan fungsi, serta kemiringan garis singgung kurva	IPK Pendukung 3.9.1 Menjelaskan nilai maksimum IPK Kunci 3.9.5 Menganalisis kaitan turunan dengan nilai maksimum
2	Kompetensi Keterampilan Menggunakan turunan pertama fungsi untuk menentukan titik maksimum, titik minimum, dan selang kemonotonan fungsi, serta	4.9.1 Menyelesaikan masalah keterkaitan turunan

	kemiringan garis singgung kurva, persamaan garis singgung, dan garis normal kurva berkaitan dengan masalah kontekstual	
--	--	--

C. Tujuan Pembelajaran

Dengan menggunakan model pembelajaran penemuan terbimbing (Discovery Learning) diharapkan siswa dapat menemukan hubungan antara turunan dengan nilai maksimum, dan dapat menyelesaikan masalah kontekstual dengan menggunakan turunan fungsi aljabar.

D. Materi Pembelajaran

Turunan (Nilai Maksimum)

E. Metode Pembelajaran

Pendekatan : Scientific Learning

Model Pembelajaran : Discovery Learning (Penemuan Terbimbing)

F. Media Pembelajaran

Video Pembelajaran dan LKPD

G. Sumber belajar

1. Buku Teks penunjang Unit Pembelajaran Mata Pelajaran Matematika Transformasi Geometri SMA Peminatan. Kemendikbud, Tahun 2019 267 – 273 dan Sumber lain yang relevan
2. Buku Matematika SMA/MA/SMK/MAK Kelas XI, Kemdikbud RI 2007 halaman 271-276
3. <https://www.konsep-matematika.com/2015/12/nilai-maksimum-dan-minimum-suatu-fungsi.html>
4. <https://www.youtube.com/watch?v=N621yvjpgb8>
5. <https://www.youtube.com/watch?v=FLjGUxvLgWs>

H. Langkah-langkah Kegiatan Pembelajaran

TAHAP PEMBELAJARAN	KEGIATAN PEMBELAJARAN	ALOKASI WAKTU
A. Kegiatan Pendahuluan		
Pendahuluan (persiapan/orientasi)	<p>Melakukan pembukaan dengan salam pembuka, memanjatkan <i>syukur</i> kepada Tuhan YME dan berdoa untuk memulai pembelajaran.</p> <p>Memeriksa kehadiran peserta didik sebagai sikap disiplin.</p> <p>Menyiapkan fisik dan psikis peserta didik dalam mengawali kegiatan pembelajaran.</p>	10 mnit
Apersepsi	<p>Mengaitkan materi/tema/kegiatan pembelajaran yang akan dilakukan dengan pengalaman peserta didik dengan materi/tema/kegiatan sebelumnya .</p> <p>Mengingatn kembali materi Konsep turunan dan sifat-sifat, dan teorema Turunan sebagai materi prasyarat dengan bertanya dan mengingatkan sekilas tentang materi tersebut.</p> <p>Mengajukan pertanyaan yang ada keterkaitannya dengan pelajaran yang akan dilakukan.</p> <p>Menyampaikan tujuan pembelajaran pada pertemuan kepada peserta didik</p> <p>Menyampaikan penjelasan langkah langkah kegiatan yang akan dilaksanakan</p>	
Motivasi	<p>Memberikan gambaran tentang manfaat mempelajari pelajaran yang akan dipelajari dalam kehidupan sehari-hari. Apabila materi ini kerjakan dengan baik dan sungguh-sungguh ini dikuasai dengan baik, maka peserta didik diharapkan dapat menjelaskan tentang materi : <i>kaitan Turunan dengan nilai maksimal</i></p>	
B. Kegiatan Inti		
Fase 1-Pemberian stimulus	<p>Guru memutarakan video pembelajaran berhubungan dengan turunan fungsi aljabar serta nilai maksimum.</p> <p>Guru menceritakan suatu kejadian dalam kehidupan sehari hari untuk memancing respon peserta didik dan kemudian guru memberikan</p>	70 mnit

	<p>beberapa pertanyaan kepada peserta didik yaitu diantaranya.</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. Ingatkah kalian tentang hukum gravitasi? 2. Apakah suatu benda yang dilempar akan jatuh? 3. Bisakah kalian menentukan tinggi suatu benda yang dilempar? 4. Seberapa lama benda tersebut melayang diudara? <p>Guru membagi peserta didik kedalam kelompok – kelompok kerja secara variatif</p> <p>Guru membagikan LKPD kepada setiap kelompok diskusi.</p> <p>Guru membimbing peserta didik untuk menentukan nilai maksimum suatu fungsi berdasarkan syarat stasioner , menentukan jenis stasiuner, dan mencari nilai maksimum kemudian mensubsitusikan nilai variabelnya ke fungsi awal sehingga siswa dapat menentukam syarat suatu titik menjadi nilai maksimum suatu fungsi aljabar.</p>	
<i>Fase2- Mengidentifikasi masalah</i>	<p>Peserta didik dalam kelompok mengamati langkah-langkah dalam menentukan nilai maksimum fungsi aljabar dan permasalahan yang ada di LKPD yang diberikan.</p> <p>Peserta didik diberikan kesempatan untuk menanyakan hal-hal yang belum dipahami pada permasalahan yang disajikan.</p> <p>Peserta didik dalam kelompok dibimbing untuk menyelesaikan masalah kontekstual yang diberikan pada LKPD.</p>	
<i>Fase 3- Mengumpulkan data</i>	<p>Peserta didik menyelesaikan masalah kontekstual berhubungan dengan nilai maksimum dengan mencari turunan pertama dan turunan kedua fungsi Aljabar yang telah diberikan.</p> <p>Guru berperan sebagai fasilitator selama proses diskusi dilakukan.</p>	
<i>Fase 4-Mengolah data</i>	<p>Setiap kelompok mengolah data yang diperoleh dari diskusi yang dilakukan sehingga diperoleh nilai maksimum dengan mengaitkan berbagai konsep yang telah dipelajari yaitu konsep turunan dan titik stasioner atau titik kritis suatu fungsi aljabar.</p>	

Fase 5-Memverifikasi data	Peserta didik memeriksa kembali hasil kerja yang telah dilakukan untuk membuktikan kebenaran hipotesis yang telah dibuatnya.	
Fase 6- Membuat kesimpulan	<p>Peserta didik membuat kesimpulan berdasarkan hasil kerja dan diskusi yang dilakukan</p> <p>Perwakilan salah satu kelompok mempresentasikan hasil diskusinya dimana disini kelompok akan menyatakan ulang konsep yang ditemukan dan kelompok lain memperhatikan presentasi serta memberi tanggapan.</p> <p>Peserta didik dan guru merangkum isi pembelajaran berdasarkan <i>review</i> terhadap presentasi salah satu kelompok tentang menentukan syarat nilai maksimum dari suatu fungsi aljabar maupun menyelesaikan suatu masalah kontekstual berhubungan dengan nilai maksimum.</p>	
<p>C. Kegiatan Penutup (\pm 10 menit)</p> <p>Peserta didik : Membuat rangkuman dengan bimbingan guru tentang hubungan turunan fungsi dengan nilai maksimum.</p> <p>Memberikan tugas untuk memperdalam pemahaman materi dan menginformasikan materi yang akan dipelajari pada pertemuan selanjutnya.</p> <p>Guru : Memeriksa LKPD yang telah diselesaikan oleh setiap kelompok Melakukan refleksi terhadap pembelajaran yang telah dilakukan. Memberikan penilaian terhadap proses dan hasil yang telah dicapai peserta didik.serta. Penguatan dan motivasi dari hasil kerja siswa berupa nilai dan pujian. Mengakhiri pembelajaran dengan salam.</p>		

I. Penilaian

a. Teknik Penilaian

1) Sikap

PENILAIAN OBSERVASI SIKAP

Penilaian observasi berdasarkan pengamatan sikap dan perilaku peserta didik sehari-hari, baik terkait dalam proses pembelajaran maupun secara umum. Pengamatan langsung dilakukan oleh guru.

Rubrik:

Indikator sikap aktif dalam pembelajaran:

1. Kurang baik *jika* menunjukkan sama sekali tidak ambil bagian dalam pembelajaran
2. Cukup *jika* menunjukkan ada sedikit usaha ambil bagian dalam pembelajaran tetapi belum ajeg/konsisten
3. Baik *jika* menunjukkan sudah ada usaha ambil bagian dalam pembelajaran tetapi belum ajeg/konsisten
4. Sangat baik *jika* menunjukkan sudah ambil bagian dalam menyelesaikan tugas kelompok secara terus menerus dan ajeg/konsisten

Indikator sikap bekerjasama dalam kegiatan kelompok.

1. Kurang baik *jika* sama sekali tidak berusaha untuk bekerjasama dalam kegiatan kelompok.
2. Cukup *jika* menunjukkan ada sedikit usaha untuk bekerjasama dalam kegiatan kelompok tetapi masih belum ajeg/konsisten.
3. Baik *jika* menunjukkan sudah ada usaha untuk bekerjasama dalam kegiatan kelompok tetapi masih belum ajeg/konsisten.
4. Sangat baik *jika* menunjukkan adanya usaha bekerjasama dalam kegiatan kelompok secara terus menerus dan ajeg/konsisten.

Indikator sikap toleran terhadap proses pemecahan masalah yang berbedadankreatif.

1. Kurang baik *jika* sama sekali tidak bersikap toleran terhadap proses pemecahan masalah yang berbeda dan kreatif.
2. Cukup *jika* menunjukkan ada sedikit usaha untuk bersikap toleran terhadap proses pemecahan masalah yang berbeda dan kreatif tetapi masuih belum ajeg/konsisten
3. Baik *jika* menunjukkan sudah ada usaha untuk bersikap toleran terhadap proses pemecahan masalah yang berbeda dan kreatif tetapi masuih belum ajeg/konsisten.
4. Sangat baik *jika* menunjukkan sudah ada usaha untuk bersikap toleran terhadap proses pemecahan masalah yang berbeda dan kreatif secara terus menerus dan ajeg/konsisten.

22	Noor Rina																	
23	Pahrul Ramadan																	
24	Pija																	
25	Pinda Jellina																	
26	Sahrul Gunawan																	
27	Siti Aisyah																	
28	Sunatra Putra																	
29	Viona Virnanda																	
30	Yeni Anggraini																	
31	Yoga																	

Kriteria penilaian (skor)

100 = Sangat Baik

75 = Baik

50 = Kurang Baik

25 = Tidak Baik

Cara mencari nilai (N) = Jumlah skor yang diperoleh siswa dibagi jumlah skor maksimal dikali skor ideal (100)

$$\text{Nilai akhir siswa} = \frac{\text{skor capaian}}{400} \times 100$$

LEMBAR PENGAMATAN PENILAIAN KETERAMPILAN
Observasi terhadap Penugasan

No	Nama	Keterampilan yang diamati dalam membuat tugas				Skor
		TW	TTW	L	TL	
1	Ahmad Norhalim					
2	Aknes Yeni Helinda					
3	Anita					
4	Azry Nurakhman					
5	Choky Andriano					
6	Cici Karmilasari					
7	Desi Fitri Ramadhan					
8	Fanny Ariadi Putra					
9	Fatriani					
10	Firmansyah					
11	Fuad Saifullah					
12	Indra Dela Taka					
13	Jumaidah					
14	Kifli					
15	Lira Firna					
16	Mela Yulanda					
17	Menika Castalia					
18	Mochamad Riezal					
19	Muhammad Karsa					
20	Muhammad Nur Saifudin					
21	Muhammad Tajuddin					
22	Noor Rina					
23	Pahrul Ramadan					
24	Pija					
25	Pinda Jellina					
26	Sahrul Gunawan					
27	Siti Aisyah					
28	Sunatra Putra					
29	Viona Virnanda					
30	Yeni Anggraini					
31	Yoga					
32						

Keterangan :

- TW : Tepat Waktu
 TTW : Tidak Tepat Waktu
 L : Lengkap
 TL : Tidak Lengkap

Penilaian dilakukan dengan memberi tanda centang pada kolom tersedia untuk dua jenis tindakan (Tepat Waktu atau Tidak Tepat Waktu dan Lengkap atau Tidak Lengkap).

Skala penilaian :

TW = 5 L = 5
 TTW = 3 TL = 3

$$\text{Nilai akhir siswa} = \frac{\text{skor capaian}}{\text{skor maksimal}} \times 100\%$$

REKAP HASIL PENILAIAN TERTULIS (PG dan URAIAN)

No	Nama	Pilihan Ganda					Uraian					Jumlah Skor		NILAI
		01	02	03	04	05	01	02	03	04	05	PG	Uraian	
1	Ahmad Norhalim													
2	Aknes Yeni Helinda													
3	Anita													
4	Azry Nurakhman													
5	Choky Andriano													
6	Cici Karmilasari													
7	Desi Fitri Ramadhan													
8	Fanny Ariadi Putra													
9	Fatriani													
10	Firmansyah													
11	Fuad Saifullah													
12	Indra Dela Taka													
13	Jumaidah													
14	Kifli													
15	Lira Firna													
16	Mela Yulanda													
17	Menika Castalia													
18	Mochamad Riezal													
19	Muhammad Karsa													
20	Muhammad Nur Saifudin													
21	Muhammad Tajuddin													
22	Noor Rina													
23	Pahrul Ramadan													
24	Pija													
25	Pinda Jellina													
26	Sahrul Gunawan													
27	Siti Aisyah													
28	Sunatra Putra													
29	Viona Virnanda													
30	Yeni Anggraini													
31	Yoga													

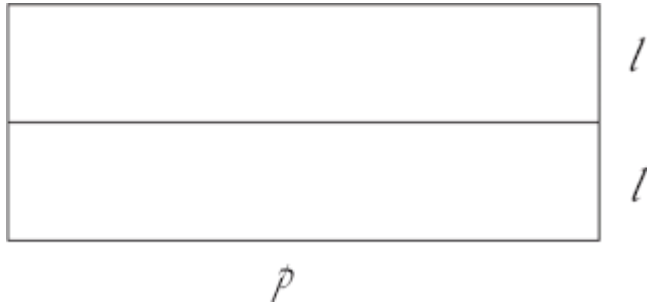
$$\text{Nilai} = \frac{\text{Jumlah skor yang diperoleh}}{\text{Jumlah skor seluruhnya}} \times 10$$

**LEMBAR PENILAIAN PENGETAHUAN
PENILAIAN TERTULIS (PENUGASAN)**

Tugas Rumah

- a. Peserta didik menyelesaikan tugas yang diberikan
- b. Peserta didik memnta tanda tangan orangtua sebagai bukti bahwa mereka telah mengerjakan tugas rumah dengan baik
- c. Peserta didik mengumpulkan jawaban dari tugas rumah yang telah dikerjakan untuk mendapatkan penilaian

Pedoman Penskoran

soal	Jenis Soal	Soal	Penyelesaian	Skor
1	URAIAN	<p>Kawat sepanjang 120 m akan dibuat kerangka seperti pada gambar dibawah ini. Agar luasnya maksimum panjang kerangka (p) tersebut adalah...</p> 	<p>Persamaan kerangka :</p> $3p + 4l = 120$ $4l = 120 - 3p$ $l = 30 - 3/4p$ <p>Persamaan luas :</p> $L = p \times 2l$ $= p \times 2 (30 - 3/4p)$ $= 60p - 3/2p^2$ <p>Luas akan maksimum jika :</p> $L' = 0$ $60 - 3p = 0$ $\Rightarrow p = 20$ <p>Jadi, panjang kerangka agar luas maksimum adalah 20 m.</p>	<p>1</p> <p>1</p> <p>1</p> <p>1</p> <p>1</p> <p>1</p> <p>1</p> <p>1</p> <p>1</p>
2				
		Total		10

b. Pembelajaran Remedial Dan Pengayaan

a. Remedial

Bentuk pelaksanaan pembelajaran remedial:

1. Pemberian pembelajaran ulang dengan model pembelajaran penemuan terbimbing, dimana siswa yang telah tuntas menjadi tim ahlijika jumlah peserta yang mengikuti remedial lebih dari 50%;
2. Pemberian bimbingan secara khusus, misalnya bimbingan perorangan jika jumlah peserta remedial maksimal 20%;
3. Pemberian tugas-tugas kelompok jika jumlah peserta yang mengikuti remedial lebih dari 20 % tetapi kurang dari 50%;
4. Pemanfaatan tutor teman sebaya untuk memaparkan materi pencerminan dan penerapannya pada masalah kontekstual.
5. Semua kegiatan pembelajaran remedial diakhiri dengan Tes Akhir. Baik Pembelajaran remedial dan tes akhir dilaksanakan di luar jam kegiatan belajar mengajar reguler. (boleh sepulang sekolah atau pada sore hari seperti kegiatan ekskul dan les).

CONTOH PROGRAM REMIDI

Sekolah :
 Kelas/Semester :
 Mata Pelajaran :
 Ulangan Harian Ke :
 Tanggal Ulangan Harian :
 Bentuk Ulangan Harian :
 Materi Ulangan Harian :
 (KD / Indikator) :
 KKM :

No	Nama Peserta Didik	Nilai Ulangan	Indikator yang Belum dikuasai	Bentuk Tindakan Remedial	Nilai Setelah Remedial	Keterangan
1						
2						
3						
4						
dst						

Penugasan remedial

soal	Jenis Soal	Soal	Penyelesaian	Skor
1	URAIAN	Suatu perusahaan tekstil memproduksi x buah baju. Setiap baju yang diproduksi memberikan keuntungan $(225x - x^2)$ rupiah. Supaya total keuntungan yang diperoleh mencapai maksimum, banyak barang yang harus diproduksi adalah.....	<p>Keuntungan satu barang adalah $(225x - x^2)$, sehingga jika diproduksi x buah barang maka persamaan keuntungannya adalah keuntungan satu barang dikalikan dengan x</p> $U(x) = x(225x - x^2)$ $U(x) = 225x^2 - x^3$ <p>Nilai maksimum $U(x)$ diperoleh saat turunannya sama dengan nol</p> $U'(x) = 0$ $450x - 3x^2 = 0$ <p>Faktorkan untuk memperoleh x</p> $3x(150 - x) = 0$ $x = 0, x = 150$ <p>Sehingga banyak barang yang harus diproduksi adalah 150 buah.</p> <p>Jadi berapa keuntungan maksimumnya? Masukkan nilai $x = 150$ ke fungsi $U(x)$ untuk memperoleh besarnya keuntungan maksimum.</p>	<p>1</p> <p>1</p> <p>1</p> <p>1</p> <p>1</p> <p>1</p>
2				
		Total		7

b. Pengayaan

Secara umum pengayaan dapat diartikan sebagai pengalaman atau kegiatan peserta didik yang melampaui persyaratan minimal yang ditentukan oleh kurikulum dan tidak semua peserta didik dapat melakukannya.

Pelaksanaan Pembelajaran Pengayaan

1. Belajar kelompok
2. Belajar mandiri
3. Pembelajaran berbasis tema
4. Pemadatan kurikulum

J. Bahan Ajar

1. MATERI AJAR

a. Video pembelajaran

www.m4th-lab.net
Everything about math

Konsep Dasar Turunan Fungsi Aljabar

$$f(x) = ax^n \Rightarrow f'(x) = anx^{n-1}$$

Contoh:

$$f(x) = 4x^3 - 6x^2 + 3x - 1$$

$$f'(x) = 12x^2 - 12x + 3$$

$$f(x) = -3x^2 + \frac{1}{x^2} - 5 = -3x^2 + x^{-2} - 5$$

$$f'(x) = -6x - 2x^{-3}$$

$$= -6x - \frac{2}{x^3}$$

www.youtube.com/m4thlab

$$f(x) = \sqrt[4]{x^3} + \frac{1}{\sqrt{x}}$$

$$\sqrt[3]{a^n} = a^{\frac{n}{3}}$$

$$f(x) = x^{\frac{3}{4}} + x^{-\frac{1}{2}}$$

$$= x^{\frac{3}{4}} + x^{-\frac{1}{2}}$$

$$f'(x) = \frac{3}{4}x^{-\frac{1}{4}} - \frac{1}{2}x^{-\frac{3}{2}}$$

$$= \frac{3}{4x^{\frac{1}{4}}} - \frac{1}{2x^{\frac{3}{2}}}$$

$$= \frac{3}{4\sqrt[4]{x}} - \frac{1}{2\sqrt{x}}$$

www.m4th-lab.net
Everything about math

Konsep Dasar Turunan Fungsi Aljabar

$$f(x) = ax^n \Rightarrow f'(x) = anx^{n-1}$$

aturan rantai

$$f(x) = (2x-1)^2$$

$$= 4x^2 - 4x + 1$$

$$f'(x) = 8x - 4$$

$$f(x) = (2x-1)^{2018}$$

$$f'(x) = 2018(2x-1)^{2017} \cdot 2$$

$$= 4036(2x-1)^{2017}$$

www.youtube.com/m4thlab

$$f(x) = a \square^n \Rightarrow f'(x) = an \square^{n-1} \cdot \square'$$

$$f(x) = (4x^2-3)^7$$

$$f'(x) = 7(4x^2-3)^6(8x)$$

$$= 56x(4x^2-3)^6$$

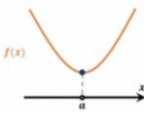
<https://www.youtube.com/watch?v=N621yvjp8>

PENDAHULUAN

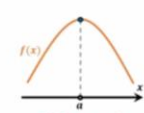
Salah satu penerapan dari turunan fungsi adalah untuk menyelesaikan permasalahan nilai maksimum dan nilai minimum suatu fungsi.

Permasalahan nilai maksimum dan nilai minimum suatu fungsi berhubungan dengan nilai fungsi pada titik-titik stasioner.

Titik-titik stasioner diperoleh dengan syarat $f'(x) = 0$.



$f''(a) > 0$



$f''(a) < 0$

Nilai maksimum/minimum = $f(a)$

Turunan Fungsi Masalah Maksimum dan Minimum

<https://www.youtube.com/watch?v=N621yvjp8>

<https://www.youtube.com/watch?v=FLjGUxvLgWs>

b. Buku Teks
1. KONSEP TURUNAN



Definisi 7.1

Misalkan $f : R \rightarrow R$ adalah fungsi kontinu dan titik $P(x_1, y_1)$ dan $Q(x_1 + \Delta x, y_1 + \Delta y)$ pada kurva f . Garis secan menghubungkan titik P dan Q dengan gradien $m_{\text{sec}} = \frac{f(x_1 + \Delta x) - f(x_1)}{\Delta x}$.



Definisi 7.2

Misalkan f adalah fungsi kontinu bernilai real dan titik $P(x_1, y_1)$ pada kurva f . Gradien garis singgung di titik $P(x_1, y_1)$ adalah limit gradien garis secan di titik $P(x_1, y_1)$, ditulis: $m_{GS} = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} m_{\text{sec}} = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(x_1 + \Delta x) - f(x_1)}{\Delta x}$. (Jika limitnya ada)

2. Sifat-sifat dan Teorema Turunan

Perlu menjadi perhatian bahwa ketika ingin menentukan turunan suatu fungsi, kita tidak harus kembali pada definisinya, tetapi dapat memanfaatkan teorema atau sifat-sifat pada turunan. Berikut ini beberapa sifat dan teorema turunan serta beberapa hasil turunan yang sering digunakan. Bukti untuk sifat di atas tidak disajikan dalam tulisan ini, tetapi pembaca dapat memperolehnya di buku-buku referensi pada daftar pustaka.

- 1) $[x^n]' = nx^{n-1}$
- 2) $[cf(x)]' = c[f(x)]'$
- 3) $[f(x) \pm g(x)]' = [f(x)]' \pm [g(x)]'$
- 4) $[f(x) \cdot g(x)]' = [f(x)]'g(x) + f(x)[g(x)]'$
- 5) $\left[\frac{f(x)}{g(x)}\right]' = \frac{[f(x)]'g(x) - f(x)[g(x)]'}{[g(x)]^2}$
- 6) $[f(g(x))]' = f'(g(x)) \cdot g'(x)$ {dalil rantai}
atau $\frac{dy}{dx} = \frac{dy}{dt} \cdot \frac{dt}{dx}$ dengan $y = f(t)$, $t = g(x)$ dan $y = h(x)$
- 7) $[e^x]' = e^x$
- 8) $[\ln|x|]' = \frac{1}{x}$
- 9) $[a^x]' = a^x \ln a$
- 10) $[\sin x]' = \cos x$
- 11) $[\cos x]' = -\sin x$



Contoh 7.6

Tentukan turunan $f(x) = (2x^2 - 3x)^4$.

Alternatif Penyelesaian:

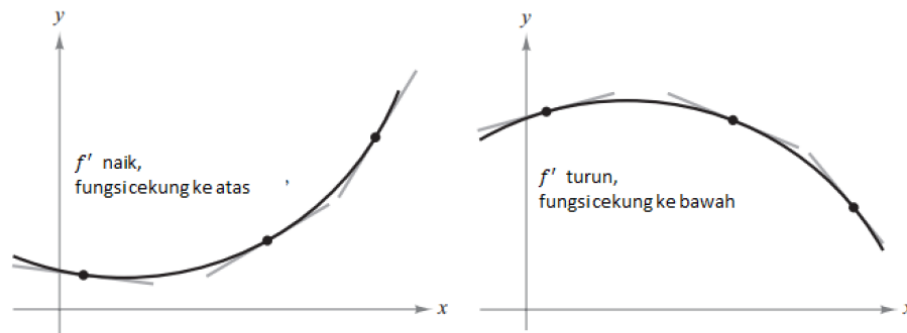
Misalkan $u(x) = 2x^2 - 3x$ sehingga $u'(x) = 4x - 3$

Dengan demikian $f(x) = (2x^2 - 3x)^4$ menjadi $f(x) = (u(x))^4$ sehingga $f'(x) = 4(u(x))^3 u'(x)$.

Jadi, $f'(x) = 4(2x^2 - 3x)^3(4x - 3)$ atau $f'(x) = 4(4x - 3)(2x^2 - 3x)^3$.

3. NILAI MAKSIMUM DAN MINIMUM

Selanjutnya jika turunan pertama suatu fungsi naik monoton pada suatu interval I maka fungsi dikatakan **cekung ke atas**, dan jika turunan pertama suatu fungsi turun monoton maka dikatakan fungsi dikatakan **cekung ke bawah**.



Menurut penjelasan sebelumnya, jika a berada pada suatu interval dan dipenuhi $f'(a)$ positif maka a berada pada interval naik. Demikian pula jika a berada pada suatu interval dan dipenuhi $f'(a)$ negatif maka a berada pada interval turun. Berkaitan dengan ini, misalkan f' monoton naik pada interval I maka fungsinya cekung ke atas dan untuk t yang pada interval tersebut akan berlaku $f''(t)$ positif. Demikian juga untuk s yang pada interval I dan berlaku $f''(s)$ positif maka f' naik yang berarti fungsi cekung ke atas. Selanjutnya selidiki sendiri untuk kasus f' monoton turun pada interval I .

Sebagai contoh, misalkan suatu fungsi memenuhi $f'(t) = 0$ untuk suatu t maka $(t, f(t))$ adalah titik ekstrim karena gradien garis singgungnya nol. Jika $f''(t)$ positif maka titik ekstrim tersebut adalah titik balik minimum karena kurvanya cekung ke atas. Sementara jika $f''(t)$ negatif maka titik ekstrim tersebut adalah titik balik maksimum karena kurvanya cekung ke bawah.



Sifat 7.3

Misalkan f adalah fungsi bernilai real yang kontinu dan memiliki turunan pertama dan kedua pada $x_1 \in I$ sehingga:

1. Jika $f'(x_1) = 0$ maka titik $(x_1, f(x_1))$ disebut stasioner/kritis
2. Jika $f'(x_1) = 0$ dan $f''(x_1) > 0$ maka titik $(x_1, f(x_1))$ disebut titik minimum fungsi
3. Jika $f'(x_1) = 0$ dan $f''(x_1) < 0$ maka titik $(x_1, f(x_1))$ disebut titik maksimum fungsi
4. Jika $f''(x_1) = 0$ maka titik $(x_1, f(x_1))$ disebut titik belok.

Contoh:

Tentukan nilai minimum relatif dari $f(x) = (x^2 - 2x)^5$.

Jawab:

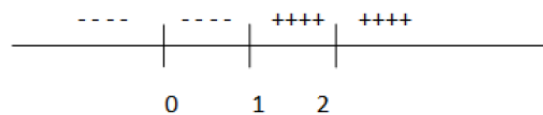
$$\begin{aligned} f'(x) &= 5(2x - 2)(x^2 - 2x)^4 \\ &= 10(x - 1)x^2(x - 2)^2 \end{aligned}$$

Kemudian dicari titik ekstrim dengan cara

$$0 = 10(x - 1)x^2(x - 2)^2$$

yang menghasilkan penyelesaian $x = 0, x = 1, x = 2$.

Selanjutnya identifikasi tanda gradien garis singgung di sekitar titik ekstrim.



Berarti $x = 1$ adalah absis yang menyebabkan nilai $f(x)$ minimum. Dengan demikian nilai minimum relatif fungsi tersebut adalah $f(1) = -1$.

Cara lain untuk menentukan jenis titik ekstrim adalah dengan menentukan nilai turunan kedua di titik tersebut. Jika nilainya positif maka titik tersebut merupakan titik minimum (relatif), jika nilainya negatif maka titik tersebut merupakan titik maksimum (relatif) dan jika nilainya nol maka titik tersebut merupakan titik belok.

2. LKPD

LEMBAR KERJA PESERTA DIDIK (LKPD)

- Tujuan : Dengan menggunakan model pembelajaran penemuan terbimbing (Discovery Learning) diharapkan siswa dapat menemukan hubungan antara turunan dengan nilai maksimum, dan dapat menyelesaikan masalah kontekstual dengan menggunakan turunan fungsi aljabar.
- Mata Pelajaran : Matematika
- Alokasi Waktu : 2 x 45 menit
- Petunjuk Kerja : Perhatikan dengan seksama masalah yang disajikan pada LKPD kemudian secara berkelompok lengkapilah titik titik yang terdapat pada LKPD sesuai dengan aktivitas yang kalian lakukan kemudian dari hasil diskusi dan isian LKPD ini simpulkan syarat nilai maksimum suatu fungsi aljabar.

Untuk menentukan nilai maksimum dan minimum suatu fungsi $y = f(x)$, kita ikuti langkah-langkahnya seperti berikut :

- Syarat stasioner : $f'(x) = 0$,
- Tentukan jenis stasionernya (maksimum, belok, atau minimum) menggunakan turunan kedua,
- Menghitung nilai maksimum atau minimum yang diminta dengan substitusi nilai variabelnya ke fungsi awal.

Catatan :

Nilai maksimum dan minimum yang dimaksud untuk suatu fungsi adalah nilai maksimum dan minimum lokal, artinya hanya berlaku pada interval tertentu saja. Berikut gambar ilustrasinya.



Nilai maksimum $f(t) = 15t^2 - t^3$ diperoleh jika.....

✚ Fungsi awal : $f(t) = 15t^2 - t^3$

✚ $f'(t) = 30t - 3t^2 \rightarrow f'(t) = \dots - 6t$

✚ Menentukan nilai x dari syarat stasioner $f'(t)=0$

$$f'(t) = 0$$

$$\dots t - 3t^2 = 0$$

$$\begin{aligned}
 t(\dots - 3t) &= 0 \\
 t = \dots & \quad 30 - 3t = 0 \\
 & \quad -3t = \dots \\
 & \quad \quad -30 \\
 & \quad \quad t = \frac{\dots}{\dots} \\
 & \quad \quad t = 10
 \end{aligned}$$

- ✚ Menentukan jenis stasionernya, gunakan turunan kedua
 Untuk $t = 0 \rightarrow f'(t) = 30 - 6(\dots) \rightarrow f'(t) = \dots$ (positif) artinya untuk $t=0$ menyebabkan fungsinya minimal
 Untuk $t = 10 \rightarrow f'(t) = 30 - 6(\dots) \rightarrow f'(t) = \dots$ (negatif) artinya untuk $t=10$ menyebabkan fungsinya maksimal
- ✚ Jadi nilai maksimum pada persamaan $f(t) = 15t^2 - t^3$ jika turunan pertamanya sama dengan 0 [$f'(t) = 30t - \dots$ dan turunan keduanya pada saat $t = 10$ (positif) [$30 - \dots < 0$]

Berdasarkan uraian diatas selesaikan masalah kontekstual dibawah ini:

Sebuah peluru ditembakkan vertikal ke atas dengan kecepatan awal V_0 m/detik. Tinggi peluru setelah t detik dinyatakan dengan fungsi $h(t)=100+40t-4t^2$. Tinggi maksimum yang dapat dicapai peluru tersebut adalah...

Langkah penyelesaian

1. Diberikan fungsi $h(t)=100+40t-4t^2$ dimana t menyatakan waktu dan turunan pertamanya adlah $f'(t) = 40 - \dots$
2. Peluru yang ditembakkan ke atas setelah mencapai ketinggian maksimal dalam waktu tertentu akan kembali jatuh, oleh katena itu untuk menentukan tinggi maksimum peluru tersebut kita harus menentukan waktu disaat peluru mencapai ketinggian maksimal jika turunan pertama fungsunya adalah 0 dapat dicari dengan cara:

$$\begin{aligned}
 h'(t) &= 0 \\
 40 - \dots &= 0 \\
 \dots t &= 40 \\
 & \quad 40 \\
 t &= \frac{\dots}{\dots} \\
 & \quad \dots \\
 t &= 5
 \end{aligned}$$

jadi, peluru tersebut akan mencapai ketinggian maksimum pada detik ke 5.

3. Sedangkan tinggi maksimum peluru dicapai pada saat $t = 5$, dengan tinggi maksimumnya adalah

$$\begin{aligned}
 h(5) &= 100 + 40(5) - 4(\dots)^2 \\
 &= 100 + \dots - 100 \\
 &= 200 \text{ m}
 \end{aligned}$$
4. Dapat disimpulkan sebuah peluru yang ditembakkan dengan kecepatan awal V_0 m/detik mencapai ketinggian maksimum 200 m pada detik ke 5.

Mengetahui,
Kepala Sekolah

Tumpang Laung, Desember 2019
Peserta,

Alfuzarriani TB, S. Pd
NIP. 19711010 200501 2 011

Wahyudi, S. Pd
NIP.